

APLICAÇÃO DA MATEMÁTICA FUZZY À GESTÃO DE COMPETÊNCIAS POR
PROCESSOS

Rafael Gaspar Rodrigues

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM
ENGENHARIA DE PRODUÇÃO.

Aprovada por:

Prof. Heitor Mansur Caulliraux, D.Sc.

Prof. Carlos Alberto Nunes Cosenza, D.Sc.

Prof. Vinícius Carvalho Cardoso, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

MARÇO DE 2008

RODRIGUES, RAFAEL GASPAR

Aplicação da Matemática Fuzzy à Gestão de Competências por Processos [Rio de Janeiro] 2008

XI, 58 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia de Produção, 2008)

Dissertação – Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Matemática Fuzzy
2. Gestão de Competências
3. Engenharia de Processos de Negócios

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

DEDICATÓRIA

A Deus, com qualquer denominação, com qualquer credo, por se mostrar sempre presente em minha vida, não me permitindo conceber Sua não-existência.

AGRADECIMENTOS

A elaboração de uma dissertação de mestrado é, por definição, um trabalho solitário. Porém, após toda a trajetória cumprida, é fácil perceber que, paradoxalmente, seria impossível fazê-lo sozinho. Há, então, uma lista imensa de pessoas que devo agradecer. Peço desculpas antecipadas àquelas que, injustamente, não listar abaixo.

Aos meus pais, Cleide e Nilsomaro, por terem feito de mim o que sou e terem me trazido onde estou.

Aos meus irmãos, Fabrício e Juliana, pela companhia ao longo de toda a vida. Crescemos juntos muito além da acepção estrita desse termo.

À minha esposa, Cristiana, por todo carinho, suporte, atenção e amor ao longo da elaboração desse trabalho. Sem dúvidas, seria impossível sem seu apoio.

Aos meus amigos Renato, Carol, Rodrigo Dias, Carlinhos, Thaís, Orestes e a tantos outros que seria impossível listar, por nunca, absolutamente nunca, terem deixado que me sentisse sozinho. A esse último, em especial, pela profícua troca de idéias que resultou na resolução por geometria analítica do cálculo dos centros de gravidade.

Ao meu orientador, Heitor Caulliraux, por ter acreditado em mim e nessa pesquisa.

A todos os amigos do Grupo de Produção Integrada. Aos professores Vinicius Cardoso e Alexandre Prado, meus sinceros agradecimentos por terem contribuído tão ativamente em minha formação profissional e pessoal. Aos amigos Bruno Lam, Elibel Lessa e Rafael Clemente, meu muito obrigado por terem tornado meus dias ainda mais agradáveis enquanto convivíamos diariamente.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

APLICAÇÃO DA MATEMÁTICA FUZZY À GESTÃO DE COMPETÊNCIAS POR PROCESSOS

Rafael Gaspar Rodrigues

Março/2008

Orientador: Heitor Mansur Caulliraux

Programa: Engenharia de Produção

Apesar de as discussões acerca da Gestão de Competências estarem cada vez mais presentes nas organizações, ainda são raras as iniciativas no sentido de criar ferramentas que permitam às empresas transpor a barreira entre teoria e prática. Uma exceção a essa regra é a Gestão de Competências por Processos. Dessa maneira, esse trabalho pretende aperfeiçoar essa tecnologia, aplicando à mesma a matemática fuzzy. Com isso, espera-se que aumentar a aderência da modelagem à realidade, tornando os indicadores obtidos através dela mais confiáveis.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

APLICACION OF FUZZY MATHEMATICS IN THE PROCESS-ORIENTED
COMPETENCE MANAGEMENT

Rafael Gaspar Rodrigues

March/2008

Advisor: Heitor Mansur Caulliraux

Department: Production Engineering

Although the discussions about Competence Management are more and more presents at organizations, there are still few activities in the way of creating tools to enable companies bypassing the wall between theory and practice. An exception to this rule is the Process-Oriented Competence Management. So, the aim of this research is improving this technology, by changing its algorithms from crisp to fuzzy mathematics. It's intended that this change will increase model's adherence to reality, making the obtained scorecards more reliable.

Sumário

Lista de Siglas e Abreviaturas	viii
Lista de Figuras	ix
Lista de Tabelas	x
Capítulo 1 – Introdução.....	11
1.1. Objetivos do Trabalho.....	11
1.2. Justificativa do Trabalho	12
1.3. Método da Pesquisa	13
1.4. Estrutura do Trabalho.....	15
Capítulo 2 – A Gestão de Competências por Processos	17
2.1. Os algoritmos de cálculo dos indicadores da GCP	18
2.2. Os problemas dos algoritmos derivados da representação matricial da GCP	24
2.3. A solução para o problema algorítmico	27
2.4. O problema de limitação da análise da GCP	32
Capítulo 3 – A matemática <i>fuzzy</i>	34
3.1. Teoria dos Conjuntos	37
3.1.1. Teoria Clássica de Conjuntos.....	37
3.1.2. Teoria de Conjuntos <i>Fuzzy</i>	39
3.2. Sistemas de Lógica <i>Fuzzy</i>	43
3.2.1. Números <i>Fuzzy</i> e suas operações	44
3.2.2. Métodos de <i>defuzzificação</i>	47
Capítulo 4 – <i>Fuzzificação</i> da GCP.....	51
Capítulo 5 – Conclusão	64
Capítulo 6 – Referências Bibliográficas	66

Lista de Siglas e Abreviaturas

GCP	Gestão de Competências por Processos
GCF	Gestão de Competências Funcional
TCF	Teoria de Conjuntos <i>Fuzzy</i>
TCC	Teoria Clássica de Conjuntos
SLF	Sistema de Lógica <i>Fuzzy</i>
ERP	<i>Enterprise Resource Planning</i> (Sistemas Integrados de Gestão)
GC	Gestão do Conhecimento
GED	Gestão Eletrônica de Documentos
TI	Tecnologia da Informação
RH	Recursos Humanos

Lista de Figuras

Figura 1: Representação esquemática do trabalho.....	12
Figura 2: Ciclo de Pesquisa e Desenvolvimento na <i>Design Research</i>	13
Figura 3: Críticas ao ciclo percorrido por CARDOSO (2004).....	14
Figura 4: Etapas do processo de pesquisa	15
Figura 5: Como a multiplicação das matrizes gera erro para o cálculo de alguns indicadores da GCP	25
Figura 6: Ilustração do real significado da matriz $B \times C^T$	26
Figura 7: Conjunto dos homens altos segundo a lógica clássica.....	35
Figura 8: Conjunto dos homens altos segundo a lógica <i>fuzzy</i>	36
Figura 9: Representação geral de uma função de pertinência.....	39
Figura 10: Representação gráfica da pertinência do conjunto dos homens altos	41
Figura 11: Diferentes classificações das alturas sobrepostas	42
Figura 12: Sistema de lógica <i>fuzzy</i>	43
Figura 13: Temperaturas em uma dada cidade (em °C) e suas pertinências aos conjuntos	46
Figura 14: Representação gráfica do método da maior ordenada	47
Figura 15: Representação gráfica do método do centro de gravidade	48
Figura 16: <i>Defuzzificação</i> da variação de temperatura pelo método do centro de gravidade.....	49
Figura 17: Representação gráfica do método do ponto médio do máximo	50
Figura 18: Possível representação dos números <i>fuzzy</i> das proficiências	51
Figura 19: Desmembramento do trapézio em dois triângulos e um retângulo para cálculo do centro de gravidade.....	54
Figura 20: Desmembramento do quadrilátero não-convexo em dois triângulos para cálculo do centro de gravidade.....	54

Lista de Tabelas

Tabela 1: Processos abordados e suas respectivas necessidades de competências	19
Tabela 2: Profissionais alocados aos processos e suas disponibilidades de competências	19
Tabela 3: Alocação dos profissionais aos processos.	20
Tabela 4: Proficiências utilizadas	20
Tabela 5: Comparação entre os indicadores $\Delta KO\%$ dos métodos original e aprimorado	31
Tabela 6: Comparação entre os indicadores $\Delta KP\%$ dos métodos original e corrigido ..	32
Tabela 7: Comparação entre os indicadores ΔKT dos métodos original e corrigido	32
Tabela 8: Equivalência entre proficiências da GCP e conhecimento de dado assunto...	33
Tabela 9: Representação tabular da função de pertinência do conjunto <i>fuzzy</i> dos homens altos.....	40
Tabela 10: Conversão das proficiências em números <i>fuzzy</i>	52
Tabela 11: Comparação dos resultados obtidos para o indicador NPK.....	55
Tabela 12: Comparação dos resultados obtidos para o indicador NOK	56
Tabela 13: Comparação dos resultados obtidos para o indicador DOK	57
Tabela 14: Comparação dos resultados obtidos para o indicador DPK.....	58
Tabela 15: Comparação para o indicador ΔKO entre os métodos original, corrigido e <i>fuzzificado</i>	61
Tabela 16: Comparação para o indicador ΔKP entre os métodos original, corrigido e <i>fuzzificado</i>	62
Tabela 17: Comparação para o indicador ΔKT entre os métodos original, corrigido e <i>fuzzificado</i>	62

Capítulo 1 – Introdução

Há tempos as discussões de Gestão do Conhecimento (GC) deixaram a Academia para ganhar as empresas (NONAKA & TAKEUCHI, 1997; PROBST, RAUB & ROMHARDT, 2002). As diversas técnicas agrupadas em torno da GC, como *e-learning*, Gestão Eletrônica de Documentos (GED) e repositórios de conhecimento, comunidades de prática, portais de conhecimento etc. estão sendo aplicadas em cada vez mais larga escala. Não há sinais de saturação nessa curva ascendente, já que essa escalada de importância da GC está embasada não só no reconhecimento do conhecimento humano como ativo intangível inimitável (GRATTON et al., 1999), quanto na necessidade de se armazenar e organizar dados e informações tornando-os disponíveis sempre que necessários (DAVENPORT, 2001).

Dentre as técnicas de GC, ganha destaque a Gestão de Competências por apresentar um caráter tanto mais prático quanto quantitativo do que as demais. A possibilidade de programar treinamentos, seleções e realocações, por exemplo, com base em dados objetivos consiste em uma instrumentação da função Recursos Humanos consideravelmente superior às encontradas no histórico de evolução dessa área (CHIAVENATO, 2005; RICCI, 2005).

Por outro lado, as práticas de Gestão de Competências ainda se encontram muito incipientes do ponto de vista técnico. Percebe-se claramente a necessidade de aprofundamento da discussão para que as organizações contem com ferramentas seguras e eficazes. Esse trabalho visa contribuir nesse sentido.

1.1. Objetivos do Trabalho

O principal objetivo deste trabalho consiste em aplicar a matemática *fuzzy* à Gestão de Competências por Processos (CARDOSO, 2004) ou, simplesmente, GCP. Espera-se, com isso, tornar os algoritmos da GCP mais acurados, de forma que os indicadores deles resultantes sejam mais eficazes.

Adicionalmente, está também no escopo desse trabalho avançar na proposta dos indicadores mais agregados da GCP, uma discussão que foi acessória ao trabalho de CARDOSO (2004) e que será trazida à tona nessa pesquisa. A figura 1 esquematiza os objetivos do trabalho, ao seqüenciar as etapas do mesmo.

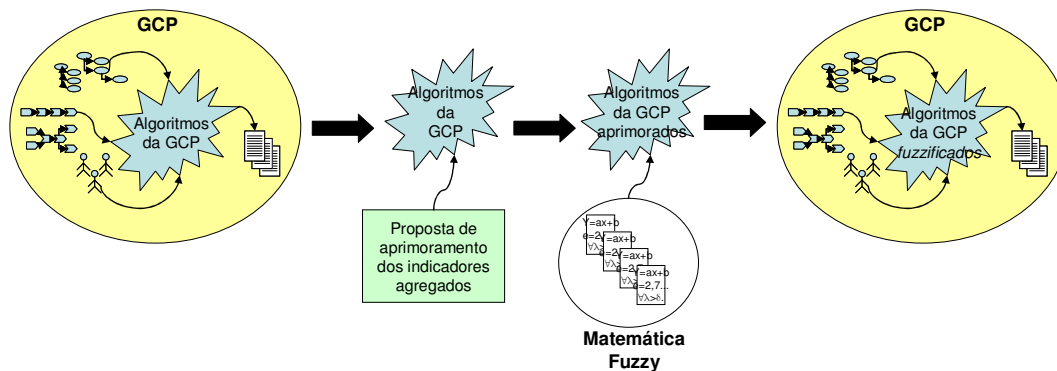


Figura 1: Representação esquemática do trabalho

Fonte: o Autor.

1.2. Justificativa do Trabalho

Essa dissertação possui duas justificativas básicas. A primeira é que a mesma se insere em um projeto de pesquisa maior, iniciado por CARDOSO (2004) com a proposição inicial da GCP. Desde então, BASTOS JR. (2005) propôs adaptações na GCP para casos em que o cliente de um determinado processo de negócio tivesse competências relevantes a disponibilizar e LESSA (2006) inseriu a GCP em um contexto maior de aplicação da Gestão de Conhecimento em uma organização. Ainda, RODRIGUES (2006) propôs uma aplicação para os processos de Gestão de Recursos Humanos das organizações. Dessa maneira, esse trabalho é mais um dos desdobramentos, mas que visa torná-la mais aderente à realidade, através da *fuzzificação* de seus algoritmos.

A segunda via que justifica essa tarefa é a necessidade de rever o cálculo de alguns indicadores agregados da GCP inicialmente propostos. Percebe-se pela análise do trabalho de CARDOSO (2004) que o objetivo de sua pesquisa era propor um método de Gestão de Competências utilizando como unidade de análise os processos de negócios das organizações e não suas unidades funcionais. Estava inserido também em seus objetivos a demonstração de que esse novo método era superior ao primeiro. Ambos os vieses do objetivo da supracitada pesquisa foram plenamente atingidos.

Porém, CARDOSO (2004) não se restringiu a calcular os indicadores individuais, que de fato demonstrariam a superioridade de seu método, e avançou para a proposta de indicadores agregados, que permitiriam análises de caráter mais global. E, apesar de a explicação teórica desses indicadores ser totalmente coerente com o método antes

apresentado, a transposição da teoria para a forma de cálculo dos mesmos não percebeu as implicações da adoção da lógica matricial, apresentando erros. Assim, essa dissertação visa também propor uma alternativa a esses cálculos.

1.3. Método da Pesquisa

Apesar de isto não estar explícito na tese de CARDOSO (2004), pode-se perceber que a lógica de construção de conhecimento seguida pelo mesmo pode ser enquadrada no Ciclo de Pesquisa e Desenvolvimento da *Design Research*, proposto por ROMME & ENDENBURG (2006).

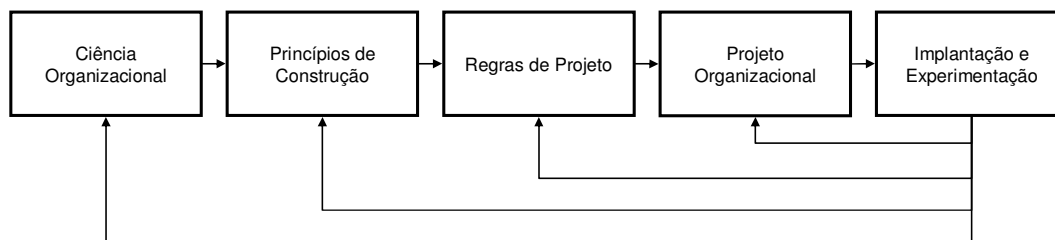


Figura 2: Ciclo de Pesquisa e Desenvolvimento na *Design Research*

Fonte: ROMME & ENDENBURG (2006:288)

Partindo da teoria de Gestão de Competências e de Engenharia de Processos (Ciência Organizacional), o pesquisador definiu novas proposições (Princípios de Construção), dentre as quais destaca-se a de que a gestão de competências a partir dos processos de negócios da organização seria mais efetiva do que aquela a partir dos silos funcionais. Com base nesses Princípios de Construção, CARDOSO (2004) cria suas Regras de Projeto, a saber, os algoritmos da GCP. A conjunção dessas regras permitiu a ele, então, desenvolver todo o método (Projeto Organizacional) e aplicá-lo em nove casos práticos (Implantação e Experimentação).

A partir dessa percepção, o ponto de partida da pesquisa aqui apresentada foi a crítica ao trabalho de CARDOSO (2004). Para ADLER & VAN DOREN (1967), há 4 maneiras possíveis de criticar um autor, quais sejam:

1. Dizer que o autor está **desinformado**: consiste em mostrar que falta ao autor algum dado que é relevante para o problema que ele está tentando solucionar.
2. Dizer que o autor está **mal-informado**: significa dizer que o autor possui informações inverídicas.

3. Dizer que o autor é **ilógico**: consiste em mostrar que há uma falha no raciocínio do autor, ou seja, que seu raciocínio não é lógico.

4. Dizer que a **análise** do autor é **incompleta**: ou seja, significa que o autor não resolveu todos os problemas, que ele não fez um uso tão bom quanto possível de seu material, que ele não percebeu todas as implicações e ramificações ou que ele falhou ao fazer distinções relevantes ao seu problema.

Baseando-se nessa definição, o trabalho de CARDOSO pode ser criticado em 2 pontos, conforme exemplifica a figura a seguir:

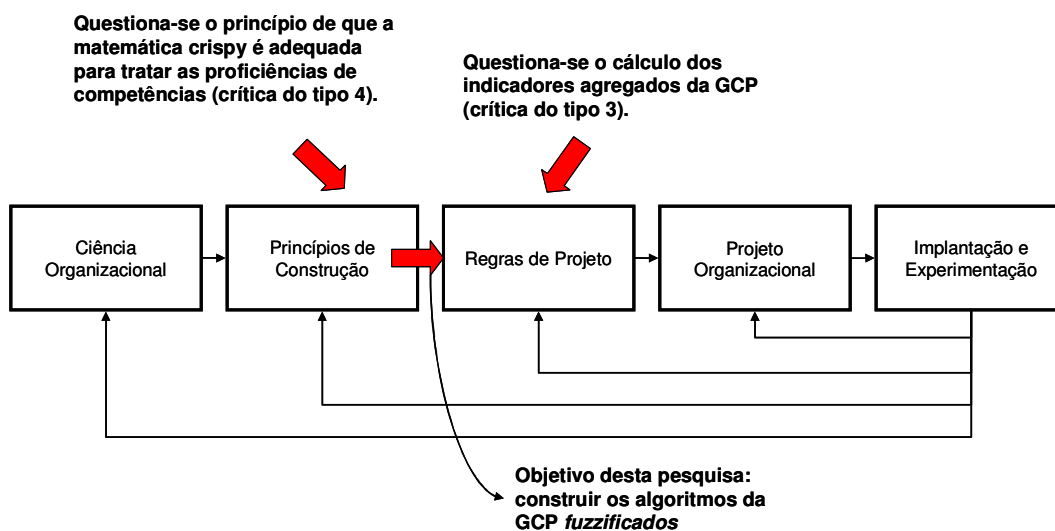


Figura 3: Críticas ao ciclo percorrido por CARDOSO (2004)

Fonte: o Autor

Dessa maneira, a lógica da pesquisa aqui apresentada consiste em percorrer duas vezes esse ciclo: a primeira para corrigir as regras tecnológicas utilizadas por CARDOSO (2004) para o cálculo de alguns indicadores agregados e a segunda para aperfeiçoar seus princípios de construção. Para isso, serão inicialmente propostas alternativas para os algoritmos da GCP que geram os supracitados indicadores. Será, então, simulada uma aplicação do método com essas correções, de forma que seja possível comparar os resultados alcançados antes e depois das mesmas. De posse desse novo método, será questionada a utilização da matemática *crisp* na concepção do mesmo. Finalmente, os algoritmos serão *fuzzificados* e será novamente simulada sua aplicação.

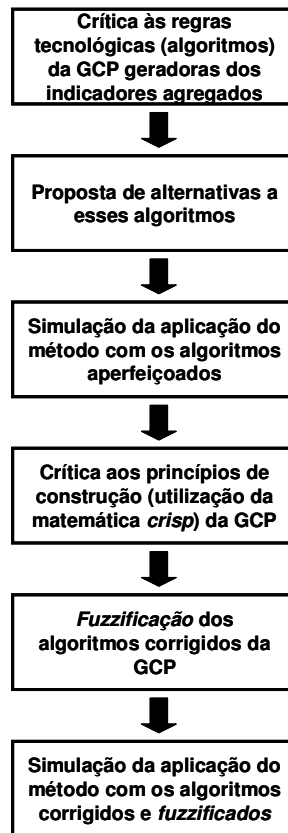


Figura 4: Etapas do processo de pesquisa

A análise da metodologia apresentada sugere que um desdobramento imediato dessa pesquisa é o teste dos novos algoritmos em casos práticos. Essas aplicações provavelmente permitiriam comprovar a intuição, a partir da análise da natureza das variáveis *fuzzy*, de que a utilização dessas novas variáveis possibilita a obtenção de indicadores mais aderentes à realidade. Essas aplicações poderiam gerar também novas críticas aos princípios de construção ou às regras tecnológicas atuais, induzindo novos ciclos de pesquisas científicas e desenvolvimento tecnológico.

1.4. Estrutura do Trabalho

Esse trabalho é composto de seis capítulos, incluindo essa Introdução (Capítulo 1) e as Referências Bibliográficas (Capítulo 6), organizados da seguinte maneira:

Capítulo 1 – Introdução: neste capítulo são apresentados o objetivo da dissertação, sua justificativa e o método utilizado no desenvolvimento do trabalho. Finalmente, a introdução apresenta a estrutura do texto.

Capítulo 2 – A Gestão de Competências por Processos: neste capítulo será discutida a unidade de análise dessa dissertação. Serão apresentados os conceitos básicos da GCP, sua lógica geral de funcionamento e o erro nos algoritmos de alguns de seus indicadores, abrindo espaço para a proposição de uma alternativa a esses algoritmos exposta em seguida. Essas diferentes abordagens serão, então, comparadas via simulação. Ainda, serão apresentados os problemas decorrentes da utilização da lógica tradicional nessa abordagem.

Capítulo 3 – Matemática *Fuzzy*: apresenta o ferramental necessário para a modificação dos algoritmos.

Capítulo 4 – *Fuzzificação* da GCP: esse é o capítulo-chave dessa dissertação, já que nele será aplicada a matemática *fuzzy* aos algoritmos da GCP – objetivo da pesquisa. Pretende-se também simular a utilização desse novo método, de modo que se possa compará-lo com o original.

Capítulo 5 – Conclusão: no capítulo de conclusão desse trabalho será discutida a relevância dos resultados obtidos no capítulo 4 e, adicionalmente, serão propostos desdobramentos.

Capítulo 6 – Referências Bibliográficas: nesse capítulo serão apresentadas as referências de todos os trabalhos citados nessa dissertação.

Capítulo 2 – A Gestão de Competências por Processos

A crescente complexidade do ambiente no qual as empresas estão inseridas, aliado à dificuldade de obtenção de vantagens competitivas sustentáveis, trouxe à tona, no final do século XX, um novo paradigma: a necessidade de investimentos sistemáticos em gestão de recursos humanos, por serem os mesmos responsáveis pela geração dos diferenciais competitivos de mais difícil imitação (CHIAVENATO, 2005; HUSELID, M. apud BARNEY & HESTERLY, 2006).

A percepção desse fato levou ao desenvolvimento de uma série de técnicas visando à efetividade operacional através de uma melhor utilização desses recursos. Nesse âmbito, a GCP se apresenta como uma proposta de método para gerenciamento do conhecimento tácito presente nas organizações.

Definindo competência como a capacidade de um determinado indivíduo de executar certa atividade e obter resultados desejáveis (CARDOSO, 2004), o objetivo de qualquer método de Gestão de Competências é comparar a necessidade com a disponibilidade de competência dos indivíduos, identificando os locais onde estão presentes essas diferenças (*gaps*), e gerando assim insumo para uma série de ações direcionadas a diminuir ou acabar com esses *gaps*, como treinamentos, admissões e realocações, por exemplo.

O principal diferencial da GCP em relação aos métodos tradicionais de Gestão de Competências é o fato de que a unidade de análise da mesma não é a função à qual o profissional está alocado, mas o processo que esse profissional executa. Ora, é nos processos que os objetivos de uma empresa se materializam, as unidades funcionais são apenas abstrações, agrupamentos de processos com algum grau de similaridade que possam gerar ganhos de produtividade. Dessa forma, essa mudança na forma de enxergar a questão não só torna o método mais preciso que os demais como elimina distorções causadas pelos agrupamentos dos processos. Como tratar, por exemplo, a necessidade de competência de uma unidade organizacional (independente de ser essa uma diretoria, gerência ou até mesmo uma só pessoa) que agrupa diversos processos com necessidades diferentes para uma mesma competência?

Assim, a GCP se constitui de uma série de algoritmos que se propõem a tratar do conhecimento dos indivíduos com um viés processual. Dessa forma, um outro diferencial desse método é a abordagem quantitativa que o mesmo propõe, uma vez que

a maioria das abordagens propostas na literatura para gestão de competências se limita a métodos qualitativos (DAVENPORT & PRUSAK, 1998; BUKOWITZ & WILLIAMS, 2002).

É essa abordagem quantitativa que esse capítulo pretende explorar. Dessa maneira, seu primeiro e mais simples objetivo é apresentar os algoritmos de cálculo dos indicadores agregados tal qual propostos inicialmente. Em um segundo momento, pretende-se identificar as possibilidades de melhoria existentes nos mesmos, porém sem ainda mudar ou questionar a lógica matemática subjacente. Finalmente, serão discutidos os motivos para a necessidade de mudança dessa lógica.

2.1. Os algoritmos de cálculo dos indicadores da GCP

A aplicação da GCP pressupõe que a organização tenha mapeados seus processos e suas árvores de competências. Há diversos métodos possíveis para cada uma das modelagens (SANTOS, 2002; SANTOS, SOARES & CARDOSO, 2003), mas está fora do escopo desse trabalho discuti-los. Dessa maneira, partir-se-á aqui do princípio que ambos foram modelados previamente.

Uma outra consideração a ser feita antes da apresentação dos algoritmos diz respeito ao fato que, diferentemente do clássico modelo CHA (Conhecimento, Habilidade e Atitude) de competência apresentado na literatura (LOPES, 2007), CARDOSO (2004) propõe que o conceito de competência, para os efeitos da modelagem, seja entendido como a soma de conhecimento, atitude e experiência (em parte devido à experiência ser bem mais facilmente mensurável do que a habilidade). No caso das atitudes, o tratamento algorítmico das mesmas é exatamente o mesmo dado aos conhecimentos, o que dispensa que as mesmas sejam apresentadas separadamente nesse trabalho. Já quanto às experiências, CARDOSO (2004) propõe que as mesmas sejam tratadas em uma escala de tempo, ou seja, um indivíduo pode ter ou não os anos de experiência necessários para executar determinada tarefa.

Esse tratamento dispensado às experiências faz com que a necessidade de aplicação da matemática *fuzzy* nas mesmas seja bem menor do que nos conhecimentos e atitudes. De fato, o tempo de experiência que um colaborador tem na execução de determinada atividade pode ser facilmente contado e comprovado, seja ele medido em anos, meses ou dias. Não há incerteza nesse tipo de tratamento. Dessa maneira, esse

trabalho tratará apenas de conhecimentos (e atitudes que, conforme já dito, possuem tratamento idêntico). Assim, daqui em diante, os termos conhecimento e competência serão usados como sinônimos.

Tal qual exposto por CARDOSO (2004), os algoritmos da GCP necessitam dos seguintes dados de entrada:

1. Os processos¹ a serem abordados com suas respectivas necessidades de competências (tabela 1);

Tabela 1: Processos abordados e suas respectivas necessidades de competências

Conhecimentos	Processos			
	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄
K ₁	A	B		
K ₂	M		MA	
K ₃		A		MB
K ₄	MA		M	

Fonte: adaptado de CARDOSO (2004)

2. Os profissionais alocados aos processos com suas respectivas disponibilidades de competências (tabela 2);

Tabela 2: Profissionais alocados aos processos e suas disponibilidades de competências

Conhecimentos	Profissionais		
	H ₁	H ₂	H ₃
K ₁	B	A	M
K ₂	A		MB
K ₃	B	M	
K ₄	A		MA

Fonte: adaptado de CARDOSO (2004)

3. A alocação dos profissionais aos processos, ou seja, quais profissionais estão alocados a que processos (tabela 3);

¹ Utilizou-se o termo “processo” no sentido definido por MELAO & PIDD (2000): um conjunto de atividades ordenadas com o intuito de alcançar um objetivo. Porém, para os algoritmos da GCP não é relevante se esse levantamento é feito no nível do processo, das atividades ou até mesmo das operações.

Tabela 3: Alocação dos profissionais aos processos.

Processos	Profissionais		
	H ₁	H ₂	H ₃
P ₁	X		X
P ₂		X	
P ₃		X	X
P ₄	X	X	

Fonte: adaptado de CARDOSO (2004)

4. Finalmente, para que essas tabelas possam ser transformadas em matrizes e os algoritmos sejam aplicados, é necessário que as proficiências apresentadas nas tabelas 1 e 2 sejam substituídas por um número. CARDOSO (2004) propõe a seguinte relação:

Tabela 4: Proficiências utilizadas

Sigla	Proficiência	Escalar
0	0	0
B	Baixo	1
MB	Médio Baixo	3
M	Médio	5
MA	Médio Alto	7
A	Alto	9

Fonte: adaptado de CARDOSO (2004)

A partir disso, as tabelas 1, 2 e 3 podem ser transformadas nas matrizes A, B e C, respectivamente, como segue:

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 3 \\ 7 & 0 & 5 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 5 \\ 9 & 0 & 3 \\ 1 & 5 & 0 \\ 9 & 0 & 7 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Com essas 3 matrizes e algumas operações algébricas simples é possível calcular os indicadores agregados da GCP²:

✓ **Grau de Necessidade do Conhecimento nos Processos (NPK):**

pode ser obtido somando as linhas da matriz A. Ou seja:

○ $NPK_{K1} = 9 + 1 = 10;$

² Vale destacar que os cálculos dos *gaps* de conhecimento dos indivíduos não requerem a utilização desses algoritmos para serem determinados. Os mesmos são calculados individualmente, célula a célula.

- $NPK_{K2} = 5 + 7 = 12;$

- $NPK_{K3} = 9 + 3 = 12;$

- $NPK_{K4} = 7 + 5 = 12;$

✓ **Grau de Necessidade do Conhecimento na Organização**

(NOK): esse indicador é obtido multiplicando as matrizes A, C e C^T . A primeira multiplicação ($A \times C$) retorna uma matriz com a necessidade de conhecimento de cada profissional (que não pode ser tomada como um indicador individual, já que extrapola os limites da escala de proficiências). Já a segunda multiplicação ($(A \times C) \times C^T$), retorna a necessidade total de cada conhecimento nos processos, já balanceada pelo número de pessoas que executa cada um deles.

$$Ax Cx C^T = \begin{pmatrix} 18 & 1 & 10 & 10 \\ 17 & 7 & 19 & 12 \\ 3 & 12 & 12 & 15 \\ 19 & 5 & 17 & 12 \end{pmatrix}$$

Somando as linhas dessa matriz, é possível obter a necessidade total de um dado conhecimento para a organização. Dessa maneira:

- $NOK_{K1} = 18 + 1 + 10 + 10 = 39;$

- $NOK_{K2} = 17 + 7 + 19 + 12 = 55;$

- $NOK_{K3} = 3 + 12 + 12 + 15 = 42;$

- $NOK_{K4} = 19 + 5 + 17 + 12 = 53.$

✓ **Disponibilidade do Conhecimento na Organização (DOK):** esse

indicador pode ser obtido a partir da soma das linhas da matriz B:

- $DOK_{K1} = 1 + 9 + 5 = 15;$

- $DOK_{K2} = 9 + 0 + 3 = 12;$

- $DOK_{K3} = 1 + 5 + 0 = 6;$

- $DOK_{K4} = 9 + 0 + 7 = 16.$

✓ **Disponibilidade do Conhecimento dos Processos (DPK):** de

maneira similar ao NOK, esse indicador necessita do cálculo da

matriz BxC^T . A partir daí, basta somar suas linhas para saber a disponibilidade de cada conhecimento na organização.

$$BxC^T = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 14 & 10 \\ 12 & 0 & 3 & 9 \\ 1 & 5 & 5 & 6 \\ 16 & 0 & 7 & 9 \end{pmatrix}$$

- $DPK_{K1} = 6 + 9 + 14 + 10 = 39$;
- $DPK_{K2} = 12 + 0 + 3 + 9 = 24$;
- $DPK_{K3} = 1 + 5 + 5 + 6 = 17$;
- $DPK_{K4} = 16 + 0 + 7 + 9 = 32$.

✓ **Descobertura do Conhecimento na Organização (ΔKO):** para obter o indicador ΔKO , é necessário efetuar a subtração entre a necessidade de conhecimento na organização ($AxCxC^T$) e a disponibilidade (BxC^T) e, em seguida, somar as linhas para descobrir o *gap* de cada conhecimento. Porém, se esse cálculo for feito da maneira indicada, os eventuais excessos de conhecimento em um processo encobrirão faltas nos outros. Como isso não acontece na realidade, os números negativos (excessos) serão ignorados nas somas das linhas:

$$AxCxC^T - BxC^T = \begin{pmatrix} 12 & -8 & -4 & 0 \\ 5 & 7 & 16 & 3 \\ 2 & 7 & 7 & 9 \\ 3 & 5 & 10 & 3 \end{pmatrix}$$

- $\Delta KO_{K1} = 12 + 0 = 12$;
- $\Delta KO_{K2} = 5 + 7 + 16 + 3 = 31$;
- $\Delta KO_{K3} = 2 + 7 + 7 + 9 = 25$;
- $\Delta KO_{K4} = 3 + 5 + 10 + 3 = 21$.

✓ **Descobertura Relativa do Conhecimento na Organização ($\Delta KO\%$):** de posse do *gap* de cada conhecimento na organização e de suas respectivas necessidades, é possível calcular qual é essa descobertura em relação à necessidade total. Apesar de esse

indicador não estar explicitamente proposto em CARDOSO (2004), calculá-lo é interessante por possibilitar que no futuro os métodos possam ser comparados independentemente da escala utilizada em cada aplicação. Assim:

- $\Delta KO\%_{K1} = 12/39 = 30,8\%$;
- $\Delta KO\%_{K2} = 31/55 = 56,4\%$;
- $\Delta KO\%_{K3} = 25/42 = 59,5\%$;
- $\Delta KO\%_{K4} = 21/53 = 39,6\%$.

✓ **Descobertura de Conhecimento do Processo (ΔKP):** para obter esse indicador basta somar as colunas da matriz $Ax Cx C^T - Bx C^T$, já calculada, ignorando as parcelas negativas, dados os motivos antes apresentados. Assim, tem-se:

- $\Delta KP_1 = 12 + 5 + 2 + 3 = 22$;
- $\Delta KP_2 = 7 + 7 + 5 = 19$;
- $\Delta KP_3 = 16 + 7 + 10 = 33$;
- $\Delta KP_4 = 0 + 3 + 9 + 3 = 15$.

✓ **Descobertura Relativa do Conhecimento do Processo ($\Delta KP\%$):** de forma similar ao cálculo do indicador $\Delta KO\%$, é possível calcular a descobertura relativa do conhecimento em cada processo. Porém, a necessidade de cada processo deve ser calculada a partir de cada uma das colunas da já calculada matriz $Ax Cx C^T$. Assim, tem-se:

- $\Delta KP\%_1 = 22/(18+17+3+9) = 46,8\%$;
- $\Delta KP\%_2 = 19/(1+7+12+5) = 76,0\%$;
- $\Delta KP\%_3 = 33/(10+19+12+17) = 56,9\%$;
- $\Delta KP\%_4 = 15/(10+12+15+12) = 30,6\%$.

✓ **Descobertura de Conhecimento Total (ΔKT):** diferentemente do ΔKP antes apresentado, este indicador representa o *gap* total de conhecimentos da organização, e não de um conhecimento

específico. Para calculá-lo, é preciso somar todos os elementos da matriz $(Ax_Cx_C^T - Bx_C^T)$, ignorando os negativos, e dividir o resultado pela soma dos elementos da matriz Bx_C^T .

○ $\Delta KT = 89/112 = 0,794 = 79,4\%$.

Uma vez expostas essas heurísticas da GCP, a próxima seção as discutirá do ponto de vista de sua lógica interna, ou seja, se os resultados apresentados são de fato os que o autor visava.

2.2. Os problemas dos algoritmos derivados da representação matricial da GCP

A utilização de matrizes para o cálculo dos indicadores acima apresentados, apesar de facilitar consideravelmente o entendimento por um analista externo que não seja especialista no assunto, gerou uma falha no cálculo dos mesmos. A questão central é que, para o cálculo desses indicadores, do ponto de vista matemático, a utilização das matrizes é inadequada.

É interessante notar que os erros citados não desmerecem a pesquisa realizada. Conforme já foi apontado, o método proposto por CARDOSO (2004) é eficaz, e representa de fato um avanço comprovado em relação à Gestão de Competências Funcional (GCF). A questão em pauta é a representação algorítmica para o cálculo dos indicadores agregados, que não traduz fielmente a proposta do autor.

Isso fica claro no cálculo de ΔKO . A matriz $Ax_Cx_C^T$ deveria representar em suas linhas os conhecimentos e, em suas colunas, os processos. Sendo assim, caso fosse escolhida a célula 3x1, dever-se-ia obter a necessidade de K_3 para P_1 . Na realidade, o que se observa é que em boa parte das células isso não ocorre.

O problema, que pode ser observado na célula 2x1, é que boa parte da necessidade de conhecimento que está atribuída ao processo P_1 é, na verdade, oriunda de P_3 . A figura 5 ilustra esse argumento.

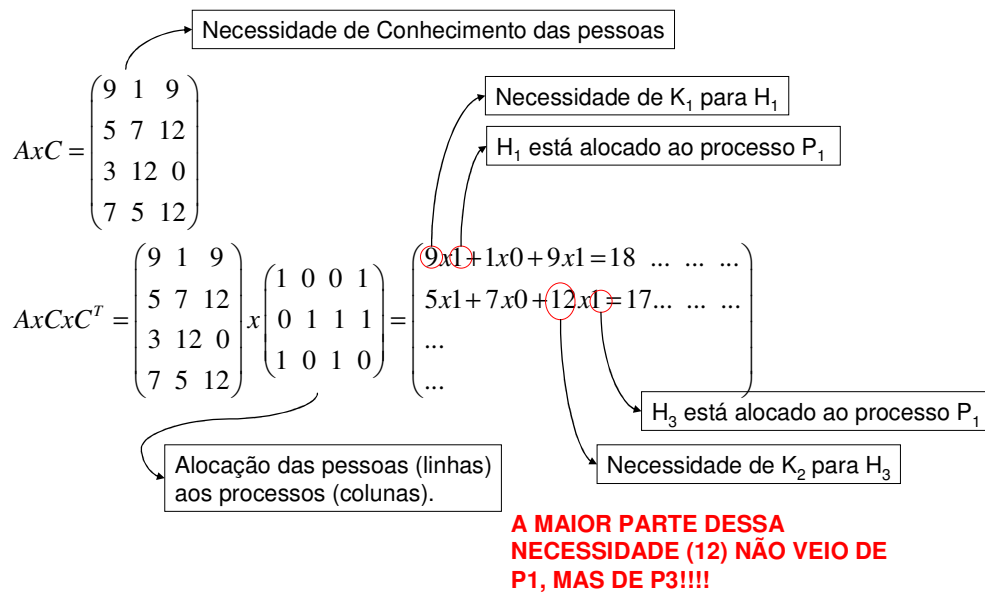


Figura 5: Como a multiplicação das matrizes gera erro para o cálculo de alguns indicadores da GCP

Fonte: o Autor

Como se observa na figura acima, ao se realizar a multiplicação da matriz AxC pela matriz C^T , o resultado final não é o esperado. O que está acontecendo ali é que o colaborador H_3 , que também está alocado a P_1 , tem um *gap* grande no conhecimento K_2 , só que no processo P_3 , e não no P_1 . A questão é que a multiplicação das matrizes soma as necessidades indiscriminadamente. Assim, a célula $2x1$ não representa a necessidade total de K_2 para o processo P_1 . Ela representa a necessidade total de K_2 para todos os colaboradores que estão alocados em P_1 , independente se essa necessidade é em qualquer outro processo. Isso gera alguns problemas, como a célula $3x1$. Uma rápida análise da matriz A mostra que P_1 não necessita do conhecimento K_3 . A necessidade total de K_3 para P_1 apresentada na matriz $AxCxC^T$ deveria, então, ser igual a zero.

Ainda sobre o cálculo do ΔKO , o mesmo apresenta mais um problema. A matriz BxC^T , apesar de realmente representar a disponibilidade total de um dado conhecimento em um determinado processo, não poderia ser usada para fazer esse cálculo. O problema é que cada célula de BxC^T , similarmente ao caso de $AxCxC^T$, possui informações de mais de um colaborador. Dessa forma, eventuais *gaps* de conhecimento de um profissional poderiam ser supridas caso algum dos outros alocados ao mesmo processo tivesse um excesso.

Esse número representa a disponibilidade total de K_1 para P_1

$$BxC^T = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 5 \\ 9 & 0 & 3 \\ 1 & 5 & 0 \\ 9 & 0 & 7 \end{pmatrix} x \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1x1+9x0+5x1=6 & \dots & \dots & \dots \\ 9x1+0x0+3x1=12 & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

Disponibilidade de K_1 do H_1
 H_1 está alocado a P_1
Disponibilidade de K_1 do H_3
 H_3 está alocado a P_1

Figura 6: Ilustração do real significado da matriz BxC^T

Fonte: O autor

A figura 6 pode ilustrar a argumentação. A partir dela, pode-se concluir que caso a necessidade de K_1 para P_1 fosse MB (3), o cálculo de ΔKO a partir de BC^T mascararia o problema. Como são dois colaboradores alocados a P_1 , sua necessidade total seria de 6 unidades, ou seja, igual à disponibilidade calculada, resultando em ausência de *gap*. Porém, a realidade é que o colaborador H_3 tem um excesso de 2 unidades (já que sua proficiência em K_1 é média), enquanto H_1 tem uma falta dessa mesma ordem (proficiência baixa). Nesse caso, há um *gap* de duas unidades.

Ainda se poderia argumentar que essa compensação talvez ocorresse na realidade, no caso de tarefas colaborativas. Porém, esse caso é uma exceção à regra, não podendo ser utilizado para generalização. Em razão do custo-benefício da modelagem (PIDD, 1999), um processo não é comumente detalhado até suas tarefas, assim como a GCP dificilmente seria aplicada nesse nível da modelagem. Mesmo existindo um processo todo executado colaborativamente, seria um caso atípico. O mais comum, que é aqui usado como regra, é a divisão das atividades entre os colaboradores. E, nesse caso, o excesso de conhecimento de um não pode compensar a falta de outros.

Para o caso das atividades colaborativas, o excesso de competência de um colaborador, mesmo suprimindo a falta de outro, geraria também uma sobrecarga de trabalho para o primeiro. Essa discussão gera ao menos duas questões relevantes que, apesar de não estarem no escopo dessa pesquisa, merecem ser objeto de uma

investigação mais detalhada. A primeira consiste na adição das variáveis “necessidades de homem-hora” e “disponibilidade de homem-hora” nos algoritmos da GCP, ou seja, a discussão conjunta de competência e carga de trabalho. A segunda é a necessidade de se prescrever em que nível de detalhamento dos processos a GCP teria uma aplicação ótima, considerando o alto custo e a imensa massa de dados a serem processados quando os processos são por demais detalhados e a perda de análises relevantes quando os mesmos são tratados de forma muito agregada.

2.3. A solução para o problema algorítmico

A alternativa proposta para o cálculo dos indicadores acima discutidos passa, necessariamente, pelo abandono da lógica matricial. Porém, é inegável que a utilização das estruturas das matrizes por CARDOSO (2004) facilitou a visualização e o entendimento do que cada dado representa dentro do conjunto total. Ainda, quando se imagina a aplicação do método em um contexto de centenas de processos, pessoas e conhecimentos, percebe-se que não é razoável organizá-los de outra maneira, o autor organizou-os de forma que os levantamentos de dados fossem facilitados. Dessa forma, apesar de não ser possível que o algoritmo lance mão de operações matriciais típicas, os dados continuarão serão apresentados dessa maneira.

Partindo do caso antes proposto, tem-se que as matrizes A, B e C, que representam, respectivamente, as necessidades de competência dos processos, as disponibilidades de competência das pessoas e suas alocações aos processos são:

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 3 \\ 7 & 0 & 5 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 5 \\ 9 & 0 & 3 \\ 1 & 5 & 0 \\ 9 & 0 & 7 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Com essas matrizes, o Grau de Necessidade de Conhecimento nos Processos (NPK) pode ser calculado da forma antes apresentada, ou seja, somando as linhas da matriz A. O resultado obtido é o já calculado.

Já o cálculo do Grau de Necessidade de Conhecimento na Organização (NOK) precisa ser revisto. A matriz AxC de fato representa a necessidade total de conhecimento das pessoas, mas seu uso prático é muito limitado. Ela só se presta como indicador no nível do indivíduo, que pode obter, a partir da mesma, qual o

conhecimento é mais necessário para o desempenho das suas atividades. Já para outros fins, a mesma é inútil, pois já carrega em suas células a soma de necessidades de diversos processos que não poderá ser desmembrada.

Como essa matriz pretende apresentar, em cada uma de suas células, a necessidade total de um conhecimento para um dado processo, a forma correta de se calcular essa matriz seria, para determinar sua coluna j multiplicar a j -ésima coluna da matriz A pelo escalar resultante da soma das células da j -ésima linha da matriz C . Assim, obter-se-ia:

$$M_{\text{NOK}} = \begin{pmatrix} 9x(1+0+1) & 1x(0+1+0) & 0x(0+1+1) & 0x(1+1+0) \\ 5x(1+0+1) & 0x(0+1+0) & 7x(0+1+1) & 0x(1+1+0) \\ 0x(1+0+1) & 9x(0+1+0) & 0x(0+1+1) & 3x(1+1+0) \\ 7x(1+0+1) & 0x(0+1+0) & 5x(0+1+1) & 0x(1+1+0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 1 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 14 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 6 \\ 14 & 0 & 10 & 0 \end{pmatrix}$$

Com essa nova matriz, que representa corretamente o que a antiga $AxCxCT$ deveria representar, é possível calcular corretamente o indicador NOK. Tem-se assim:

- $\text{NOK}_{K1} = 18 + 1 + 0 + 0 = 19$;
- $\text{NOK}_{K2} = 10 + 0 + 14 + 0 = 24$;
- $\text{NOK}_{K3} = 0 + 9 + 0 + 6 = 15$;
- $\text{NOK}_{K4} = 14 + 0 + 10 + 0 = 24$.

O cálculo do Grau de Disponibilidade do Conhecimento na Organização (DOK), assim como para o NPK, não sofre alterações. Já quanto ao Grau de Disponibilidade do Conhecimento dos Processos (DPK), a matriz não representa problemas por si só, ou seja, suas células de fato representam aquilo a que se propõem. Contudo, como antes comentado, a matriz BxC^T (origem do indicador DPK) não pode ser utilizada para o cálculo do Grau de Descobertura do Conhecimento na Organização (ΔKO). O cálculo desse indicador é um tanto mais complicado do que o dos demais.

Para calcular esse indicador, serão necessárias as matrizes M_{NOK} e uma outra matriz³, que será denominada M_{DPT} . A matriz M_{DPT} conterà em cada uma de suas células um conjunto formado por todos os conhecimentos disponíveis em determinado

³ A denominação “matriz”, como antes ressaltado, refere-se apenas ao fato de que o cruzamento das linhas com as colunas fornece uma informação relevante, e não à denominação matemática estrita.

processo. Na verdade, essa matriz é uma espécie de desmembramento da $B \times C^T$, pois enquanto essa somava em suas células as disponibilidades dos diferentes colaboradores alocados a um dado processo, aquela apresentará os dados separadamente, como um conjunto. Para formá-la, é necessário obter, de cada processo j , quais colaboradores estão nele alocados e, em seguida, obter a disponibilidade desses colaboradores para o conhecimento i . Assim, essa nova matriz será assim representada:

$$M_{DPT} = \begin{pmatrix} (1;5) & (9) & (9;5) & (1;9) \\ (9;3) & (0) & (0;3) & (9;0) \\ (1;0) & (5) & (5;0) & (1;5) \\ (9;7) & (0) & (0;7) & (9;0) \end{pmatrix}$$

Apenas exemplificando, o conjunto (1;5), célula a_{11} da matriz quer dizer que há dois colaboradores alocados ao P1, e suas proficiências em K1 são Baixa (1) e Média (5). Como o número de colaboradores alocados a um dado processo varia, os conjuntos não têm a mesma cardinalidade.

Agora, para que seja calculada a matriz com os *gaps*, ou seja, para que seja possível subtrair as disponibilidades das necessidades, é preciso corrigir M_{DPT} . O objetivo dessa correção é impedir que eventuais excessos de um colaborador supram faltas de outros. Para isso, deve-se passar pelos seguintes passos, para cada uma das células:

1. Dividir a célula a_{ij} da matriz M_{NOK} pela cardinalidade (c) do conjunto existente na célula a_{ij} da matriz M_{DPT} , obtendo um escalar f ;
2. Comparar esse f com cada um dos elementos do conjunto a_{ij} da matriz M_{DPT} . Caso f seja estritamente menor que algum dos elementos, substituir o elemento por f .

Na verdade, o que está se fazendo nos passos acima, assim colocados para facilitar os cálculos no caso de um grande volume de dados, é dividir cada necessidade de um processo pelo número de pessoas alocadas no mesmo e, em seguida, comparar esse número com cada uma das disponibilidades. Se uma disponibilidade for maior que a necessidade, ela automaticamente se torna igual à necessidade⁴. Ou seja, não há *gap*

⁴ Adicionalmente, o que essa etapa do método está fazendo é ocultar os eventuais excessos de conhecimento. Vale, então, ressaltar que tais excessos poderiam ser explicitados (o que seria útil em um

para esse colaborador, mas poderá haver para outros. Assim, a matriz M_{DPT} corrigida seria (M_{DPT}'):

$$M_{DPT}' = \begin{pmatrix} (1;5) & (1) & (0;0) & (0;0) \\ (5;3) & (0) & (0;3) & (0;0) \\ (0;0) & (5) & (0;0) & (1;3) \\ (7;7) & (0) & (0;5) & (0;0) \end{pmatrix}$$

As células dessa matriz representam os conhecimentos que são de fato empregados em cada processo. Ou seja, a célula a_{44} mostra que, por mais que o colaborador H1 possua proficiência alta em K4, como esse processo não necessita que se utilize esse conhecimento, ele não é empregado.

Agora, para transformar a matriz M_{DPT}' em uma matriz de fato, basta transformar cada um de seus conjuntos em um escalar, que é a soma de seus elementos. Ou seja:

$$M_{DPT}' = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 0 & 0 \\ 8 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 4 \\ 14 & 0 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

Finalmente, pode-se então subtrair M_{DPT}' de M_{NOK} para encontrar a matriz de *gaps*:

$$M_{NOK} - M_{DPT}' = \begin{pmatrix} 12 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 11 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

A partir dessa matriz, pode-se recalculer os indicadores ΔKO e $\Delta KO\%$ para cada conhecimento e compará-los com os resultados antes obtidos:

- $\Delta KO_{K1} = 12 + 0 + 0 + 0 = 12;$
- $\Delta KO\%_{K1} = 12/19 = 63,2\% ;$

caso em que o objetivo fosse realocar profissionais) fazendo a operação oposta: ao comparar o escalar f com os elementos das células de M_{DPT} , sempre que f for maior que o elemento, ele será substituído por f . A matriz $M_{NOK} - M_{DPT}'$ passará então a representar uma matriz de excessos por processos, e não mais uma matriz de *gaps*.

- $\Delta KO_{K2} = 2 + 0 + 11 + 0 = 13$;
- $\Delta KO\%_{K2} = 13/24 = 54,2\%$;
- $\Delta KO_{K3} = 0 + 4 + 0 + 2 = 6$;
- $\Delta KO\%_{K3} = 6/15 = 40,0\%$;
- $\Delta KO_{K4} = 0 + 0 + 5 + 0 = 5$.
- $\Delta KO\%_{K4} = 5/24 = 20,8\%$.

Tabela 5: Comparação entre os indicadores $\Delta KO\%$ dos métodos original e aprimorado

	Método Original	Método Corrigido	Módulo do erro relativo
$\Delta KO\%_{K1}$	0,308	0,632	51,2%
$\Delta KO\%_{K2}$	0,564	0,542	4,1%
$\Delta KO\%_{K3}$	0,595	0,400	48,8%
$\Delta KO\%_{K4}$	0,396	0,208	90,1%

Fonte: o Autor

Pode-se também, de maneira similar, recalculer os indicadores ΔKP e $\Delta KP\%$ para cada um dos processos e compará-los com os resultados já obtidos. Para o cálculo da descobertura relativa, é necessário calcular antes a necessidade de cada conhecimento em cada processo já balanceada pelo número de profissionais alocados, bastando assim somar as colunas da já calculada matriz M_{NOK} :

- $\Delta KP_{K1} = 12 + 2 + 0 + 0 = 14$;
- $\Delta KP_{K1} = 14/(18+10+0+4) = 33,3\%$;
- $\Delta KP_{K2} = 0 + 0 + 4 + 0 = 4$;
- $\Delta KP_{K2} = 4/(1+0+9+0) = 40,0\%$;
- $\Delta KP_{K3} = 0 + 11 + 0 + 5 = 16$;
- $\Delta KP_{K3} = 16/(0+14+0+10) = 66,7\%$;
- $\Delta KP_{K4} = 0 + 0 + 2 + 0 = 2$;
- $\Delta KP_{K4} = 2/(0+0+6+0) = 33,3\%$.

Tabela 6: Comparação entre os indicadores $\Delta KP\%$ dos métodos original e corrigido

	Método Original	Método Corrigido	Módulo do erro relativo
$\Delta KP\%_1$	0,468	0,333	40,4%
$\Delta KP\%_2$	0,760	0,400	90,0%
$\Delta KP\%_3$	0,569	0,667	14,7%
$\Delta KP\%_4$	0,306	0,333	8,2%

Fonte: o Autor

Finalmente, de posse de todos os dados corrigidos, é possível calcular de forma correta o indicador ΔKT , ou seja, o *gap* total da organização. Assim, tem-se que:

$$\circ \Delta KT = (12+2+4+11+5+2)/(18+10+14+1+9+14+10+6) = 43,9\%.$$

Tabela 7: Comparação entre os indicadores ΔKT dos métodos original e corrigido

	Método Original	Método Corrigido	Módulo do erro relativo
ΔKT	0,795	0,439	81,0%

Fonte: o Autor

É relevante ressaltar que a partir dessas matrizes, outros indicadores poderiam ser também calculados, de acordo com a necessidade de cada organização. Foram apresentados aqui os mais genéricos, e também os que eram necessários para que todos os problemas fossem corrigidos. Dado que essa etapa está cumprida, é possível discutir o problema da lógica que embasa a GCP.

2.4. O problema de limitação da análise da GCP

Além dos já apresentados problemas no cálculo de alguns de seus indicadores, a GCP apresenta uma outra limitação, referente à lógica empregada. Explorar esse problema e encaminhar a solução são os objetivos dessa seção.

A GCP apresenta 5 níveis de proficiência: Baixo, Médio Baixo, Médio, Médio Alto e Alto. Como a mesma aceita o não-preenchimento, ou seja, aceita a proficiência Zero, pode-se falar em 6 níveis de proficiência. Por mais que essa explicação não esteja detalhada em CARDOSO (2004), o tratamento dado pelos algoritmos (particularmente no cálculo do ΔKT) permite deduzir a relação abaixo entre proficiências e porcentagem de conhecimento de determinado assunto.

Tabela 8: Equivalência entre proficiências da GCP e conhecimento de dado assunto

Proficiência	% de Conhecimento
0	0
B	11,1%
MB	33,3%
M	55,5%
MA	77,8%
A	100%

Fonte: o Autor

Pois bem, a questão é que quando alguém, auto-avaliando⁵ seu conhecimento em determinado assunto afirma que o mesmo é médio, dificilmente essa informação significará que tal pessoa conhece 55,5% daquele assunto. O mesmo vale para a necessidade de conhecimento de cada processo.

Vale perceber que o que está sendo discutido não é a quantidade de níveis de proficiência. Aumentar a escala para 11 níveis de proficiência (de 0 a 100, de 10 em 10) ou até mesmo para 101 não resolveria o problema, porque ele é inerente à natureza das variáveis discutidas.

A questão é que, independente do número de níveis ou método de aferição das competências, esse levantamento sempre carregará consigo um grau de incerteza muito grande, porque a variável “grau de conhecimento de determinado assunto” é, por natureza, vaga, imprecisa. Assim, tratar essas variáveis de acordo com a lógica clássica, como exposto, parece uma excessiva simplificação da realidade, que pode acabar retornando indicadores pouco acurados. Faz-se necessário, então, romper com a mesma.

⁵ CARDOSO (2004) comenta a existência de possíveis outros métodos de levantamento de competências disponíveis, além da auto-avaliação. Porém, qualquer outro método mais preciso aumenta consideravelmente sua duração e seu custo de implantação. De qualquer maneira, a argumentação que segue, apesar de calcada nessa forma de levantamento, pode ser facilmente, estendida para qualquer outra.

Capítulo 3 – A matemática *fuzzy*

O estudo da lógica matemática clássica teve início ainda na Grécia Antiga, com Aristóteles. Em seu cerne, tal estudo se limitava à análise de determinados argumentos válidos que implicariam uma conclusão também válida, os silogismos. Desde então, diversos desdobramentos dessa lógica foram propostos (notoriamente por Leibniz, Boole e, mais atualmente, Bertrand Russel). Porém, não seria exagero dizer, nenhuma representou tamanha quebra de paradigma como a lógica *fuzzy*.

Apesar de contar com pouco mais de 40 anos, esse campo de conhecimento já possui uma considerável quantidade de referências bibliográficas. É relevante ressaltar que o objetivo desse capítulo não é esgotar a teoria, tarefa essa que seria inviável e desnecessária. A revisão bibliográfica foi feita de forma que possibilitasse ao autor entender como as diversas ferramentas se arranjam para formar um quadro conceitual coeso e selecionar, entre elas, o que será necessário para a elaboração do trabalho. Esse ferramental será exposto em seguida.

Inicialmente proposta em uma publicação datada de 1965 (ZADEH, 1965), a lógica *fuzzy* vem desde então sendo aplicada às mais diversas áreas do conhecimento, notoriamente engenharia (SHAW & SIMOES, 1999) e economia (YAGER, 2000). O desenvolvimento dos sistemas de controle baseados nessa lógica permitiu o desenvolvimento e/ou aprimoramento de uma série de utensílios do dia-a-dia, tais como câmeras de vídeo, fornos de microondas, ares-condicionados, entre outros (SHAW & SIMÕES, 1999).

Apesar, de possuir desdobramentos consideravelmente complexos, a lógica *fuzzy* baseia-se em princípios simples, um tanto intuitivos. De fato, ZADEH (1965) argumenta que esse método é inerente à natureza humana. Porém, para compreendê-lo, é necessário antes entender o cerne da lógica clássica.

Na teoria clássica dos conjuntos, da qual deriva a lógica clássica, o conceito de pertinência de um elemento a um conjunto é bem definido, pois um determinado elemento x pode pertencer ou não a um conjunto A , a saber:

$$f_A(x) = \begin{cases} 1, & \Leftrightarrow x \in A \\ 0, & \Leftrightarrow x \notin A \end{cases}$$

Dessa maneira, caso seja apresentado o conjunto $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$, pode-se afirmar que $f_A(0) = 1$, pois $0 \in A$. De maneira similar, $f_A(6) = 0$, já que $6 \notin A$.

Essa noção clássica de lógica é útil e suportou o desenvolvimento da matemática e de diversas outras ciências por muito tempo. Porém, a mesma não se apresenta suficiente para descrever o mundo real com sua plena complexidade. Um exemplo recorrente da limitação da lógica clássica na descrição e análise do mundo é o problema da classificação em alturas.

Supondo que se pretende atribuir a todos os homens de uma dada população uma das quatro classificações: muito baixo, baixo, alto e muito alto. Uma possível divisão dessas três classificações está proposta abaixo:

$$f(x) = \begin{cases} x < 1,50 \Rightarrow \text{muito baixo} \\ 1,50 \leq x < 1,70m \Rightarrow \text{baixo} \\ 1,70m \leq x < 1,90 \Rightarrow \text{alto} \\ x \geq 1,90m \Rightarrow \text{muito alto} \end{cases}$$

Dessa maneira, uma possível representação gráfica do conjunto dos homens altos segundo a lógica clássica seria a seguinte:

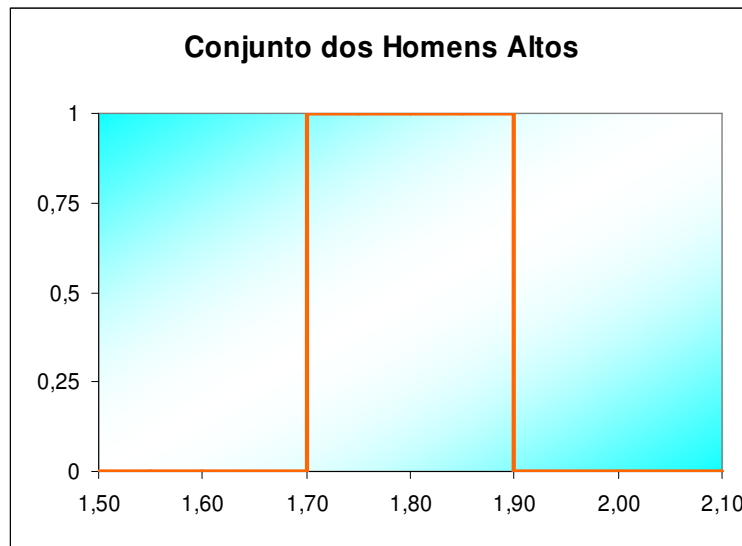


Figura 7: Conjunto dos homens altos segundo a lógica clássica

Fonte: O autor

Uma clara distorção que se apresenta é o fato de que um homem com 1,69m de altura seria, de acordo com essa classificação, considerado baixo. Porém, pode-se

perceber que o mesmo está muito mais próximo ao limite inferior dos homens altos do que ao ponto central (onde estariam os típicos representantes da categoria) dos homens baixos. Ainda, um homem com 1,70m estaria equidistante dos centros das categorias baixo e alto, mas arbitrariamente seria classificado como alto. São essas imperfeições que a lógica *fuzzy* tenta corrigir.

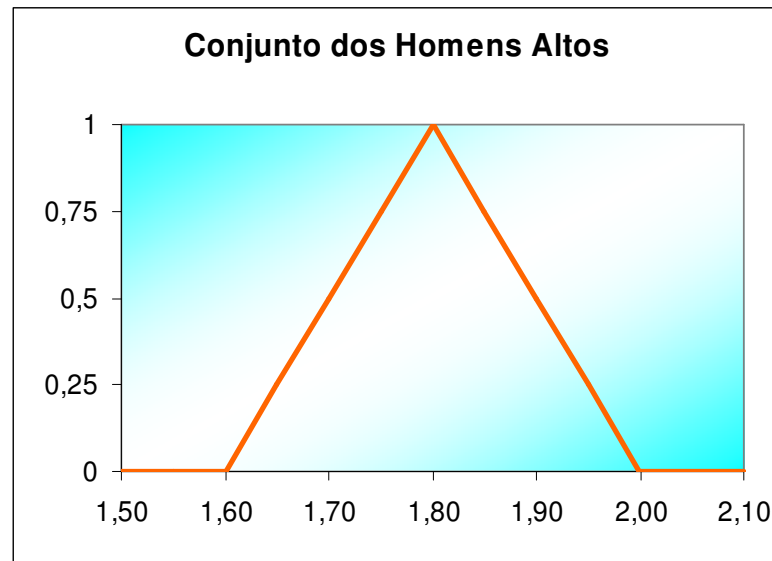


Figura 8: Conjunto dos homens altos segundo a lógica *fuzzy*

Fonte: O autor

No gráfico apresentado na figura 8, uma das possíveis representações segundo a lógica *fuzzy* do conjunto dos homens altos⁶, atribuiu-se a um intervalo de alturas diferentes pertinências. Dessa forma, pode-se dizer que alguém com 1,75m de altura pertence ao conjunto dos homens altos com uma pertinência maior do que alguém com 1,71m. Ainda mais relevante é notar que um homem com 1,75m possui pertinência maior a esse conjunto do que outro com 1,90m.

Uma vez traçado um panorama geral de o que é a lógica *fuzzy*, serão agora apresentadas separadamente a Teoria de Conjuntos *Fuzzy* (TCF) e os Sistemas de Lógica *Fuzzy*, com suas aplicações e operações. Ainda que essa quebra possa resultar na perda da exploração de inter-relações entre os assuntos, há um ganho em didática não-desprezível.

⁶ Uma outra representação razoável para esse caso seria trapezoidal, ou seja, em vez de apenas um valor de altura (1,80m) ter pertinência igual a 1, um intervalo de valores a teria.

3.1. Teoria dos Conjuntos

Neste tópico será apresentada a Teoria de Conjuntos *Fuzzy* (TCF), que embasa toda a lógica que será usada no desenvolvimento dos algoritmos da GCP *fuzzificada*. Para isso, serão antes apresentadas algumas noções básicas da Teoria Clássica de Conjuntos (TCC), de forma que o entendimento da TCF não fique prejudicado.

3.1.1. Teoria Clássica de Conjuntos

“Do paraíso criado por Cantor ninguém nos tirará”. (HILBERT apud IEZZI & MURAKAMI, 1996)

A idéia de infinito foi, por muitos séculos, extremamente controversa, não só para a matemática mas também para a filosofia e, particularmente, para a teologia. Enquanto diversos cientistas como Arquimedes e Galileu, em diferentes épocas, tentavam compreender a natureza de uma idéia que representava algo sem relação com o mundo visível, diversos teólogos, como Sto. Tomás de Aquino, refutavam a idéia por assumir que apenas Deus era absolutamente infinito. (IEZZI & MURAKAMI, 1996)

As aparentes contradições só foram solucionadas já no século XIX, por Georg Cantor. Cantor hierarquizou os conjuntos infinitos, criando a idéia de potência. Assim, na primeira categoria de escala do infinito estariam conjuntos \mathbb{N} , \mathbb{Z} e \mathbb{Q} – os conjuntos enumeráveis. Por outro lado, \mathbb{R} e \mathbb{C} teriam a mesma potência, que seria superior a dos enumeráveis. Ele mostrou ainda que a escala do infinito não possui limites, há sempre potências maiores. Dessa forma, a teoria dos conjuntos nasceu como capítulo autônomo da Matemática. (IEZZI & MURAKAMI, 1996)

De acordo com a TCC, dado um conjunto universo U , há 3 maneiras distintas de representá-lo: (NICOLETTI & CAMARGO, 2004)

1. Pela enumeração de seus elementos (método obviamente restrito para conjuntos finitos). Um conjunto A com os elementos 1, 2, 3, 4, 5 seria descrito como $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$.
2. Por meio de uma proposição que é satisfeita por seus elementos. Nesse caso, para qualquer $x \in U$ é necessário que a proposição seja verdadeira ou falsa. O conjunto A acima poderia ser então representado por $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 < x < 6\}$.

3. Por uma função característica que associe elementos do conjunto U a elementos do conjunto $\{0;1\}$, o que é expresso por:

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \in A \\ 0 & \text{se } x \notin A \end{cases}$$

Ou seja, $\forall x \in U, \chi_A(x) = 1 \Leftrightarrow x \in A$;

Algumas das definições aplicadas a conjuntos podem ser descritas a partir da função característica. Por exemplo, o conjunto A é subconjunto do conjunto B se e somente se a função característica χ_A for menor ou igual à função característica χ_B . Em linguagem matemática:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x \in U, \chi_A(x) \leq \chi_B(x)$$

As funções características da União e da Interseção de A e B também podem ser representadas a partir de suas respectivas funções características, a saber:

$$\begin{aligned} \chi_{A \cup B}(x) &= \max(\chi_A(x), \chi_B(x)) \\ \chi_{A \cap B}(x) &= \min(\chi_A(x), \chi_B(x)), \\ \forall x \in U. \end{aligned}$$

Ainda, a função característica $\chi_{\bar{A}}$ do complemento de um conjunto A pode ser obtida a partir da função característica χ_A , de acordo com a equação:

$$\chi_{\bar{A}}(x) = 1 - \chi_A(x)$$

Uma série de conceitos e propriedades da TCC foi deixada de lado nessa breve explicação. Alguns o foram por serem quase totalmente irrelevantes ao entendimento do que será apresentado a seguir. Outros, por serem conceitos ainda mais elementares do que os já apresentados (como é o caso das operações de União, Interseção etc.), o que levou o autor a assumir que seriam de conhecimento de quaisquer eventuais leitores.

A partir dessa breve apresentação, é possível apresentar a TCF de modo que seu entendimento não fique prejudicado.

3.1.2. Teoria de Conjuntos *Fuzzy*

As definições e operações com conjuntos *fuzzy* apresentam considerável similaridade com as já conhecidas da TCC. TANSCHKEIT (1998) apresenta algumas delas:

- ✓ Conjunto Vazio: $A = \emptyset \Leftrightarrow \mu_A(x) = 0$
- ✓ Complemento A: $\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$
- ✓ Conjuntos iguais: $A = B \Leftrightarrow \mu_A(x) = \mu_B(x)$
- ✓ O subconjunto de B: $A \subset B \Leftrightarrow \mu_A(x) < \mu_B(x)$

Como já foi explicado, a TCF foi proposta por ZADEH (1965) para que fosse possível o tratamento de informações imprecisas ou vagas. Dessa maneira, a função característica na TCF é uma generalização daquela da TCC de modo que a mesma possa assumir infinitos valores no intervalo $[0;1]$. Assim, sendo A um conjunto *fuzzy*, sua função de pertinência notada de μ_A é da forma:

$$\mu_A(x) : U \rightarrow [0;1]$$

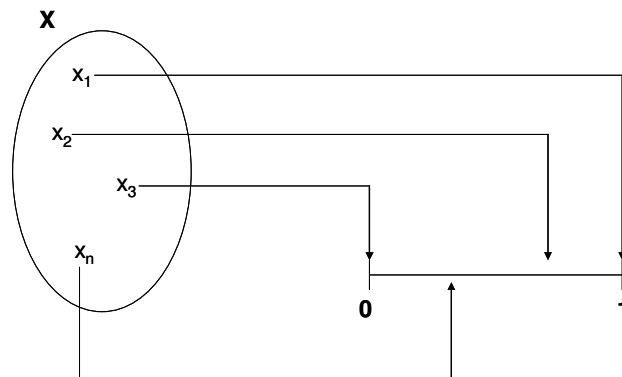


Figura 9: Representação geral de uma função de pertinência

Fonte: NICOLETTI & CAMARGO (2004)

As funções de pertinência dos conjuntos *fuzzy* podem se representadas de diversas maneiras (NICOLETTI & CAMARGO, 2004). Uma possível representação é a gráfica, apresentada na figura 8 com o exemplo do conjunto de homens altos. Uma outra possível representação seriam as representações tabular e de lista. Porém, para apresentá-las, é necessário antes que o conjunto universo seja discretizado. Dessa forma, serão usados somente os valores entre 1,60m e 2,00m, contando de 5 em 5 centímetros.

Tabela 9: Representação tabular da função de pertinência do conjunto *fuzzy* dos homens altos

$x \in A$	$\mu_A(x)$
1,60	0
1,65	0,25
1,70	0,5
1,75	0,75
1,80	1
1,85	0,75
1,90	0,5
1,95	0,25
2,00	0

Fonte: o Autor

Usando a notação de lista, esse conjunto poderia ser reescrito por:

$$A = 1,60/0 + 1,65/0,25 + 1,70/0,5 + 1,75/0,75 + 1,80/1 + 1,85/0,75 + 1,90/0,5 + 1,95/0,25 + 2/0.$$

Como os elementos cujas funções de pertinência são iguais a zero não são listados, teremos:

$$A = 1,65/0,25 + 1,70/0,5 + 1,75/0,75 + 1,80/1 + 1,85/0,75 + 1,90/0,5 + 1,95/0,25$$

É importante perceber que os símbolos “/” e “+” não possuem o significado de divisão e adição, como aponta o senso comum. Ainda assim, uma notação comumente usada para a representação acima é:

$$A = \sum_{i=1}^n a_i / x_i, \text{ sendo } a_i \text{ o grau de pertinência de } x_i, \text{ ou } A = \sum A(x) / x$$

Similarmente, caso o universo seja um intervalo de números reais, pode-se usar:

$$A = \int_x A(x) / x$$

Quando se trata de um conjunto *fuzzy* infinito, entretanto, é mais comum que seja usada uma função como representação. As funções mais usadas para tais representações

são as funções triangulares, as trapezoidais, as com formato de sino, as funções Γ e as funções S. Como as duas primeiras são fundamentais para o desenvolvimento desse trabalho, as mesmas serão apresentadas a seguir.

- ✓ Funções Triangulares: um exemplo gráfico de função triangular foi apresentado na figura 8, representando o conjunto dos homens altos. Uma outra maneira de representar aquele conjunto seria:

$$A(x) = \begin{cases} 5x - 8, & \text{se } 1,6 \leq x < 1,8 \\ -5x + 10, & \text{se } 1,8 \leq x < 2,0 \\ 0, & \text{se } x \geq 2,0 \text{ ou } x < 1,6 \end{cases}$$

- ✓ Funções trapezoidais: uma outra forma de apresentar o exemplo do conjunto dos homens altos, seria definir que $f[1,75;1,85]=1$, ou seja, assume-se a pertinência máxima para qualquer valor nesse intervalo. Uma representação gráfica desse caso está abaixo apresentada:

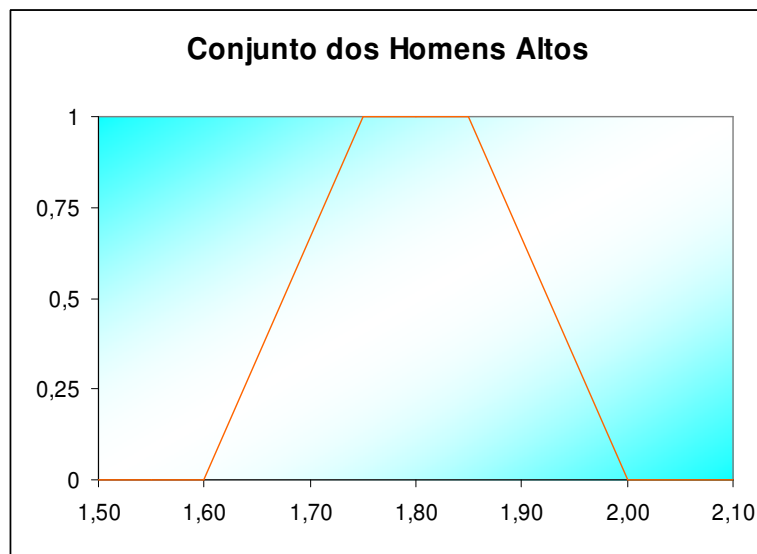


Figura 10: Representação gráfica da pertinência do conjunto dos homens altos

Fonte: o Autor

A função acima representada poderia ser analiticamente descrita por:

$$A(x) = \begin{cases} \frac{x-1,6}{0,15}, & \text{se } 1,6 \leq x < 1,75 \\ 1, & \text{se } 1,75 \leq x < 1,85 \\ \frac{2-x}{0,15}, & \text{se } 1,85 \leq x < 2 \\ 0, & \text{se } x < 1,6 \wedge x \geq 2 \end{cases}$$

No gráfico apresentado na figura 10, assim como naquele apresentado na figura 8, foi representada apenas uma das possíveis classificações, o que não deixa claro que uma mesma altura pode ser diferentemente classificada, com diferentes (ou eventualmente iguais) pertinências. Usando o mesmo exemplo, a figura 11 apresenta as diferentes classificações sobrepostas.

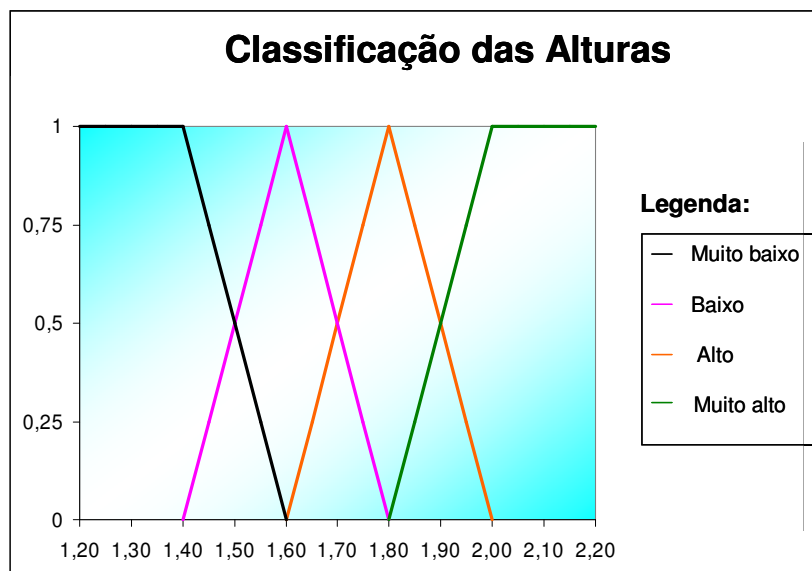


Figura 11: Diferentes classificações das alturas sobrepostas

Fonte: o Autor

Pode-se depreender da figura que alguém com uma altura de 1,70m, por exemplo, pertenceria a dois conjuntos: ao conjunto dos homens baixos, com pertinência igual a 0,5, e ao conjunto dos homens altos, com igual pertinência. Da mesma maneira, um homem com 1,95m de altura teria pertinência de 0,25 ao conjunto dos homens altos e de 0,75 ao conjunto dos homens muito altos.

A partir dos conceitos apresentados, já é possível que sejam apresentados os Sistemas de Lógica *Fuzzy* e as variáveis *fuzzy*, ferramentas fundamentais para a execução desse trabalho, sem que seu entendimento seja prejudicado. A próxima seção tratará delas.

3.2. Sistemas de Lógica *Fuzzy*

Boa parte da literatura de lógica *fuzzy* se preocupa em embasar o tratamento de dados cujas entradas e saídas são variáveis *fuzzy*. Porém, segundo MENDEL (1995), para boa parte dos problemas práticos os dados de entrada e saída devem ser números reais, dificultando consideravelmente o problema. Nesse caso, passa-se a ter o Sistema de Lógica *Fuzzy* (SLF) (figura 12).

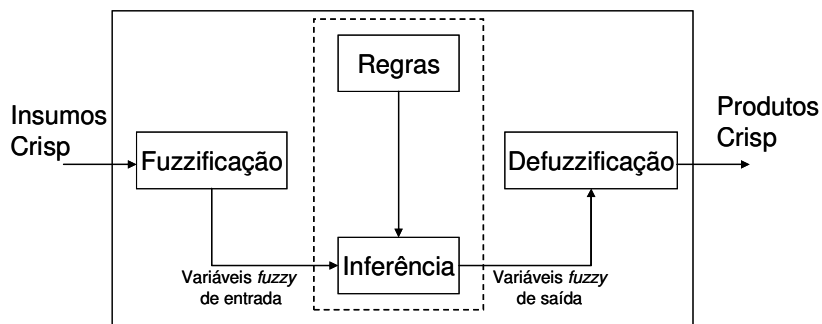


Figura 12: Sistema de lógica *fuzzy*

Fonte: MENDEL (1995:347)

Conforme apresentado, um SLF apresenta os seguintes elementos em um sistema de controle⁷ (MENDEL, 1995):

- ✓ Fuzzificação: transforma números *crisp* em variáveis *fuzzy*. Essa fase é necessária para sejam ativadas as regras que consistem em variáveis lingüísticas.
- ✓ Regras: são as variáveis lingüísticas que determinam os pontos de controle do sistema.
- ✓ Inferência: o motor de inferência de um SLF combina as diferentes regras para chegar a conclusões acerca do sistema controlado.

⁷ Além do exemplificado sistema de controle, são comuns aplicações dos SLF em previsões financeiras, escolha de locações etc..

- ✓ Defuzzificação: transforma as variáveis *fuzzy* em números *crisp*. No caso em questão, esse número corresponderia a uma ação de controle.

A despeito de suas inúmeras aplicações para a engenharia, o que interessa dos SLF's para a execução desse trabalho são a transformação de variáveis lingüísticas em números *fuzzy*, o modo como as operações básicas são realizadas com esses números e, finalmente, os métodos para a *desfuzificação*. Dessa forma, esses serão os próximos tópicos abordados.

3.2.1. Números Fuzzy e suas operações

A partir dos exemplos já apresentados de utilização da lógica *fuzzy* para tratamento de problemas do cotidiano, surge a questão de como transformá-los em números que possam ser operados gerando resultados úteis para os diversos fins. Essa seção visa cobrir essa lacuna.

Um número *fuzzy* B é um subconjunto de números reais cuja função de pertinência necessariamente obedece às seguintes características (LIANG & WANG, 1991):

- ✓ $f_B(x) = 0, \forall x \in (-\infty; c] \cup [d; \infty)$;
- ✓ f_B é estritamente crescente em $[c; a]$ e estritamente decrescente em $[b; d]$;
- ✓ $f_B(x) = 1, \forall x \in [a; b]$;

Depreende-se dessas restrições que o número *fuzzy* definido é um quadrilátero, tal qual o trapézio apresentado na figura 10. Os números *fuzzy* triangulares apresentados nos outros exemplos, porém, não passam de uma particularização dessa definição, onde $a = b$.

O número *fuzzy* apresentado acima pode ser notado (c, a, b, d) . A partir disso, as operações algébricas em números *fuzzy* podem ser expressas por:

- ✓ Mudança de sinal: $-(c, a, b, d) = (-d, -b, -a, -c)$;
- ✓ Adição (\oplus):
 $(c_1, a_1, b_1, d_1) \oplus (c_2, a_2, b_2, d_2) = (c_1 + c_2, a_1 + a_2, b_1 + b_2, d_1 + d_2)$;

✓ Subtração (\ominus):

$$(c_1, a_1, b_1, d_1) \ominus (c_2, a_2, b_2, d_2) = (c_1 - d_2, a_1 - b_2, b_1 - a_2, d_1 - c_2);$$

✓ Multiplicação (\otimes):

○ por uma constante: $k \otimes (c, a, b, d) = (kc, ka, kb, kd)$;

○ por outro número *fuzzy*:

$$(c_1, a_1, b_1, d_1) \otimes (c_2, a_2, b_2, d_2) = (c_1 c_2, a_1 a_2, b_1 b_2, d_1 d_2);$$

✓ Divisão (\oslash):

$$(c_1, a_1, b_1, d_1) \oslash (c_2, a_2, b_2, d_2) = (c_1 / d_2, a_1 / b_2, b_1 / a_2, d_1 / c_2);$$

A partir de agora será apresentado um exemplo de como essas operações podem ser utilizadas na prática. Supondo que em determinada cidade a temperatura varie sempre entre 8°C e 28°C, pode-se agrupar essas temperaturas em 4 diferentes sensações térmicas: frio, agradável, quente e muito quente. Cada temperatura possui então, similarmente ao exemplo das alturas, determinada pertinência aos diferentes conjuntos (figura 13).

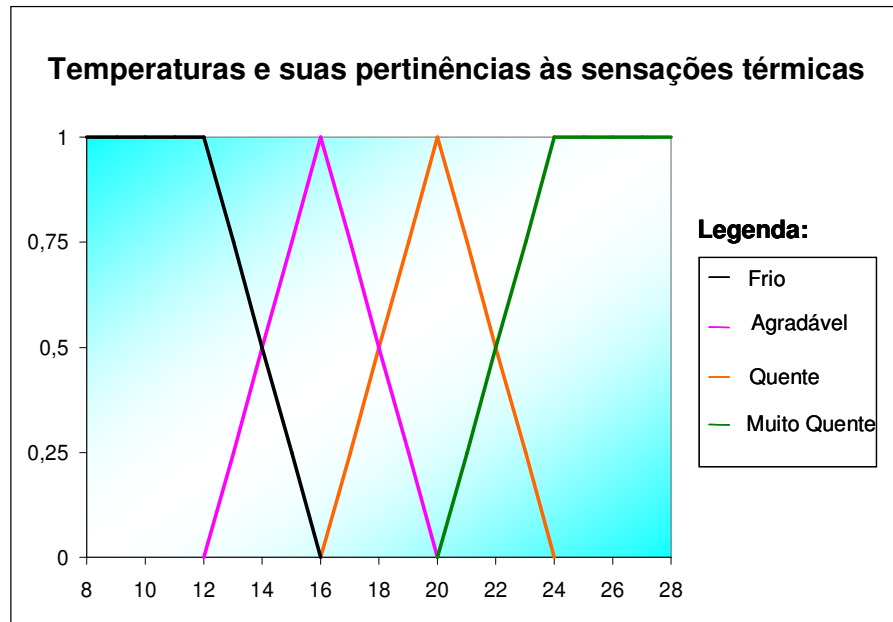


Figura 13: Temperaturas em uma dada cidade (em °C) e suas pertinências aos conjuntos

Fonte: o Autor

Dessa maneira, os números para cada uma dessas sensações térmicas seriam:

- ✓ Frio: $F=(8, 8, 12, 16)$;
- ✓ Agradável: $A=(12, 16, 16, 20)$;
- ✓ Quente: $Q=(16, 20, 20, 24)$;
- ✓ Muito Quente: $MQ=(20, 24, 28, 28)$.

O número *fuzzy* correspondente a uma variação de temperatura poderia ser calculado tal qual exposto no início da seção. Assim, o número correspondente à variação entre um dia D_1 muito quente e um dia D_2 agradável seria:

$$D_2 - D_1 = A - MQ = (12, 16, 16, 20) - (20, 24, 28, 28) = (12-28, 16-28, 16-24, 20-20) = (-16; -12; -8; -0).$$

Resta saber agora como transformar esse número *fuzzy* obtido novamente em um número real, que possa servir como um indicador. É o que será apresentado na próxima seção.

3.2.2. Métodos de defuzzificação⁸

Em diversas situações, o resultado final do tratamento dado via matemática *fuzzy* a um problema deve ser um número real, e não um número *fuzzy*. A *defuzzificação* faz essa conversão. Os 3 principais métodos de *defuzzificação* (ROSS, 2004) serão apresentados a seguir, junto com sua aplicação no exemplo apresentado na seção 3.2.1 (sempre que a aplicação for possível).

1. Método da maior ordenada (figura 14): esse método é limitado a funções que possuam um pico. Pode ser representado pela expressão algébrica:

$$\mu_c(z^*) \geq \mu_c(z), \forall z \in Z$$

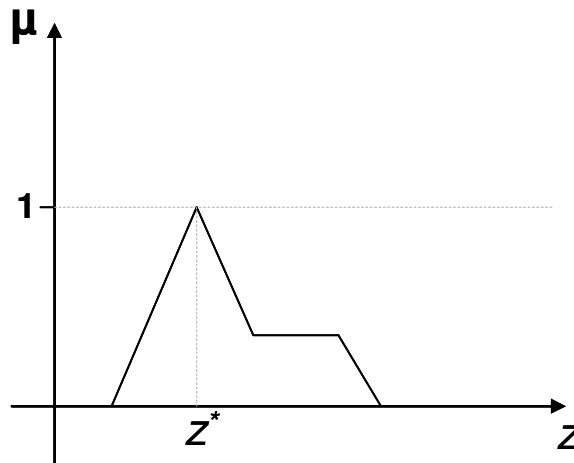


Figura 14: Representação gráfica do método da maior ordenada

Fonte: adaptado de ROSS (2004:136)

2. Método da centróide: também conhecido como centro de gravidade, é o método de *defuzzificação* mais utilizado. Sua representação algébrica é:

$$z^* = \frac{\int \mu_c(z) \cdot z dz}{\int \mu_c(z) dz}$$

⁸ Tradução livre do autor para “*Defuzzification Methods*”

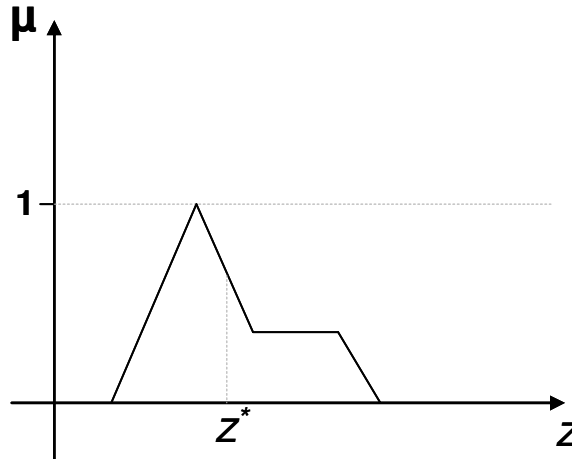


Figura 15: Representação gráfica do método do centro de gravidade

Fonte: adaptado de ROSS (2004:136)

Para calcular a variação de temperatura (ΔD) entre um dia muito quente e um dia agradável por esse método de *defuzzificação*, é necessário primeiramente identificar as funções que compõem o trapézio representado pelo número *fuzzy* (-16, -12, -8, 0). Depreende-se disso que:

$$\mu(z) = \begin{cases} z/4 + 4, & \text{se } -16 \leq z \leq -12 \\ 1, & \text{se } -12 < z \leq -8 \\ -z/8, & \text{se } -8 < z \leq 0 \\ 0, & \text{se } z > 0 \wedge z \leq -16 \end{cases}$$

Assim, pela fórmula do centro de gravidade já apresentada, tem-se que:

$$z^* = \frac{\int_{-16}^{-12} z^2 / 4 + 4z \, dz + \int_{-12}^{-8} z \, dz + \int_{-8}^0 -z^2 / 8 \, dz}{\int_{-16}^{-12} z / 4 + 4 \, dz + \int_{-12}^{-8} z \, dz + \int_{-8}^0 -z / 8 \, dz}$$

Resolvendo a integral:

$$z^* = \frac{-16 \left[\frac{z^3}{12} + 2z^2 \right]^{-12} +_{-12} \left[\frac{z^2}{2} \right]^{-8} +_{-8} \left[-\frac{z^3}{24} \right]^0}{-16 \left[\frac{z^2}{8} + 4z \right]^{-12} +_{-12} [z]^{-8} +_{-8} \left[-\frac{z^2}{16} \right]^0}$$

Substituindo z pelos valores limites das funções:

$$z^* = \frac{(-144 + 288) - (-4096/12 + 512) + (32) - (72) + (0) - (512/24)}{(144/8 - 48) - (256/8 - 64) + (-8) + (12) + (0) - (-4)} = \frac{-88}{10}$$

Ou seja, tal método de *defuzzificação* resultaria em uma variação de $-8,8^{\circ}\text{C}$. Obviamente, a variação da temperatura é negativa.

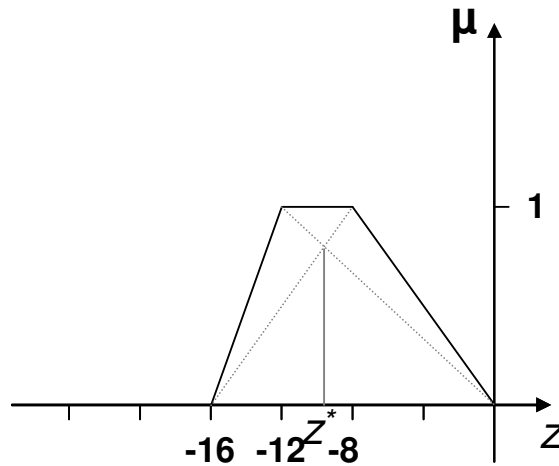


Figura 16: *Defuzzificação* da variação de temperatura pelo método do centro de gravidade

Fonte: o Autor.

3. Ponto médio do máximo: esse método (figura 16) é bastante similar ao primeiro apresentado, guardando a particularidade de que o mesmo pode ser utilizado para funções que têm um conjunto de abscissas cujas ordenadas são o valor máximo da função (SUGENO, 1985 & LEE, 1990 apud ROSS, 2004). Esse método é representado pela equação:

$$z^* = \frac{a+b}{2},$$

onde a e b representam, respectivamente, os limites inferior e superior do segmento cuja pertinência é máxima.

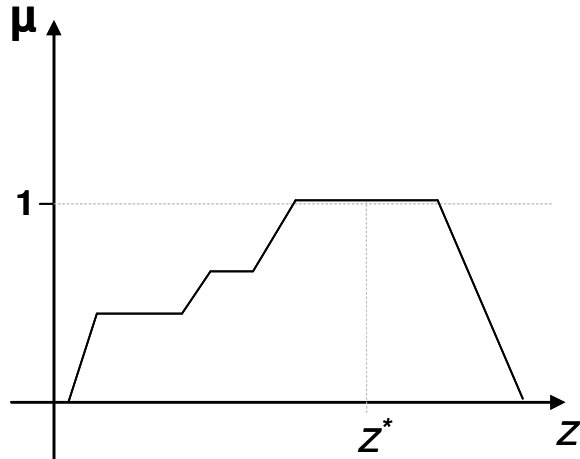


Figura 17: Representação gráfica do método do ponto médio do máximo

Fonte: adaptado de ROSS (2004:137)

Para a *defuzzificação* da variação de temperatura, é fácil perceber a partir da figura 16 que o valor resultante seria -10°C . Na prática, a diferença entre o tratamento dado pelo método da centróide e o ponto médio do máximo é que o segundo ignora todas as abscissas cuja pertinência não é máxima, calculando o indicador apenas com base nos valores de máxima pertinência. Por outro lado, o método da centróide leva todos os valores em consideração, privilegiando os valores com máxima pertinência.

Com base nos conceitos apresentados nesse capítulo, já é possível aplicar a matemática *fuzzy* aos algoritmos da GCP. Esse é o ponto central dessa dissertação e o assunto do próximo capítulo.

Capítulo 4 – Fuzzificação da GCP

Uma vez explicitado o porquê da aplicação da matemática *fuzzy* e apresentada a base teórica dessa aplicação, o próximo passo é a *fuzzificação* da GCP. Para isso, é necessário, primeiramente, definir os números *fuzzy* que representarão cada proficiência. Não é objetivo deste trabalho discutir quais seriam os melhores conjuntos para representar cada proficiência. Pelo contrário, é razoável o argumento de que diferentes casos podem requerer diferentes representações para cada proficiência⁹. Uma possível representação para essas proficiências, que servirá bem aos objetivos da pesquisa, seria a exposta no gráfico abaixo.

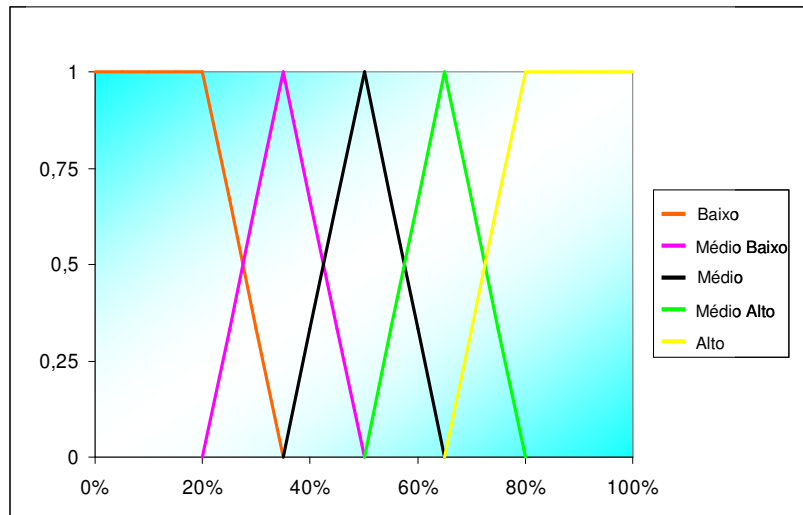


Figura 18: Possível representação dos números *fuzzy* das proficiências

Fonte: o Autor

Uma vantagem dessa representação, para esse trabalho, é que os números *fuzzy* diretamente atribuídos a cada proficiência, caso *defuzzificados*, mantém uma proporção similar à antes apresentada nos exemplos. Assim, os indicadores relativos que serão futuramente calculados pelos algoritmos *fuzzificados* serão praticamente iguais aos já calculados pela lógica clássica caso a *fuzzificação* não implique mudanças.

⁹ Como é o caso de empresas em que os colaboradores não têm clareza quanto aos objetivos da avaliação. Nesse caso, eles tendem a se superestimar seus próprios conhecimentos. Assim, seria razoável que os números *fuzzy* refletissem isso.

Conforme discutido no capítulo sobre matemática *fuzzy*, o gráfico apresentado acima pode ser convertido nos números *fuzzy* a seguir:

Tabela 10: Conversão das proficiências em números *fuzzy*

Proficiências	Nº <i>fuzzy</i> correspondente
0	(0, 0, 0, 0)
B	(0, 0, 20, 35)
MB	(20, 35, 35, 50)
M	(35, 50, 50, 65)
MA	(50, 65, 65, 80)
A	(65, 80, 100, 100)

Fonte: o Autor

Dessa maneira, aproveitando o caso usado para apresentar a GCP no capítulo 2, as matrizes representativas das necessidades de conhecimento dos processos (A), das disponibilidades de conhecimento dos colaboradores (B) e da alocação dos profissionais aos processos (C), seriam:

$$A = \begin{pmatrix} (65, 80, 100, 100) & (0, 0, 20, 35) & (0, 0, 0, 0) & (0, 0, 0, 0) \\ (35, 50, 50, 65) & (0, 0, 0, 0) & (50, 65, 65, 80) & (0, 0, 0, 0) \\ (0, 0, 0, 0) & (65, 80, 100, 100) & (0, 0, 0, 0) & (20, 35, 35, 50) \\ (50, 65, 65, 80) & (0, 0, 0, 0) & (35, 50, 50, 65) & (0, 0, 0, 0) \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} (0, 0, 20, 35) & (65, 80, 100, 100) & (35, 50, 50, 65) \\ (65, 80, 100, 100) & (0, 0, 0, 0) & (20, 35, 35, 50) \\ (0, 0, 20, 35) & (35, 50, 50, 65) & (0, 0, 0, 0) \\ (65, 80, 100, 100) & (0, 0, 0, 0) & (50, 65, 65, 80) \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

De posse dessas matrizes, o primeiro indicador a ser calculado, seguindo os passos do método original, é o grau de necessidade de conhecimento nos processos. Para calculá-lo, é necessário somar as linhas da matriz A, obtendo assim, para a soma de da *i*-ésima linha, a necessidade do conhecimento K_i . A partir da forma de cálculo para a soma de números *fuzzy* apresentados no capítulo 3, tem-se:

- ✓ $NPK_1 = (65, 80, 100, 100) \oplus (0, 0, 20, 35) \oplus (0, 0, 0, 0) \oplus (0, 0, 0, 0) = (65, 80, 120, 135);$
- ✓ $NPK_2 = (35, 50, 50, 65) \oplus (0, 0, 0, 0) \oplus (50, 65, 65, 80) \oplus (0, 0, 0, 0) = (85, 115, 115, 145);$
- ✓ $NPK_3 = (0, 0, 0, 0) \oplus (65, 80, 100, 100) \oplus (0, 0, 0, 0) \oplus (20, 35, 35, 50) = (85, 115, 135, 150);$

$$\checkmark \text{ NPK}_4 = (50, 65, 65, 80) \oplus (0, 0, 0, 0) \oplus (35, 50, 50, 65) \oplus (0, 0, 0, 0) = (85, 115, 115, 145).$$

Como esses resultados por si só já devem representar um indicador, não é razoável que sejam apresentados na forma de números *fuzzy*. Logo, será necessário *defuzzificá-los*. É tempo, então, de escolher um dos métodos apresentados para fazê-lo.

Dentre os métodos discutidos, o da maior ordenada pode ser descartado de início, já que boa parte dos números *fuzzy* calculados serão trapezoidais, isto é, sem um ponto de máximo. Fica então a dúvida quanto ao uso do método da centróide ou o da média dos máximos.

Apesar de o método da centróide aumentar consideravelmente o tempo de processamento computacional, já que envolve uma quantidade muito maior de cálculos mais complexos do que o método da média dos máximos, é fácil perceber porque ele deve ser escolhido. O método da média dos máximos leva em consideração apenas as medidas centrais dos números *fuzzy* que estão sendo trabalhados (basicamente, triangulares e trapezoidais). Ora, como os centros das figuras ficam normalmente em torno do correspondente escalar que estava sendo usado no método original (tabela 8), perder-se-ia todo o ganho de utilização da nova lógica, pois só esses valores contariam para o resultado final. Para que a GCP *fuzzificada* traga de fato ganhos consideráveis de eficácia e efetividade, é necessário que esteja embutido na mesma a *defuzzificação* pelo centro de gravidade, já que esse método não leva em consideração somente a área central da figura, mas toda ela, dando maior peso para os trechos centrais (já que terão, proporcionalmente, maior área).

Porém, calcular o centro de gravidade, mesmo que para algumas poucas dezenas de trapézios e outros quadriláteros, pelo método da integral apresentada seria, por si só, praticamente inviável, em função do esforço requerido. Assim, foi desenvolvida pelo autor uma planilha eletrônica que, de posse dos 4 elementos do número *fuzzy*, calcula o centro de gravidade com base na geometria analítica. No caso de trapézios, basta dividir o trapézio formado pelos 4 pares ordenados em 2 triângulos e um quadrado (figura 19). Em seguida, calcula-se a área e o baricentro de cada uma das figuras. Por fim, calcula-se o centro de gravidade ponderando-se a média dos baricentros pelas áreas. No caso dos quadriláteros não-convexos encontrados, foi necessário dividi-los em dois triângulos,

calculando suas áreas e baricentros e ponderando (figura 20). Como esses cálculos foram feitos de maneira automática, os mesmos não serão aqui apresentados.

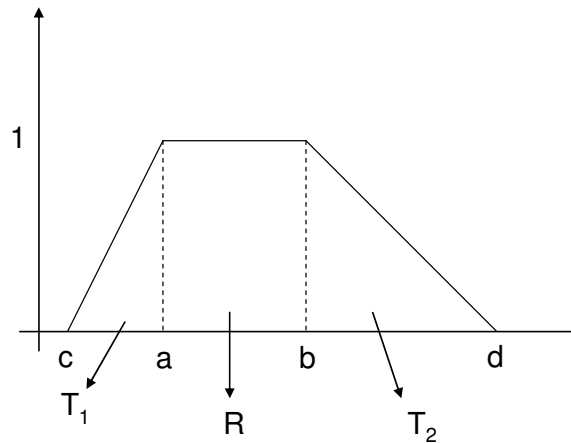


Figura 19: Desmembramento do trapézio em dois triângulos e um retângulo para cálculo do centro de gravidade

Fonte: o Autor

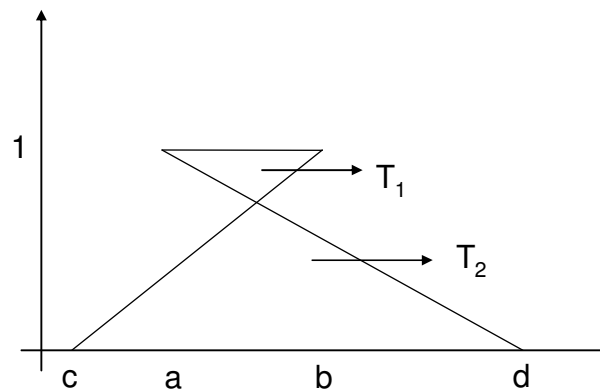


Figura 20: Desmembramento do quadrilátero não-convexo em dois triângulos para cálculo do centro de gravidade

Fonte: o Autor

Assim, pode-se obter o indicador NPK pelo método da GCP *fuzzy*, e compará-lo aos indicadores antes calculados:

- ✓ $NPK_1 = 100$;
- ✓ $NPK_2 = 115$;
- ✓ $NPK_3 = 120,6$;
- ✓ $NPK_4 = 115$.

Tabela 11: Comparação dos resultados obtidos para o indicador NPK

	Método Original	Método Corrigido	Método Fuzzificado
NPK ₁	10	10	100
NPK ₂	12	12	115
NPK ₃	12	12	120,6
NPK ₄	12	12	115

Fonte: o Autor

O indicador acima não permite inferir se o método *fuzzificado* é superior ao tradicional, já que as discrepâncias encontradas poderiam não só ser atribuídas às melhorias propostas pelo novo método mas também à mudança na escala de proficiências. Na verdade, só será possível chegar a conclusões embasadas sobre diferenças entre os métodos para os indicadores relativos.

Partindo então para o cálculo do indicador NOK, é necessário calcular a matriz cujas colunas são o produto da *j-ésima* coluna da matriz A pelo escalar resultante da soma da *j-ésima* linha da matriz C. Tem-se, assim:

$$NOK = \begin{pmatrix} 2 \times (65, 80, 100, 100) & 1 \times (0, 0, 20, 35) & 2 \times (0, 0, 0, 0) & 2 \times (0, 0, 0, 0) \\ 2 \times (35, 50, 50, 65) & 1 \times (0, 0, 0, 0) & 2 \times (50, 65, 65, 80) & 2 \times (0, 0, 0, 0) \\ 2 \times (0, 0, 0, 0) & 1 \times (65, 80, 100, 100) & 2 \times (0, 0, 0, 0) & 2 \times (20, 35, 35, 50) \\ 2 \times (50, 65, 65, 80) & 1 \times (0, 0, 0, 0) & 2 \times (35, 50, 50, 65) & 2 \times (0, 0, 0, 0) \end{pmatrix}$$

$$NOK = \begin{pmatrix} (130, 160, 200, 200) & (0, 0, 20, 35) & (0, 0, 0, 0) & (0, 0, 0, 0) \\ (70, 100, 100, 130) & (0, 0, 0, 0) & (100, 130, 130, 160) & (0, 0, 0, 0) \\ (0, 0, 0, 0) & (65, 80, 100, 100) & (0, 0, 0, 0) & (40, 70, 70, 100) \\ (100, 130, 130, 160) & (0, 0, 0, 0) & (70, 100, 100, 130) & (0, 0, 0, 0) \end{pmatrix}$$

Somando as linhas dessa matriz, pode-se chegar a:

- ✓ NOK₁ = (130, 160, 200, 200) ⊕ (0, 0, 20, 35) ⊕ (0, 0, 0, 0) ⊕ (0, 0, 0, 0) = (130, 160, 220, 235);
- ✓ NOK₂ = (70, 100, 100, 130) ⊕ (0, 0, 0, 0) ⊕ (100, 130, 130, 160) ⊕ (0, 0, 0, 0) = (170, 230, 230, 290);
- ✓ NOK₃ = (0, 0, 0, 0) ⊕ (65, 80, 100, 100) ⊕ (0, 0, 0, 0) ⊕ (40, 70, 70, 100) = (105, 150, 170, 200);

$$\checkmark \text{ NOK}_4 = (100, 130, 130, 160) \oplus (0, 0, 0, 0) \oplus (70, 100, 100, 130) \oplus (0, 0, 0, 0) = (170, 230, 230, 290).$$

Defuzzificando, então, os resultados acima obtidos e comparando-os com os outros métodos, obtém-se:

$$\checkmark \text{ NOK}_1 = 185,9;$$

$$\checkmark \text{ NOK}_2 = 230;$$

$$\checkmark \text{ NOK}_3 = 155,4;$$

$$\checkmark \text{ NOK}_4 = 230.$$

Tabela 12: Comparação dos resultados obtidos para o indicador NOK

	Método Original	Método Corrigido	Método Fuzzificado
NOK ₁	39	19	185,9
NOK ₂	55	24	230
NOK ₃	42	15	155,4
NOK ₄	53	24	230

Fonte: o Autor

O indicador NOK, assim como o NPK, não permite tirar conclusões quanto às diferenças entre os métodos. O mesmo já é esperado também para o próximo indicador, o Grau de Disponibilidade de Conhecimento na Organização (DOK), já que o mesmo é calculado apenas somando as linhas da matriz B. De toda forma:

$$\checkmark \text{ DOK}_1 = (0, 0, 20, 35) \oplus (65, 80, 100, 100) \oplus (35, 50, 50, 65) = (100, 130, 170, 200) \Rightarrow \text{DOK}_1 = 150;$$

$$\checkmark \text{ DOK}_2 = (65, 80, 100, 100) \oplus (0, 0, 0, 0) \oplus (20, 35, 35, 50) = (85, 115, 135, 150) \Rightarrow \text{DOK}_2 = 120,6;$$

$$\checkmark \text{ DOK}_3 = (0, 0, 20, 35) \oplus (35, 50, 50, 65) \oplus (0, 0, 0, 0) = (35, 50, 70, 100) \Rightarrow \text{DOK}_3 = 64,4;$$

$$\checkmark \text{ DOK}_4 = (65, 80, 100, 100) \oplus (0, 0, 0, 0) \oplus (50, 65, 65, 80) = (115, 145, 165, 180) \Rightarrow \text{DOK}_4 = 150,6.$$

Tabela 13: Comparação dos resultados obtidos para o indicador DOK

	Método Original	Método Corrigido	Método Fuzzificado
DOK ₁	15	15	150
DOK ₂	12	12	120,6
DOK ₃	6	6	64,4
DOK ₄	16	16	150,6

Fonte: o Autor

Para o cálculo do Grau de Disponibilidade de Conhecimento dos Processos (DPK), é necessário multiplicar a matriz B pela matriz C^T, conforme já apresentado. Assim, pode-se obter:

$$DPK = \begin{pmatrix} (0, 0, 20, 35) & (65, 80, 100, 100) & (35, 50, 50, 65) \\ (65, 80, 100, 100) & (0, 0, 0, 0) & (20, 35, 35, 50) \\ (0, 0, 20, 35) & (35, 50, 50, 65) & (0, 0, 0, 0) \\ (65, 80, 100, 100) & (0, 0, 0, 0) & (50, 65, 65, 80) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Agora, cada uma das colunas será apresentada por vez para que seja possível o enquadramento dentro da margem em um tamanho de letra legível:

$$DPK^{col1} = \begin{pmatrix} (0x1, 0x1, 20x1, 35x1) \oplus (65x0, 80x0, 100x0, 100x0) \oplus (35x1, 50x1, 50x1, 65x1) \\ (65x1, 80x1, 100x1, 100x1) \oplus (0x0, 0x0, 0x0, 0x0) \oplus (20x1, 35x1, 35x1, 50x1) \\ (0x1, 0x1, 20x1, 35x1) \oplus (35x0, 50x0, 50x0, 65x0) \oplus (0x1, 0x1, 0x1, 0x1) \\ (65x1, 80x1, 100x1, 100x1) \oplus (0x0, 0x0, 0x0, 0x0) \oplus (50x1, 65x1, 65x1, 80x1) \end{pmatrix}$$

$$DPK^{col2} = \begin{pmatrix} (0x0, 0x0, 20x0, 35x0) \oplus (65x1, 80x1, 100x1, 100x1) \oplus (35x0, 50x0, 50x0, 65x0) \\ (65x0, 80x0, 100x0, 100x0) \oplus (0x1, 0x1, 0x1, 0x1) \oplus (20x0, 35x0, 35x0, 50x0) \\ (0x0, 0x0, 20x0, 35x0) \oplus (35x1, 50x1, 50x1, 65x1) \oplus (0x0, 0x0, 0x0, 0x0) \\ (65x0, 80x0, 100x0, 100x0) \oplus (0x1, 0x1, 0x1, 0x1) \oplus (50x0, 65x0, 65x0, 80x0) \end{pmatrix}$$

$$DPK^{col3} = \begin{pmatrix} (0x0, 0x0, 20x0, 35x0) \oplus (65x1, 80x1, 100x1, 100x1) \oplus (35x1, 50x1, 50x1, 65x1) \\ (65x0, 80x0, 100x0, 100x0) \oplus (0x1, 0x1, 0x1, 0x1) \oplus (20x1, 35x1, 35x1, 50x1) \\ (0x0, 0x0, 20x0, 35x0) \oplus (35x1, 50x1, 50x1, 65x1) \oplus (0x1, 0x1, 0x1, 0x1) \\ (65x0, 80x0, 100x0, 100x0) \oplus (0x1, 0x1, 0x1, 0x1) \oplus (50x1, 65x1, 65x1, 80x1) \end{pmatrix}$$

$$DPK^{col4} = \begin{pmatrix} (0x1, 0x1, 20x1, 35x1) \oplus (65x1, 80x1, 100x1, 100x1) \oplus (35x0, 50x0, 50x0, 65x0) \\ (65x1, 80x1, 100x1, 100x1) \oplus (0x1, 0x1, 0x1, 0x1) \oplus (20x0, 35x0, 35x0, 50x0) \\ (0x1, 0x1, 20x1, 35x1) \oplus (35x1, 50x1, 50x1, 65x1) \oplus (0x0, 0x0, 0x0, 0x0) \\ (65x1, 80x1, 100x1, 100x1) \oplus (0x1, 0x1, 0x1, 0x1) \oplus (50x0, 65x0, 65x0, 80x0) \end{pmatrix}$$

$$DPK = \begin{pmatrix} (35, 50, 70, 100) & (65, 80, 100, 100) & (100, 130, 150, 165) & (65, 80, 120, 135) \\ (85, 115, 135, 150) & (0, 0, 0, 0) & (20, 35, 35, 50) & (65, 80, 100, 100) \\ (0, 0, 20, 35) & (35, 50, 50, 65) & (35, 50, 50, 65) & (35, 50, 70, 100) \\ (115, 145, 165, 180) & (0, 0, 0, 0) & (50, 65, 65, 80) & (65, 80, 100, 100) \end{pmatrix}$$

- ✓ $DPK_1 = (35, 50, 70, 100) \oplus (65, 80, 100, 100) \oplus (100, 130, 150, 165) \oplus (100, 130, 170, 200) = (300, 390, 490, 565) \Rightarrow DPK_1 = 435,7;$
- ✓ $DPK_2 = (85, 115, 135, 150) \oplus (0, 0, 0, 0) \oplus (20, 35, 35, 50) \oplus (65, 80, 100, 100) = (170, 230, 270, 300) \Rightarrow DPK_2 = 241,2;$
- ✓ $DPK_3 = (0, 0, 20, 35) \oplus (35, 50, 50, 65) \oplus (35, 50, 50, 65) \oplus (35, 50, 70, 100) = (105, 150, 190, 265) \Rightarrow DPK_3 = 179;$
- ✓ $DPK_4 = (115, 145, 165, 180) \oplus (0, 0, 0, 0) \oplus (50, 65, 65, 80) \oplus (65, 80, 100, 100) = (230, 290, 330, 360) \Rightarrow DPK_4 = 301,2.$

Tabela 14: Comparação dos resultados obtidos para o indicador DPK

	Método Original	Método Corrigido	Método Fuzzificado
DPK ₁	39	39	435,7
DPK ₂	24	24	241,2
DPK ₃	17	17	179
DPK ₄	32	32	301,2

O próximo passo, então, é formar, a partir da matriz DPK, a matriz DPT e a matriz DPT', possibilitando o cálculo dos outros indicadores. Seguindo os passos já apresentados na seção 2.3, a matriz DPT seria (onde os colchetes “[]” designarão cada célula da matriz):

$$DPT = \begin{pmatrix} [(0,0,20,35)(35,50,50,65)] [(65,80,100,100)] [(65,80,100,100)(35,50,50,65)] [(0,0,20,35)(65,80,100,100)] \\ [65,80,100,100)(20,35,35,50)] [(0,0,0,0)] [(0,0,0,0)(20,35,35,50)] [(65,80,100,100)(0,0,0,0)] \\ [(0,0,20,35)(0,0,0,0)] [(35,50,50,65)] [(35,50,50,65)(0,0,0,0)] [(0,0,20,35)(35,50,50,65)] \\ [(65,80,100,100)(50,65,65,80)] [(0,0,0,0)] [(0,0,0,0)(50,65,65,80)] [(65,80,100,100)(0,0,0,0)] \end{pmatrix}$$

Apenas retomando a explicação antes dada de forma a não restarem dúvidas, cada célula dessa matriz DPT representa a(s) disponibilidade(s) de conhecimento para um dado processo. Assim, a célula a_{23} apresenta as disponibilidades do conhecimento K_2 dos dois colaboradores alocados ao processo P_3 . A diferença é que agora cada disponibilidade é representada por um número *fuzzy*.

É necessário agora chegar à matriz DPT'. Para tanto, é necessário comparar, como já foi antes explanado, cada elemento do conjunto existente nas células da matriz DPT com a respectiva célula da matriz NOK, não sem antes dividir cada célula da matriz NOK pela cardinalidade do conjunto. Essa comparação resulta na manutenção do elemento do conjunto em DPT, caso o mesmo seja menor ou igual ao encontrado em NOK, ou na substituição pelo mesmo. Pois bem, era relativamente fácil fazê-lo quando se tratava de números *crisp*. Como agora são números *fuzzy*, há de se determinar um critério para essa comparação.

Assim, o procedimento adotado será *defuzzificar* cada um dos números *fuzzy* para que seja possível verificar qual é o maior. O método de *defuzzificação* adotado será o do centróide. Ressalta-se que não será necessário fazer uma nova *fuzzificação*, já que não será realizada nenhuma operação matemática com os escalares resultantes. Assim, basta que após a comparação, o *fuzzy* que gerou o menor escalar seja colocado na matriz. Dessa maneira, a matriz DPT', que representa o que de fato é utilizado das competências disponíveis das pessoas em cada processo, seria:

$$DPT' = \begin{pmatrix} [(0,0,20,35)(35,50,50,65)] [(0,0,20,35)] [(0,0,0,0)(0,0,0,0)] [(0,0,0,0)(0,0,0,0)] \\ [35,50,50,65)(20,35,35,50)] [(0,0,0,0)] [(0,0,0,0)(20,35,35,50)] [(0,0,0,0)(0,0,0,0)] \\ [(0,0,0,0)(0,0,0,0)] [(35,50,50,65)] [(0,0,0,0)(0,0,0,0)] [(0,0,20,35)(20,35,35,50)] \\ [(50,65,65,80)(50,65,65,80)] [(0,0,0,0)] [(0,0,0,0)(35,50,50,65)] [(0,0,0,0)(0,0,0,0)] \end{pmatrix}$$

Basta agora somar os elementos de cada conjunto para que a matriz DPT' possa ser trabalhada com a matriz NOK na obtenção dos indicadores. Dessa forma, tem-se:

$$DPT' = \begin{pmatrix} (35,50,70,100) (0,0,20,35) (0,0,0,0) (0,0,0,0) \\ (55,85,85,115) (0,0,0,0) (20,35,35,50) (0,0,0,0) \\ (0,0,0,0) (35,50,50,65) (0,0,0,0) (30,35,55,85) \\ [(100,130,130,160) (0,0,0,0) (35,50,50,65) (0,0,0,0)] \end{pmatrix}$$

Calculada a matriz DPT', é possível subtraí-la de NOK, obtendo a matriz de *gaps fuzzificados* e os indicadores mais relevantes:

$$NOK - DPT' = \begin{pmatrix} (130,160,200,200)-(35,50,70,100) (0,0,20,35)-(0,0,20,35) (0,0,0,0)-(0,0,0,0) (0,0,0,0)-(0,0,0,0) \\ (70,100,100,130)-(55,85,85,115) (0,0,0,0)-(0,0,0,0) (100,130,130,160)-(20,35,35,50) (0,0,0,0)-(0,0,0,0) \\ (0,0,0,0)-(0,0,0,0) (65,80,100,100)-(35,50,50,65) (0,0,0,0)-(0,0,0,0) (40,70,70,100)-(30,35,55,85) \\ (100,130,130,160)-(100,130,130,160) (0,0,0,0)-(0,0,0,0) (70,100,100,130)-(35,50,50,65) (0,0,0,0)-(0,0,0,0) \end{pmatrix}$$

$$NOK - DPT' = \begin{pmatrix} (95,110,130,100) & (0,0,0,0) & (0,0,0,0) & (0,0,0,0) \\ (15,15,15,15) & (0,0,0,0) & (80,95,95,110) & (0,0,0,0) \\ (0,0,0,0) & (30,30,50,35) & (0,0,0,0) & (10,35,15,15) \\ (0,0,0,0) & (0,0,0,0) & (35,50,50,65) & (0,0,0,0) \end{pmatrix}$$

Resta agora calcular a descobertura total e relativa de cada conhecimento na organização (ΔKO e $\Delta KO\%$), a descobertura de conhecimento em cada processo (ΔKP e $\Delta KP\%$) e a descobertura total de conhecimentos na organização (ΔKT) e compará-las com os resultados antes obtidos. Iniciando por ΔKO :

$$\checkmark \Delta KO_{K1} = (95, 110, 130, 100) \oplus (0, 0, 0, 0) \oplus (0, 0, 0, 0) \oplus (0, 0, 0, 0) = (95, 110, 130, 100) \Rightarrow \Delta KO_{K1} = 111;$$

$$\checkmark \Delta KO\%_{K1} = (95, 110, 130, 100) \oslash [(130, 160, 200, 200) \oplus (0, 0, 20, 35) \oplus (0, 0, 0, 0) \oplus (0, 0, 0, 0)] = (95, 110, 130, 100) \oslash (130, 160, 220, 235) = (0.731, 0.688, 0.591, 0.426) \Rightarrow \Delta KO\%_{K1} = 0.603;$$

$$\checkmark \Delta KO_{K2} = (15, 15, 15, 15) \oplus (0, 0, 0, 0) \oplus (80, 95, 95, 110) \oplus (0, 0, 0, 0) = (95, 110, 110, 125) \Rightarrow \Delta KO_{K2} = 110;$$

$$\checkmark \Delta KO\%_{K2} = (95, 110, 110, 125) \oslash [(70, 100, 100, 130) \oplus (0, 0, 0, 0) \oplus (100, 130, 130, 160) \oplus (0, 0, 0, 0)] = (95, 110, 110, 125) \oslash (170, 230, 230, 290) = (0.559, 0.478, 0.478, 0.431) \Rightarrow \Delta KO\%_{K2} = 0.489;$$

$$\checkmark \Delta KO_{K3} = (0, 0, 0, 0) \oplus (30, 30, 50, 35) \oplus (0, 0, 0, 0) \oplus (10, 35, 15, 15) = (40, 65, 65, 50) \Rightarrow \Delta KO_{K3} = 55;$$

$$\checkmark \Delta KO\%_{K3} = (40, 65, 65, 50) \oslash [(0, 0, 0, 0) \oplus (65, 80, 100, 100) \oplus (0, 0, 0, 0) \oplus (40, 70, 70, 100)] = (40, 65, 65, 50) \oslash (105, 150, 170, 200) = (0.381, 0.433, 0.339, 0.250) \Rightarrow \Delta KO\%_{K3} = 0.348;$$

$$\checkmark \Delta KO_{K4} = (0, 0, 0, 0) \oplus (0, 0, 0, 0) \oplus (35, 50, 50, 65) \oplus (0, 0, 0, 0) = (35, 50, 50, 65) \Rightarrow \Delta KO_{K4} = 50;$$

$$\checkmark \Delta KO\%_{K4} = (35, 50, 50, 65) \oslash [(100, 130, 130, 160) \oplus (0, 0, 0, 0) \oplus (70, 100, 100, 130) \oplus (0, 0, 0, 0)] = (35, 50, 50, 65) \oslash (170, 230, 230, 290) = (0.206, 0.217, 0.217, 0.224) \Rightarrow \Delta KO\%_{K4} = 0.216;$$

Tabela 15: Comparação para o indicador ΔKO entre os métodos original, corrigido e *fuzzificado*

	Método Original	Método Corrigido	Método <i>Fuzzificado</i>	Módulo da diferença Relativa entre corrigido e <i>fuzzificado</i>
$\Delta KO\%_{oK1}$	0,308	0,632	0,603	4,5%
$\Delta KO\%_{oK2}$	0,564	0,542	0,489	9,7%
$\Delta KO\%_{oK3}$	0,595	0,400	0,348	13,0%
$\Delta KO\%_{oK4}$	0,396	0,208	0,216	3,7%

Fonte: o Autor

Passando, então, para o cálculo de ΔKP e $\Delta KP\%$, tem-se:

$$\checkmark \Delta KP_1 = (95, 110, 130, 100) \oplus (15, 15, 15, 15) \oplus (0, 0, 0, 0) \oplus (0, 0, 0, 0) = (110, 125, 145, 115) \Rightarrow \Delta KP_1 = 126;$$

$$\checkmark \Delta KP\%_1 = (110, 125, 145, 115) \oslash [(130, 160, 200, 200) \oplus (70, 100, 100, 130) \oplus (0, 0, 0, 0) \oplus (100, 130, 130, 160)] = (95, 110, 130, 100) \oslash (300, 390, 430, 490) = (0.317, 0.282, 0.302, 0.204) \Rightarrow \Delta KP\%_1 = 0.270;$$

$$\checkmark \Delta KP_2 = (0, 0, 0, 0) \oplus (0, 0, 0, 0) \oplus (30, 30, 50, 35) \oplus (0, 0, 0, 0) = (30, 30, 50, 35) \Rightarrow \Delta KP_2 = 37;$$

$$\checkmark \Delta KP\%_2 = (30, 30, 50, 35) \oslash [(0, 0, 20, 35) \oplus (0, 0, 0, 0) \oplus (65, 80, 100, 100) \oplus (0, 0, 0, 0)] = (30, 30, 50, 35) \oslash (65, 80, 120, 135) = (0.462, 0.375, 0.417, 0.259) \Rightarrow \Delta KP\%_2 = 0.371;$$

$$\checkmark \Delta KP_3 = (0, 0, 0, 0) \oplus (80, 95, 95, 110) \oplus (0, 0, 0, 0) \oplus (35, 50, 50, 65) = (115, 145, 145, 175) \Rightarrow \Delta KP_3 = 145;$$

$$\checkmark \Delta KP\%_3 = (115, 145, 145, 175) \oslash [(0, 0, 0, 0) \oplus (100, 130, 130, 160) \oplus (0, 0, 0, 0) \oplus (70, 100, 100, 130)] = (115, 145, 145, 175) \oslash (170, 230, 230, 290) = (0.676, 0.630, 0.630, 0.603) \Rightarrow \Delta KP\%_3 = 0.637;$$

$$\checkmark \Delta KP_4 = (0, 0, 0, 0) \oplus (0, 0, 0, 0) \oplus (10, 35, 15, 15) \oplus (0, 0, 0, 0) = (10, 35, 15, 15) \Rightarrow \Delta KP_4 = 21,2;$$

$$\checkmark \Delta KP\%_4 = (10, 35, 15, 15) \odot [(0, 0, 0, 0) \oplus (0, 0, 0, 0) \oplus (40, 70, 70, 100) \oplus (0, 0, 0, 0)] = (10, 35, 15, 15) \odot (40, 70, 70, 100) = (0.250, 0.500, 0.500, 0.150) \Rightarrow \Delta KP\%_4 = 0.300;$$

Tabela 16: Comparação para o indicador ΔKP entre os métodos original, corrigido e *fuzzificado*

	Método Original	Método Corrigido	Método <i>fuzzificado</i>	Módulo da diferença relativa entre <i>fuzzificado</i> e corrigido
$\Delta KP\%_1$	0,468	0,333	0,270	19,0%
$\Delta KP\%_2$	0,760	0,400	0,371	7,3%
$\Delta KP\%_3$	0,569	0,667	0,637	4,4%
$\Delta KP\%_4$	0,306	0,333	0,300	10,0%

Fonte: o Autor

Resta apenas agora calcular a descobertura total de conhecimentos na organização (ΔKT). Esse indicador, conforme foi dito, é a razão entre a soma de todas as células da matriz NOK-DPT' e a das células da matriz NOK. Outra forma de calcular a soma de todas as células de NOK-DPT' seria somar os indicadores ΔKP_1 , ΔKP_2 , ΔKP_3 e ΔKP_4 , já que esses indicadores são obtidos somando as colunas da supracitada matriz. Têm-se assim:

$$\checkmark \Delta KT = [(110, 125, 145, 115) \oplus (30, 30, 50, 35) \oplus (115, 145, 145, 175) \oplus (10, 35, 15, 15)] \odot [(300, 390, 430, 490) \oplus (65, 80, 120, 135) \oplus (170, 230, 230, 290) \oplus (40, 70, 70, 100)] = (265, 335, 355, 340) \odot (575, 770, 850, 1015) = (0.461, 0.435, 0.418, 0.335) \Rightarrow \Delta KP_4 = 0.409;$$

Tabela 17: Comparação para o indicador ΔKT entre os métodos original, corrigido e *fuzzificado*

	Método Original	Método Corrigido	Método <i>Fuzzificado</i>	Módulo da Diferença Relativa entre os Métodos Corrigido e <i>Fuzzificado</i>
ΔKT	0,795	0,439	0,409	6,8%

Fonte: o Autor

Os resultados apresentados permitem perceber que os indicadores calculados com base nos algoritmos *fuzzificados* são significativamente diferentes daqueles obtidos com base na matemática *crisp*. A descobertura relativa de cada conhecimento na

organização, por exemplo, chega a apresentar uma diferença de 13% quando calculada pelo novo método ($\Delta KO\%_3$).

Já no caso da descobertura relativa de cada processo na organização, as diferenças entre os métodos ficam ainda mais claras. Enquanto, pelo método tradicional, os processos P_1 e P_4 ficam empatados em primeiro lugar no ranking de processos com menores *gaps*, o método *fuzzificado* sugere que tal posição deveria ser ocupada apenas por P_1 . Essas diferenças, ainda que possam parecer pequenas, gerariam alocações de recursos distintas. Verbas para treinamentos, admissão de profissionais, investimentos em novas tecnologias, entre outras, teriam destinações diferentes de acordo com cada abordagem.

Apesar de não ser possível afirmar com base nessa simulação que os resultados gerados pelos algoritmos *fuzzificados* são melhores, é difícil encontrar um argumento para a tese contrária. Comparando os algoritmos da GCP como um processo de transformação, os insumos seriam os dados de entrada (apresentados nas matrizes A, B e C), e os produtos, os indicadores. O que a *fuzzificação* de fato fez foi melhorar a qualidade dos insumos e adequar o processo de transformação a eles, mas mantendo todas as etapas do método corrigido. É difícil contestar que em uma situação dessas os produtos não seriam de melhor qualidade. E, como a “qualidade” que está sendo defendida é, na verdade, aderência à realidade, é intuitivo que esses algoritmos *fuzzificados* são uma modelagem melhor do que a anterior.

Capítulo 5 – Conclusão

Esse trabalho pretendia aplicar a matemática *fuzzy* à Gestão de Competências por Processos. Apesar de esse objetivo ter sido atingido, não foi possível afirmar, com base nos resultados obtidos, que essa mudança nas premissas gerou resultados não só diferentes, mas também melhores que os anteriores. Apesar de essa idéia ser um tanto intuitiva, a mesma não foi matematicamente comprovada nessa pesquisa.

Cabe frisar que, apesar de essa demonstração não ter sido feita, há indícios de que a mesma é possível. Um possível caminho para tal seria a criação de um caso hipotético, mas desenvolvido pelo caminho contrário ao apresentado. Seria proposta, assim, uma empresa fictícia, em que fossem conhecidas as reais disponibilidades de competências de cada indivíduo (por exemplo, colaborador H_1 possui proficiência de 78% em K_1), assim como as necessidades reais de competências dos processos (por exemplo, processo P_2 necessita de proficiência 47% em K_2). A partir daí, poderiam ser calculados os *gaps* reais de cada processo, que poderiam ser comparados aos resultados obtidos via GCP *fuzzificada* e GCP *crisp*. A medida do erro em cada um dos métodos sugeriria qual dos métodos apresentou maior aderência à “realidade”.

Porém, o teste acima não constitui uma demonstração matemática *stricto sensu*, uma vez que o resultado obtido não seria generalizável. Essa foi, somada ao fato de que essa demonstração não era o objetivo central da pesquisa, a razão para que esse teste não tenha sido realizado.

Outro possível caminho para essa demonstração seria explorar os conceitos de cardinalidade relativa e de entropia, tal qual expostos por ZIMMERMAN, GAINES & ZADEH (1984). Poder-se-ia obter, a partir dessa análise, o grau de “aderência à modelagem *fuzzy*”¹⁰ e, a partir da mesma, afirmar que essas variáveis são mais apropriadas para o tratamento do problema em questão do que as variáveis *crisp*. Por representar um volume extra de trabalho incompatível com os prazos estabelecidos para essa pesquisa, essa possibilidade também não foi testada.

Dessa forma, um primeiro desdobramento sugerido para esse trabalho seria a execução de pelo menos um dos métodos acima sugeridos, de forma a buscar

¹⁰ Tradução livre do autor para o termo *fuzzyness*.

teoricamente a confirmação da superioridade da GCP *fuzzificada* no que concerne à robustez de seus indicadores. Paralelamente, poderiam ser também realizadas aplicações práticas do novo método que, somadas a análises de especialistas, pudessem comprovar essa superioridade também pela via empírica.

Outra limitação da pesquisa apresentada foi não explorar as competências em seus três vieses tal qual proposto por CARDOSO (2004), a saber: conhecimento, atitude e experiência. Enquanto os dois primeiros foram rediscutidos e enquadrados em uma nova abordagem, o terceiro manteve sua lógica de tratamento original. Um outro desdobramento, então, seria o de questionar os princípios de construção do método especificamente para as experiências, gerando assim novas regras tecnológicas direcionadas para esse tratamento.

Há ainda uma terceira vulnerabilidade da GCP que essa pesquisa também não abordou: o fato de a mesma não prescrever claramente em qual nível de detalhamento dos processos a mesma deva ser aplicada. Há nesse ponto um claro *trade-off* entre custo e tempo de implantação x precisão dos resultados. Explorar esse ponto é mais um possível desdobramento que contribuiria significativamente para o desenvolvimento da tecnologia.

Finalmente, um outro desdobramento possível seria unir a discussão de competência com a de carga de trabalho¹¹, ou seja, considerar que além de competências os processos necessitam de uma determinada quantidade de homens-horas para serem executados, enquanto as disponibilidades de horas de cada colaborador são restritas. Conduzir essa discussão certamente contribuiria para evitar problemas de capacidade produtiva.

¹¹ Essa pesquisa em especial já está sendo conduzida no âmbito do mestrado em Engenharia de Produção da COPPE/UFRJ, com data de término prevista para março de 2009. Constitui, assim, mais um desdobramento do trabalho originado por CARDOSO (2004).

Capítulo 6 – Referências Bibliográficas

ADLER, Mortimer J. & VAN DOREN, Charles: *How to Read a Book*. New York, Simon & Schuster, 1967.

BARNEY, Jay B. & HESTERLY, William S.: *Strategic Management and Competitive Advantage: concepts*. New Jersey, Pearson Prentice Hall, 2006.

BASTOS JR., Lucas A. M. de B. *Gestão de Competências por Processos: uma releitura através da atividade advocatícia*. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2005.

BUKOWITZ, Wendy R. & WILLIAMS, Ruth L. *Manual de Gestão do Conhecimento: Ferramentas e Técnicas que Criam Valor para a Empresa*. Porto Alegre, Bookman, 2002.

CARDOSO, Vinicius C. *Gestão de Competências por Processos: Um Método para a Gestão do Conhecimento Tácito da Organização*. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.

CHIAVENATO, Idalberto. *Gestão de Pessoas*. 2ª ed. Rio de Janeiro, Elsevier, 2005.

COX, Earl. *The Fuzzy Systems Handbook: A Practitioner's Guide to Building, Using and Maintaining Fuzzy Systems*. New York, Academic Press, 1994.

DAVENPORT, Thomas H. *Ecologia da Informação: Por Que Só a Tecnologia Não basta para o Sucesso na Era da Informação*. 4ª ed. São Paulo, Futura, 2001.

DAVENPORT, Thomas H. & PRUSAK, Laurence. *Conhecimento Empresarial: Como as Organizações Gerenciam seu Capital Intelectual*. 9ª ed. Rio de Janeiro, Campus, 1998.

- GRATTON, Linda; HAILEY, Veronica H., STILES, Philip & TRUSS, Catherine. *Strategic Human Resource Management: corporate rhetoric and human reality*. New York, Oxford University Press, 1999.
- IEZZI, Gelson & MURAKAMI, Carlos. *Fundamentos de Matemática Elementar*. São Paulo, Atual, 1996.
- LIANG, Gin-Shuh & WANG, Mao-Jiun J. “A fuzzy multi-criteria decision-making method for facility site selection”. *International Journal of Production Research*, v.29, n.11, pp. 2313-2330, 1991.
- LOPES, Cristiane P. C. *Gestão por Competências como Ferramenta para um RH Estratégico*. Monografia (Especialização em Gestão de Equipes) – Centro de Pesquisa e Pós-graduação do Libertas Consultoria e Treinamento, Universidade Católica de Pernambuco, Recife, 2007.
- RODRIGUES, Rafael G. *Uma Modelagem da Gestão de Competências por Processos na Gestão de Recursos Humanos das Organizações*. Projeto de Fim de Curso (Graduação em Engenharia de Produção) – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.
- MELAO, Nuno & PIDD, Michael. “A conceptual framework for understading business processes and business processes modeling”. *Information Systems Journal*, n. 10, pp. 105-129, 2000.
- MENDEL, Jerry M. “Fuzzy Logic Systems for Engineering: A Tutorial”. In: *Proceedings of the IEE*, v.83, n.3. 1995.
- NICOLETTI, Maria do Carmo & CAMARGO, Heloisa de A. *Fundamentos da Teoria de Conjuntos Fuzzy*. São Paulo, EdUFSCar, 2004.
- NONAKA, Ikujiro & TAKEUCHI, Hirotaka. *Criação de Conhecimento na Empresa: como as empresas japonesas geram a dinâmica da inovação*. Rio de Janeiro, Campus, 1997.

- PIDD, Michael. “Just Modeling Through: a rough guide to modeling”. Department of Management Science, The Management School, Lancaster University, 1999.
- PROBST, Gilbert; RAUB, Steffen & ROMHARDT, Kai. *Gestão do Conhecimento: os elementos construtivos do sucesso*. Porto Alegre, Bookman, 2002.
- RICCI, Juliana: *A evolução do RH – da década de 30 até o século XXI*. 2005. Disponível em: <<http://carreiras.empregos.com.br>>. Acesso em 22 jan. 2008.
- ROMME, A. Georges L. & ENDENBURG, Gerard: “Construction Principles and Design Rules in the Case of Circular Design”. *Organization Science*, v.17(2), pp. 287-297, 2006.
- RODRIGUES, Rafael G. *Uma Modelagem da Gestão de Competências por Processos na Gestão de Recursos Humanos das Organizações*. Projeto de Fim de Curso (Graduação em Engenharia de Produção) – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.
- ROSS, Timothy J. *Fuzzy Logic With Engineering Applications*. John Wiley & Sons, England, 2004.
- SANTOS, Elibel L. *Construção de um Modelo de Estratégia de Gestão do Conhecimento: concepção do sistema organizacional de gestão do conhecimento de uma organização do setor elétrico brasileiro*. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.
- SANTOS, Elibel .L., SOARES, Priscila F. & CARDOSO, Vinicius C. “Em direção à Gestão de Competências por Processos: uma proposta de método para construção de árvores de conhecimentos”. *In: Anais do 23º Encontro Nacional de Engenharia de Produção*. Ouro Preto, 2002.

- SANTOS, Rafael P. *Engenharia de Processos: análise do referencial teórico-conceitual, instrumentos, aplicações e casos*. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2002.
- SHAW, Ian S. & SIMÕES, Marcelo G. *Controle e Modelagem Fuzzy*. São Paulo, Edgard Blücher, 1999.
- TANSCHKEIT, Ricardo. “Lógica Fuzzy, Raciocínio Aproximado e Mecanismos de Inferência”. In: *Anais do 17º Encontro Nacional de Automática*, pp. 46-55. Porto Alegre, 1998.
- YAGER, Ronald R. “Simultaneous Solution of Fuzzy Models: an application to economic equilibrium analysis”. *Fuzzy Sets and Systems*, v.115, pp.339-349, 2000.
- ZADEH, Lofti A. “Fuzzy Sets”. *Information and Control*, v.8, pp. 338-353, 1965.
- ZIMMERMAN, Hans J., GAINES, Brian R. & ZADEH, Lofti A. *Fuzzy Sets and Decision Analysis, Tims Studies in the Management Sciences*. New York, North-Holland, 1984.