



ACELERAÇÃO DE PROJETO COM RECURSOS RESTRITOS  
MEDIANTE INTERRUPTÃO DE ATIVIDADES

Claudio David Dimande

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós - graduação em Engenharia Oceânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Oceânica.

Orientador: Raad Yahya Qassim

Rio de Janeiro

Junho de 2011

ACELERAÇÃO DE PROJETO COM RECURSOS RESTRITOS  
MEDIANTE INTERRUÇÃO DE ATIVIDADES

Claudio David Dimande

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ  
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS  
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM  
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA OCEÂNICA.

Examinada por:

---

Prof. Raad Yahya Qassim, Ph. D.

---

Prof. Jose Marcio do Amaral Vasconcellos, D. Sc.

---

Prof. Luíz Fernando Loureiro Legey, Ph. D.

---

Prof. Jose Luis Lopes da Silveira, D. Sc.

---

Prof. Antonio José da Silva Neto, Ph. D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

JUNHO DE 2011

Dimande, Claudio David

Aceleração de Projeto com Recursos Restritos mediante Interrupção de atividades/ Claudio David Dimande. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2011.

XII, 106 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Raad Yahya Qassim

Tese (doutorado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Oceânica, 2011.

Referências Bibliográficas: p. 72-83.

1. Aceleração de Projeto. 2. MRCPSP. 3. Múltiplos Modos. I. Qassim, Raad Yahya. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Oceânica. III. Título.

## **DEDICATÓRIA**

A **DEUS** por tudo;  
Ao Prof. Ronaldo Soares de Andrade, com infinita gratidão

## **Agradecimentos**

Em primeiro lugar gostaria de agradecer a Deus meu Senhor, Salvador e Protetor, a quem devo toda Honra, Reverencia e Toda Glória. A minha família, por todo apoio e suporte.

Sinceros e profundos agradecimentos ao meu orientador o Prof. Raad Yahya Qassim que tomou o desafio de me orientar no desenvolvimento deste trabalho. Quero agradecer sinceramente pela paciência, pelo encorajamento, pela amizade, pelo modo provocativo de orientar e acima de tudo pela freqüente disposição na troca de idéias.

Sou extremamente grato ao José Fantine, Coordenador do Centro e Espaços Redes de Excelência pelo seu inestimável apoio e suporte e por ter disponibilizado de maneira integral as instalações do ECENTEX na pesquisa e redação desta tese, ao Carlos Feu da Organização Economia & Energia com o qual aprendi bastante além de permitir o uso da ECEN Consultoria sem restrições, mormente aos fins de semana para a redação deste trabalho, ao Levi Ferreira que se revelou um grande camarada de todas as horas, com quem aprendi grandes lições de vida, além de ser um grande encorajador. As sempre atenciosas e divertidas Secretárias do Ecentex (Elisabeth Ferreira), do LIMA (Juliana e Carmen), da ECEN (Suzana). A todos o meu muito Obrigado!

Um especial agradecimento aos três mosquiteiros, o primeiro, Vicente Nepomuceno quem partilhou cada instante desta caminhada, desde as aflições, dúvidas, concepção do modelo matemático, e a própria discussão do trabalho e foi quem leu a primeira versão desta tese apesar dos seus inúmeros afazeres. O segundo, Felipe Addor a quem me faltam palavras para agradecer a este amigo (furão das baladas, mas sangue bom!) de todos os momentos, sempre presente para qualquer ajuda mesmo quando parecia impossível e ao árabe Flavio Chedid.

Extensão da mesma amplitude de agradecimentos ao grande amigo André Castro que abriu as portas para a minha primeira experiência em uma empresa multinacional.

Um especial obrigado as minhas grandes amigas Claudia Simões e Rita de Cássia (que por várias vezes foi minha psicóloga), Isabel Cristina (que me ouvia falar durante 2 horas sem parar). A todos os amigos da SOCOTHERM BRASIL e do SOLTEC. Valeu Pessoal!

Meu muito obrigado também ao meu grandíssimo e inestimável amigo Felix Manhiça, a minha queridíssima e amicíssima Tatyana Matabele (No words!). Aos Amigos do “*point*” Bruno Mate (mermão!), Dover Mavila, Teodósio Nzualo, Nurdino Muaivela, Nano Sibia, Leo Nhantumbo, Ilídio, Nerito, Nelsa Matavel, Carla Madalena (Dena), Daniela Malemba, ao Tony Malemba, e Fernanda Malemba, ao Valente Matlaba, amigo de longa data, com o qual decidimos ainda em 1997 que tínhamos de chegar ao Doutorado, ao Vitor Guibunda, Tininho e Luis Mucave.

Extremamente agradecido a sempre prestativa Glace Farias (Hummm!!!!) Secretária Executiva do Peno/UFRJ, ao Felipe (Peno/UFRJ), a Elza e a minha queridíssima e amorosa “mãezona” Luciana.

Sou extremamente devedor e agradecido a todos os membros da banca examinadora que fizeram críticas e sugestões bastante plausíveis visando a melhoria deste trabalho.

A UFRJ que me forneceu uma educação brilhante e gratuita e a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa de estudos sem a qual dificilmente esta jornada teria chegado ao final.

A todos muito obrigado pela amizade, apoio e suporte.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D. Sc.)

ACELERAÇÃO DE PROJETO COM RECURSOS RESTRITOS  
MEDIANTE INTERRUPTÃO DE ATIVIDADES

Claudio David Dimande

Junho/2011

Orientador: Raad Yahya Qassim

Programa: Engenharia Oceânica

O Multimode Resource Constrained Project Scheduling Problem (MRCPSP) é uma extensão do problema de *RCPSP* e pertence à classe de problemas *NP-Hard*. Este problema continua desafiador, devido essencialmente a sua natureza combinatorial. Alguns modelos propostos, por outros autores, possuem um nível de abstração tal que dificilmente seriam aplicados a problemas “reais” de programação de projetos. O objetivo desta tese é a proposição de um modelo matemático, baseado na abordagem de programação linear inteira para aceleração de projetos com recursos restritos através de múltiplos modos (compressão, sobreposição e interrupção de atividades) para fazer face ao MRCPSP. O modelo proposto foi testado resolvendo vários problemas usando o software comercial LINDO.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

LIMITED RESOURCES PROJECT ACCELERATION  
THROUGH ACTIVITY SPLITTING

Claudio David Dimande

June/2011

Advisor: Raad Yahya Qassim

Department: Ocean Engineering

The Multimode Resource Constrained Project Scheduling Problem (MRCPSP) is an extension of RCPSP problem and belongs to NP-Hard problems class. This problem continues a challenger, due to essentially his combinatorial nature. Some of the proposed models by other authors have such abstraction level that hardly can be applied to the real scheduling problems. The aim of this thesis is the proposition of a mathematical model, based in a integer programming approach to multimode (crash, overlap and splitting activities) resource constrained project acceleration to deal the MRCPSP. The proposed model has been tested solving a variety of problems using the commercial software LINDO.



## Índice

Resumo.....	VII
Abstract.....	VIII
Lista das figuras.....	XI
Lista das tabelas .....	XII
<b>CAPITULO 1 – INTRODUÇÃO.....</b>	
1.1. Contextualização .....	1
1.2. O Problema da Pesquisa.....	3
1.3. Objetivo.....	6
1.4. Justificativa.....	6
<b>CAPITULO 2 – REVISÃO DE LITERATURA.....</b>	
2.1. O Projeto e as Relações de Precedência.....	8
2.2. A Programação de Projetos: O RCPSP.....	10
2.3. Caracterização Geral do RCPSP.....	14
2.3.1. Número de Projetos Simultâneos.....	14
2.3.2. Natureza das Informações do Projeto.....	14
2.3.3. Tipos de Objetivos.....	14
2.3.4. Modos de Execução.....	15
2.3.5. Tipos de Precedência.....	19
2.3.6. Possibilidade de Interrupção.....	20
2.3.7. Tipos de Recursos Utilizados.....	21
2.3.8. Número de Recursos Utilizados.....	22
2.3.9. Número de Objetivos.....	22
2.4. Procedimentos para Solucionar o MRCPSP.....	22
2.4.1. Métodos Heurísticos.....	22
2.4.1.1. Métodos baseados em Regras de Prioridade.....	23
2.4.1.2. Métodos Metaheurísticos.....	24
2.4.2. Métodos Exatos.....	26
2.4.2.1. O Branch <i>and</i> Bound.....	26
2.4.2.2. A Enumeração Implícita.....	27

2.5. Aceleração de Projetos.....	29
2.5.1. A Compressão de Atividades.....	37
2.5.2. A Sobreposição de Atividades.....	40
CAPITULO 3 – PROPOSIÇÃO DE UM MODELO DE PROGRAMACAO LINEAR INTEIRA.....	51
CAPITULO 4 – EXEMPLOS NUMÉRICOS.....	57
4.1. A Construção de um Rebocador.....	58
4.2. A Construção de um Navio Suezmax.....	65
CAPITULO 5 – CONCLUSÃO .....	70
6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	72
7. ANEXOS.....	84

## Lista das Figuras

Figura 1 – Rede AON com tempos de espera.....	9
Figura 2 – Curva do custo direto.....	30
Figura 3 – Curva teórica do custo direto.....	30
Figura 4– Curva convexa do custo direto.....	31
Figura 5 – Curva de custo indireto.....	32
Figura 6 – Curvas descontínuas.....	33
Figura 7 – Curvas superpostas.....	34
Figura 8 – Curvas com trechos côncavos.....	34
Figura 9 – Curva de múltiplos estágios.....	35
Figura 10– Curva de multas e prêmios.....	35
Figura 11 – Atividades em série (a) e em paralelo (b).....	40
Figura 12 – <i>Upstream</i> e <i>Downstream</i> .....	41
Figura 13 – Atividades dependentes.....	42
Figura 14 – Atividades Semi-independentes.....	43
Figura 15 – Atividades inter-independentes.....	43
Figura 16 – Atividades Independentes.....	43
Figura 17– Rede de projeto de construção de um rebocador.....	58
Figura 18 – Atividades do projeto iniciando no tempo mais cedo (EST).....	61
Figura 19 – Atividades do projeto com interrupção e sobreposição de atividades.....	62
Figura 20– Posição da atividade a, sem interrupção baseado no início mais cedo.....	63
Figura 21 – Posição da atividade a, com interrupção de atividades.....	63
Figura 22 – Redução do tempo de construção de um rebocador.....	66
Figura 23 – Rede AON do projeto de construção de um Navio .....	67

## **Lista das Tabelas**

Tabela 1 – grupos de atividades que devem ser executadas no mesmo modo.....	19
Tabela 2 – Descrição das atividades de construção de um rebocador.....	58
Tabela 3 – Custo unitário dos recursos.....	59
Tabela 4 – Consumo de recursos pelos diversos modos na construção de um rebocador.	59
Tabela 5 – Descrição das atividades e duração nos diversos modos.....	65
Tabela 6 – Custo unitário dos recursos.....	66

# CAPITULO 1

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1. Contextualização

Mesmo com o grande acúmulo de conhecimento em gestão de projetos, com o advento da globalização, o aparecimento de novas técnicas e ferramentas, que geram e difundem a informação com maior rapidez, aliada á internacionalização das empresas e á consequente formação de conglomerados corporativos, nos quais há trocas de experiências e conhecimentos, mesmo assim, os projetos continuam falhando (Dimande e Maximiano, 2008).

Isso acontece, por um lado, porque o conhecimento gerado e a experiência acumulada até aqui, não são suficientes por si só, para assegurar o sucesso dos projetos (empreendimentos terminados dentro dos prazos, custos e especificações requeridas), por outro, à dificuldade de lidar com fatores não previstos inicialmente na programação do projeto.

Fatores imprevistos como as mudanças exigidas pelo cliente durante a execução do projeto, ou aqueles relacionados a custos e prazos, como por exemplo, as penalidades por atrasos, a necessidade de liberação de pessoal, a limitação de espaço ou recursos para outros projetos, a necessidade de antecipação de lançamento de um dado produto entre outros, podem gerar problemas, exigindo ajustes na programação do projeto.

Tais ajustes podem ser feitos de diferentes maneiras, seja pelo nivelamento e alocação de recursos, pela aceleração de projetos via compressão (Abbasi e Mukattash, 1999), pela sobreposição de atividades (Wang e Lin, 2008), ou pela substituição de atividades (Gerk e Qassim, 2008).

A aceleração de projetos pertence a uma classe de problemas chamada de “*problema de balanceamento entre tempo e custo (Time – Cost Trade off Problem)*” cujo objetivo é reduzir a duração das atividades e conseqüentemente a duração do projeto com a menor alocação adicional de recursos, tais como hora extra, equipamento especial, pessoal, materiais, etc.

Esta troca de um acréscimo no custo por uma redução no tempo de execução de uma atividade é a essência dos modelos de aceleração de projetos (Wuliang e Chengen, 2008) no entanto, ela não é feita de maneira arbitrária, é necessário ser criterioso na escolha adequada das atividades, e, evidentemente, ela (s) deve (m) pertencer ao caminho crítico (Meredith e Mantel, 2000).

A tarefa de compactar a duração de um determinado projeto torna-se complexa quando existe escassez de recursos, como materiais, mão de obra e equipamentos. Quando tal cenário se desenha se está diante da programação de projetos com recursos limitados. Uma possível abordagem para este problema é estendê-lo para passar a incorporar a possibilidade de uma atividade ser executada em múltiplos modos ao menor custo possível.

O objetivo deste trabalho é o de construir um modelo matemático para aceleração de projetos com recursos restritos que integre simultaneamente múltiplos modos (compressão, sobreposição e a interrupção) de execução de atividades.

Este tese está estruturada da seguinte maneira: após esta breve introdução, apresenta-se o problema de pesquisa que o trabalho se propõe a abordar, seguidamente elucida os objetivos e a justificativa do trabalho. Posteriormente, apresentam-se a revisão bibliográfica, o modelo proposto neste trabalho e os exemplos numéricos para validação do modelo. Finaliza com a apresentação das conclusões, as referências bibliográficas e alguns anexos respectivamente.

## 1.2. O Problema da Pesquisa

Os diagramas de rede (PERT/CPM<sup>1</sup>) são a base para os cálculos de tempos em projetos que fazem parte do caminho crítico, tais como o início mais cedo, término mais cedo, folgas, duração do caminho crítico, etc. Apesar da grande importância que a técnica do caminho crítico<sup>2</sup> possui, este método tem como fator limitante o não levar em conta a disponibilidade de recursos, isto é, tem a premissa de que os recursos são ilimitados, o que não corresponde à realidade (Elmaghraby et. al., 2003 e Liu et. al., 2005).

Ora, se os recursos não são infinitos, usá-los adequadamente passa a ser determinante, o que significa designá-los racionalmente para uma determinada atividade por período de tempo, de forma que a capacidade de consumo não seja maior que a sua disponibilidade. Neste processo de designação ou de alocação de recursos podem ocorrer duas situações no projeto: na primeira, a oferta de recurso (s) ser maior que a demanda (o que quase nunca acontece), e a segunda situação, a demanda ser maior que a oferta (o que quase sempre ocorre) em uma ou mais unidades de tempo (Ichiara, 2002, Davis, 1973, Meredith e Mantel, 2000).

Na segunda situação, podem ocorrer três tipos importantes de problemas:

- Necessidade de reduzir a variação nos perfis de demanda dos recursos;
- Necessidade de encurtar a duração do projeto e, para isto, ter de adicionar mais recursos ao menor custo;
- Necessidade de gerar uma combinação de datas de início das atividades, de modo que o recurso disponível não seja ultrapassado pelas despesas em nenhum período de tempo no decorrer do projeto.

O problema de pesquisa deste trabalho é uma combinação entre o segundo e terceiro problema.

---

<sup>1</sup> PERT/CPM - utilizam conceitos de rede (grafos) para planejar e visualizar a coordenação das atividades do projeto (vide Contador, 1998; Carvalho e Rabechini, 2006; PMBOK, 2004).

<sup>2</sup> Caminho Crítico: seqüência de atividades que não tem folga. A sua duração representa o tempo mínimo requerido para completar o projeto. Qualquer atraso em uma das atividades do Caminho Crítico atrasará o projeto (Vide Meredith e Mantel, 2000; Carvalho e Rabechini, 2006).

O problema de alocação de recursos limitados é mais conhecido como *Resource-Constrained Project Scheduling Problem (RCPSP)*<sup>3</sup>. A sua natureza combinatorial torna a pesquisa em torno de sua solução um desafio constante na área de programação de projetos (Ichiara, 2002).

Quando se aborda o *RCPSP*, nota-se que existem inúmeros trabalhos (Liu et. al., 2005; Meredith e Mantel, 2000; Yang et. al., 2001; Nudtasomboon e Randhawa, 1997; Slowinsky, 1981, etc.), propondo uma quantidade inumerável de modelos matemáticos para resolver esse tipo de problema, mas ainda assim, são considerados insuficientes dada a complexidade deste problema.

Os benefícios da compressão e sobreposição de atividades como técnicas de aceleração de projetos já são largamente conhecidos. Porém, uma nova técnica de compactação de projetos tem emergido nos últimos tempos que é a “interrupção de atividades” conhecida também como *Pre-emption* ou *splitting activities*. De maneira geral, ainda é um conceito pouco conhecido e minimamente explorado, sendo suas vantagens pouco dominadas, apesar da maioria dos softwares de gestão de projetos conterem a função de interromper atividades (Demeulemeester e Herroelen, 1996, Ballestín, et. al., 2009).

Essencialmente, pode-se definir a interrupção de atividades como a suspensão temporária da execução de uma determinada tarefa. Geralmente, procede-se assim quando se deseja priorizar outras atividades ou dispensar aqueles recursos (da atividade interrompida) para outras atividades. Os estudos de “interrupção de atividades” aliados ao *RCPSP* têm ganhado forma nos últimos anos (Ballestín et. al., 2009).

Quando se estende este problema, passando a incorporar a possibilidade de interrupção de atividades do projeto (*Preemptive Resource-Constrained Project Scheduling Problem - PRCPSP*), nota-se uma escassa literatura (Demeulemeester e Herroelen, 1996; Ballestín et. al., 2008; Vanhoucke e Debels, 2008; Verma, 2006). Não obstante, vários modelos foram propostos:

Kaplan (1988) *apud* Ballestín et. al. (2008b) foi a primeira a estudar o *PRCPSP*, através da programação dinâmica, trabalho que foi contestado por Demeulemeester e Herroelen

---

<sup>3</sup> *RCPSP* – Classe de problema cujo foco baseia-se na questão de como um conjunto de atividades relacionadas tecnologicamente, sob restrição de recursos pode ser programado para atender determinado objetivo (Ichiara, 2002).



(1996) que divergiram da solução apresentada por ela e propuseram um procedimento de *Branch and Bound*, considerado mais eficiente.

O PRCPSP foi motivo de mais discórdia entre alguns pesquisadores: Demeulemeester e Herroelen (1996), e Kaplan (1988, 1991) *apud* Ballestin et. al. (2008) chegaram à conclusão que a interrupção de atividades tem pouco efeito na redução da duração do projeto, ao menos que os níveis de disponibilidade de recursos sejam considerados.

Ballestin et. al., (2008a, 2008b) por sua vez, provaram através do uso de heurísticas que usando apenas uma interrupção por atividade era possível diminuir a duração do projeto. Essa discórdia é um sinal claro da necessidade de mais pesquisas sobre esse tema em diferentes contextos.

Por outro lado, a natureza do problema do RCPSP considera apenas um modo de execução para determinada atividade. Já quando se estende sua abordagem para múltiplos modos o problema torna-se *Multimode Resource Constrained Project Scheduling Problem* (MRCPSP).

Muitas vezes se usa a abordagem generalista de múltiplos modos, referindo-se a possibilidade de uma atividade ser executada de diferentes formas. Poucos trabalhos (Roemer e Ahmadi, 2004, Gerik e Qassim, 2008) elucidam explicitamente o que tais múltiplos modos significam.

Porém até aqui, não se tem registro de trabalhos que proponham o MRCPSP, em que se considere a possibilidade de Compressão, Sobreposição e Interrupção de atividades de maneira simultânea, visando reduzir a duração do projeto. Esta é a proposta deste trabalho.

O assunto *Multimode Resource-Constrained Project Scheduling Problem* (MRCPSP) de maneira geral, foi bastante pesquisado, mas muitas soluções dos modelos providos, nem sempre são adequados ou atendem “de fato”, de maneira factível, aos problemas enfrentados pela equipe de programação de projetos e alguns modelos possuem um nível de abstração tal que dificilmente seriam aplicados a problemas “reais” de programação de projetos. Este trabalho se propõe a transcender essas questões.

Uma retrospectiva do apresentado nesse item elucidada que:

- No “mundo real” dos projetos, os recursos são quase sempre limitados;
- O MRCPSP é uma área emergente e contemporânea, e ainda não está bem assente.

- Praticamente, existe um consenso na comunidade acadêmica que esta área carece de mais pesquisas, considerando diferentes contextos (Verma, 2006; Ballestin et. al., 2008b, Debels e Vanhouke, 2008).

Assim, o problema de pesquisa referido neste trabalho pode ser resumido da seguinte maneira: existirá alguma forma de acelerar um determinado projeto sabidamente com recursos limitados, mediante múltiplos modos (nomeadamente a Compressão, Sobreposição e Interrupção de Atividades), otimizando o uso dos recursos? Esta é a pergunta que este trabalho se propõe a responder.

### **1.3. Objetivo:**

O objetivo deste trabalho é conceber um modelo matemático para aceleração de projetos com recursos restritos mediante múltiplos modos (compressão, sobreposição e Interrupção de atividades) para fazer face ao problema de MRCPSP.

### **1.4. Justificativa**

Em primeiro lugar deve-se destacar a demanda pela ampliação do conhecimento sobre aceleração de projetos ao mínimo custo possível, uma vez que os recursos em qualquer organização são quase sempre escassos e o seu uso de forma racional se faz necessário. Esta abordagem de reduzir a duração do ciclo de vida de um determinado projeto ao menor custo possível é de interesse das organizações, quer sejam estas privadas, sociais ou públicas porque podem assim usufruir mais cedo do produto final.

Segundo, não há dúvidas que muito já se pesquisou a respeito do *MRCPSP*, mas nota-se que à medida que se acrescentam mais variáveis a este problema, incorporando, por exemplo, a interrupção de atividades, menos pesquisas existem.

Não há menção, na literatura, de um modelo matemático que utiliza três mecanismos (Compressão, sobreposição e Interrupção de atividades) simultaneamente para aceleração de projetos com recursos restritos. Assim este trabalho faz uma importante **contribuição teórica** uma vez que os modelos dos estudos anteriores são limitados porque carecem da abrangência que o modelo desenvolvido neste trabalho apresenta. Em terceiro lugar, o

MRCPSP continua sendo um assunto desafiador (Brucker et. al., 1999, Herroelen e Demeulemeester, 1994), devido essencialmente a sua natureza combinatorial (Ichiara, 2002). Além disso, é um problema prático de importância para indústrias de construção civil, naval, pesquisa e desenvolvimento (Chtourou e Haouari, 2008). Assim sendo, esta pesquisa trata de **um assunto relevante**.

## CAPITULO 2

### 2. REVISÃO DE BIBLIOGRAFIA

#### 2.1 O Projeto e as Relações de Precedência

Um projeto pode ser definido como um empreendimento finito e singular que possui objetivos claramente definidos em função de um problema e inclui algum grau de incerteza em relação aos resultados esperados (Maximiano, 2002, Carvalho e Rabechini Jr, 2006). Este pode ser programado pelas técnicas de redes conhecidas como AOA e AON (Contador, 1998, Meredith e Mantel 2000, Kerzner, 2001).

A rede AOA (*Activity on Arc*), é representada por um grafo orientado, em que os arcos são atividades, e os nós são eventos. Por sua vez a rede AON (*Activity on Node*) que é a mais difundida, é uma rede de projeto num grafo orientado, em que os nós são atividades e os arcos são relações de precedência entre atividades, o que significa que uma atividade só pode iniciar após todas as atividades que a precedem tenham sido finalizadas (Coelho, 2004; Kerzner, 2001).

A programação das atividades é restringida pela disponibilidade dos recursos requeridos para a sua realização e por restrições tecnológicas (Gerk e Qassim, 2007). O princípio das relações de precedência de atividades preconiza que a (s) atividade (s) sucessora (s) não pode (m) iniciar sem que a (s) atividade (s) predecessora (s) tenha (m) sido finalizada (s) (Ballestin, 2002; De Reyck e Herroloen, 1999). Estas relações de dependência podem ser

classificadas da seguinte maneira de acordo com Carvalho e Rabechini Jr, (2006) e Maximiano (2009):

**Início – Término (*Start to Finish*):** Esta relação especifica a atividade sucessora (b) só pode terminar depois que a atividade precedente (a) tenha iniciado.

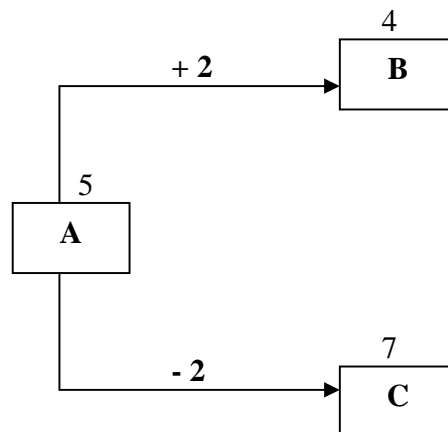
**Início – Início (*Start to Start*):** Neste caso, o início de trabalho da sucessora depende do início da predecessora.

**Término – Início (*End To Start*):** o início do trabalho da sucessora (b) depende do término da predecessora (a). Este é o tipo de precedência mais comum.

**Término – Término (*End – End*):** O término do trabalho da sucessora depende do término da predecessora.

Estes tipos de precedências apenas restringem o início de uma atividade através do fim da atividade precedente e início da atividade sucessora. Mas em certas situações pode-se querer associar nas relações de precedência um tempo de espera.

O “**tempo de espera**” (*time lag*) é uma generalização que permite introduzir nas precedências um tempo mínimo entre os instantes “fim da atividade precedente” e “início da atividade sucessora” (Coelho, 2004). Os valores para o tempo de espera podem, inclusive, ser negativos, acrescentando maior flexibilidade à relação de precedência (De Reyck e Herroelen, 1999).



**Figura 1** – Rede AON com tempos de espera

Veja por exemplo a figura 1: A atividade A precede as atividades B e C, mas para iniciar a atividade B são requeridas duas unidades de tempo após o término da atividade A enquanto que a atividade C pode ser iniciada em dois períodos de tempo antes da

atividade A acabar. Estes tempos podem ser resultado de tempo de configuração de algum recurso utilizado para realizar a atividade A que tenha de ser utilizado para a atividade B, ou uma reação química, por exemplo, em que a mistura precisa ser feita antes de um determinado processo terminar.

Por outro lado, se duas atividades não tiverem precedência entre si, mas ser necessário que elas, não só sejam realizadas em tempos diferentes, como também exista um tempo de espera entre as realizações, então esse tipo de precedência é conhecido como **change-over times** (Coelho, 2004).

Por exemplo, caso ambas as atividades utilizem uma máquina que necessita de um tempo de preparação, ou as atividades ocorram em locais diferentes, é preciso um tempo de intervalo entre elas sendo indiferente qual das atividades será realizada primeiro.

Esta nova relação entre atividades existe entre pares de atividades, que embora não tenham precedência, não podem ser executadas em simultâneo, sendo necessário tempo entre elas. Não é, no entanto obrigatório que o tempo requerido para executar a atividade A antes de B seja igual ao tempo requerido para executar B antes de A.

## **2.2. A Programação de Projetos Com Recursos Restritos (RCPPSP).**

O interesse na pesquisa dos problemas de programação de projetos surge desde os princípios de 1950, quando foram criadas as técnicas PERT/CPM (Herroelen e Demeulemeester, 1994), e tem despertado grande interesse tanto teórico quanto prático (Brucker et. al., 1999).

Para Martins (2000) com os recentes avanços, os pesquisadores têm relaxado muitos dos pressupostos originais e introduzindo novas características ao problema. Por exemplo, inicialmente estes problemas dispunham de recursos infinitos e posteriormente o modelo passou a incorporar a limitação de recursos, é quando surge então a programação de projetos com recursos limitados (RCPPSP).

Este problema (RCPPSP) é uma generalização ou extensão do problema *job-shop* estático<sup>4</sup> e, portanto, pertencente à classe dos problemas de otimização NP-hard<sup>5</sup> que enfoca a

---

<sup>4</sup> Job shop – Sistema composto por M máquinas destinadas a realizar operações em tarefas que a elas chegam. O processo de chegada e o percurso a ser seguido pelas tarefas determinam a complexidade do problema. Mais detalhes vide Fleury (1980) e Lopez Vaca (1995).

questão de como um conjunto de atividades inter-relacionadas tecnologicamente, sob restrições de recursos, pode ser programado de forma a atender um determinado objetivo. O RCPSP é um clássico problema discreto, por exemplo, o horizonte de planejamento é dividido em períodos de tempo discretos e os recursos são discretos (Weglarz et. al., 2011).

A formulação clássica do RCPSP consiste em minimizar a duração do projeto respeitando as relações de precedências e de recursos (Posada, 2010, Weglarz et. al., 2011) e pode ser descrita da seguinte maneira (Pristker, et. al. 1969):

$$\text{Minimise } \sum_{\tau=EF_{n+1}}^{LF_{n+1}} tX_{n+1,t} \quad (1)$$

Sujeito a;

$$\sum_{t=EF_j}^{LF_j} X_{jt} = 1 \quad \text{para } j = 0 \dots, n + 1 \quad (2)$$

$$\sum_{\tau=EF_i}^{LF_i} tX_{it} \leq \sum_{t=EF_j}^{LF_j} tX_{jt} - d_j \quad \forall (A_i, A_j) \in P \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{q=\max\{\tau, EF_j\}}^{\min\{t+d_j-1, LF_j\}} r_{jk}x_{jq} \leq R_k \quad \text{Para } k = 1, \dots, R; t = 1 \dots, H \quad (4)$$

$$x_{jt} \in \{0, 1\} \quad \text{Para } i = 0 \dots, n + 1; t = EF_j \dots, LF_i \quad (5)$$

onde  $d_i$  é a duração das atividades, onde  $i = 1, \dots, n$ . As atividades vão de  $A_0$  a  $A_{n+1}$ , com a atividade  $A_0$  sendo a única atividade terminal sem sucessor. Se a atividade  $A_0$  (a  $A_{n+1}$ ) não existe naturalmente ajustes são necessários.

$x_{jt} = 1$  Se a atividade  $A_j$  executada no modo  $m \in M_j$  é completada no fim do período de tempo  $t$ ;

$(R_k)$  - é o número de unidades do  $k$  - éximo recurso renovável ou não renovável;

---

<sup>5</sup> NP (Nondeterministic polynomial-time) – Hard: Conjunto de todos os problemas que podem ser resolvidos por um computador não determinístico em um tempo polinomial. Um problema é denominado NP-Hard se qualquer P' na classe NP é redutível para P. Mais detalhes ver Lopez Vaca (1995).

$r_{jmk}$  - refere-se ao número de unidades do  $k$  - ésimo recurso não renovável requerido pela atividade

$d_{jt}$  - duração da atividade  $A_j$ ;

$EF$  (early finish time);

$LF$  (late finish time).

A função objetivo em (1) minimiza a duração do projeto, (2) assegura que cada atividade (que não pode ser interrompida) seja executada uma vez. As relações de precedência são garantidas pela restrição (3). A restrição (4) assegura que os limites dos recursos não sejam excedidos. E por último, a restrição (5) define a binaridade das variáveis de decisão.

Para este modelo pode-se fazer as seguintes suposições adaptadas de Demeulemeester e Herroelen (1996) e Vanhoucke (2008):

- Um projeto consiste em diferentes atividades, as quais são representadas no formato atividade no nó - um grafo direcionado e acíclico-, no qual os nós representam as atividades e os arcos, as restrições de precedência;
- Duas atividades fantasmas são introduzidas: a atividade  $I$  representa a atividade de início do projeto e é a predecessora direta ou indireta de toda atividade do projeto, enquanto a atividade  $N$  denota a atividade de final do projeto e é sucessora direta ou indireta de toda atividade;
- As relações das atividades são de precedência fim-fim, com um tempo de atraso igual a zero, implicando que nenhuma atividade pode iniciar antes que as suas predecessoras tenham sido completadas;
- Não há imposição de data de início a qualquer atividade do projeto;
- Cada atividade  $i$   $\{i = I, \dots, N\}$  tem uma duração constante  $d_i$ ;
- Cada atividade  $i$  requer um número constante de unidades  $r_{ik}$  de um recurso renovável do tipo  $k$  ( $k = I, \dots, K$ );
- Os requerimentos de recurso  $r_{ik}$  são constantes conhecidas sobre o intervalo de processamento da atividade;
- A disponibilidade  $a_k$  de um recurso renovável do tipo  $k$  é também uma constante conhecida ao longo do intervalo de duração do projeto;



- Nenhuma atividade pode ser interrompida depois de iniciada;
- O objetivo é completar o projeto tão cedo quanto possível, obedecendo a todas as restrições de recurso e de precedência.

Este é um modelo genérico o que é uma vantagem em si, porque permite considerar em um projeto, as tarefas, as precedências, as durações e os recursos que as atividades utilizam. Não obstante, este modelo é limitado, pois alguns aspectos não estão modelados, tais como (Coelho, 2004):

- Se houver várias alternativas para executar uma mesma atividade;
- A possibilidade de os recursos terem alguma restrição de utilização ao longo do tempo;
- A possibilidade de duas atividades precedentes requererem um tempo de espera entre o fim da atividade precedente e o início da atividade sucessora;
- Existência de tempos limites para a realização de certas atividades.

Porém, sob restrição de recursos, obter uma programação ótima ou viável para a maioria dos problemas práticos de programação é NP - hard (Boctor, 1990 *apud* Lopez Vaca, 1995; Coelho, 2004). No problema de programação com restrição de recursos, a forma como as restrições de precedência interagem com as restrições de recursos, derivando para conjuntos desconexos, caracteriza o problema como combinatorial NP - completo<sup>6</sup>. Segundo Lopez - Vaca (1995) freqüentemente não é simples encontrar uma classificação exata para os problemas de programação, tais como o RCPSP, não somente porque existem diferentes versões para um dado problema, mas, porque vários procedimentos para uma questão particular são caracterizados por premissas diferentes e limitações de aplicação dos modelos desenvolvidos.

O RCPSP pode ser dividido em seis diferentes classes, a saber, (Yang et. al., 2001):

- Modo básico de RCPSP;
- Múltiplos modos de RCPSP;
- Problemas de RCPSP com funções objetivas não regulares;
- RCPSP estocástico;
- Problemas de Empacotamento com recursos restritos;
- Programação de projetos com múltiplos recursos restritos;

Este trabalho se enquadra na segunda classe, ou seja, Múltiplos modos de RCPSP.

---

<sup>6</sup> Ver Lopez Vaca (1995).

## **2.3 Caracterização Geral do RCPSP**

O RCPSP é caracterizado pelos seguintes itens: número de projetos simultâneos executados, natureza das informações do projeto, possibilidade de interrupção, modos de execução, tipos de recursos utilizados, número de recursos utilizados, tipos de relações de precedência, número de objetivos e tipos de objetivos (Lopez Vaca, 1995; Ichiara, 2002, Yang et. al. 2001, Posada 2010).

### **2.3.1. Número de Projetos Simultâneos**

Um problema de programação de projetos pode envolver um único projeto ou vários projetos de maneira simultânea. O clássico RCPSP considera um único projeto. Os artigos de Fredley (2001), Brucker et. al., (1999) e Anh e Erenguc (1997) fornecem mais detalhes a respeito deste problema.

### **2.3.2. Natureza das Informações do Projeto**

Quando os dados sobre as atividades e os recursos envolvidos são determinados com precisão via CPM, por exemplo, diz-se que o problema é de natureza determinística; se eles forem determinados via PERT, segundo uma determinada distribuição de frequências, diz-se que o problema é de natureza probabilística (Meredith e Mantel, 2000; Contador, 1998; Kerzner, 2001).

### **2.3.3. Tipos de Objetivos**

Existem muitos tipos de objetivos possíveis para um RCPSP. Os tipos mais comuns são (Yang et. al., 2001, Martins, 2000):

- Minimização do Tempo de Execução do Projeto – é o objetivo mais pesquisado na literatura. A minimização do tempo deste objetivo se define como o tempo decorrido entre o início da primeira tarefa e o fim da última tarefa a ser completada, portanto, a duração do projeto.
- Minimização do Custo Total do Projeto – Para Martins (2000) esse tipo de objetivo apresenta duas vertentes: a) custo das atividades – neste caso a via pela qual as atividades

são executadas, a saber, o tempo de início e/ou os modos escolhidos resulta em custos diretos que são minimizados, por exemplo, o *trade off* custo-tempo e suas extensões discretas (que é a abordagem desta tese), e b) custo dos recursos - o escalonamento das atividades influencia o custo indiretamente, via recursos. No caso do nivelamento de recursos, por exemplo, se minimiza o desvio entre o estado de distribuição dos recursos versus o desejável.

- Maximização do Valor Presente do Projeto - este tipo de objetivo ocorre quando um nível significativo de fluxo de caixa está presente, representando desembolso para cobrir despesas de iniciação e progresso do projeto, o valor presente líquido é a medida mais apropriada de desempenho do projeto. Refere-se ao balanço entre as despesas para a execução das atividades e a receita auferida após a sua conclusão (Martins, 2000). Um trabalho sobre Valor Presente do Projeto pode ser encontrado em Icmeli e Erenguc (1996).

#### **2.3.4. Modos de Execução**

A forma clássica de abordagem do problema envolve apenas uma forma de execução das atividades, conhecida como *single mode RCPSP* (Hartman e Briskorn, 2008). Porém, existe a execução em múltiplos modos, conhecida como *Multi-mode RCPSP* (Lopez Vaca, 1995; Fredley, 2001; Brucker et. al., 1999; Coelho, 2002) que é a abordagem em que este trabalho se baseará.

Para uma melhor compreensão considere-se o seguinte exemplo:

O Soldador A, usando a máquina X (modo 1), pode terminar de executar a atividade *a* em 10 dias úteis a um custo de R\$ 400, assumindo 8 (oito) horas de trabalho por dia. Já o Soldador B, usando a maquina Y (modo 2) pode executar a mesma atividade *a*, em 8 dias, a um custo de R\$ 500, assumindo 8 horas de trabalho por dia.

Além disso, os soldadores A e B podem diminuir a duração da atividade fazendo horas extras a cada dia. Por exemplo, o soldador A pode executar a atividade em 8 dias trabalhando 10 horas por dia. O uso de horas extras aumenta os custos diretos do projeto. A redução da duração da atividade pode ser feita de várias maneiras, entre elas: o uso de horas extras, turnos adicionais, alocação de mais recursos, etc. Como assinalado, a

duração e o custo de executar a atividade  $a$ , depende não só do modo de seleção, mas também da duração da atividade selecionada dentro do modo.

Para Yamashita e Morabito (2007) a inclusão de múltiplos modos de execução de atividades torna o problema de programação de projetos com recursos restritos, mais realista e abrangente, ainda que aumente as variáveis de decisão do problema.

Posada (2010) afirma que desde o início, os desenvolvedores das técnicas do *Critical Path Method (CPM)* reconheceram que na prática, a maioria das atividades poderia ter uma duração menor ou maior, dependendo da quantidade de recursos que se alocavam a tais atividades, tais como máquinas, mão de obra, dinheiro, etc.

Para Peteghem e Vanhoucke (2009) o objetivo do MRCPSP é achar um modo e um tempo de início de cada atividade tal que a duração do projeto seja minimizada e a programação seja viável respeitando as restrições de precedência e de recursos, sejam estes renováveis ou não renováveis.

O problema do MRCPSP pode ser definido assim: a atividade  $j$  deve ser executada por um dos seus vários modos o quais são rotulados por  $1, \dots, M_j$ , sendo este o número de modos. Uma vez a atividade iniciada em um determinado modo, deve seguir com esse modo até o fim da tarefa. Originalmente, a mudança de modo e a interrupção de atividades não são permitidas. O tempo de processamento da atividade  $j$  sendo executada pelo modo  $m$  é dado por  $d_{jm}$ . A atividade  $j$  sendo executada no modo  $m$  utilizando o recurso  $k$  é dada por  $r_{jmk}$ . (Hartmann e Briskorn, 2008, 2010; Yang et. al., 2001; Peteghem e Vanhoucke). Talbot (1982) foi o primeiro a conceber um modelo básico de MRCPSP como descrito abaixo:

$$\text{Minimise } \sum_{\tau=EF_{n+1}}^{LF_{n+1}} tx_{n+1,m,t} \quad (6)$$

$$\sum_{m=1}^{M_j} \sum_{t=EF_j}^{LF_j} X_{jmt} = 1 \text{ para } j = 0, \dots, n + 1 \quad (7)$$

$$\sum_{m=1}^M \sum_{\tau=EF_a}^{LF} tx_{imt} \leq \sum_{m=1}^M \sum_{\tau=EF_a}^{LF_a} (tx_{jmt} - d_{jmt}) \quad \forall (A_i, A_j) \in P \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^{M_j} \sum_{q=\max\{t, EF_j\}}^{\min\{t+d_{jm-1}, LF_j\}} r_{jmk}^{\rho} x_{jmt} \leq R_k^{\rho} \quad \text{para } k = 1 \dots, R: t = 1, \dots, H \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^{M_j} \sum_{t=EF_j}^{LF_j} r_{jmk}^{\vartheta} x_{jmt} \leq R_k^{\vartheta} \quad \text{para } k = 1 \dots, R: t = 1, \dots, H \quad (10)$$

$$x_{j,m,t} \in \{0, 1\} \quad \text{para } i = 0, \dots, n + 1; m \in M_j \quad t = EF_j \dots LF_j \quad (11)$$

Onde:

$x_{jmt} = 1$  Se a atividade  $A_j$  executada no modo  $m \in M_j$  é completada no fim do período de tempo  $t$ ;

$R_k^{\rho} (R_k^{\vartheta})$  - é o número de unidades do  $k$  - ésimo recurso renovável ou não renovável disponível;

$r_{jmk}^{\rho}$  - refere-se ao número de unidades do  $k$  - ésimo recurso renovável requerido pela atividade  $A_j$  executada no modo  $m \in M_j$ ;

$r_{jmk}^{\vartheta}$  - refere-se ao número de unidades do  $k$  - ésimo recurso não renovável requerido pela atividade  $A_j$  executada no modo  $m \in M_j$ ;

$d_{jmt}$  - duração da atividade  $A_j$  executada no modo  $m \in M_j$ ;

$EF_j \dots LF_j$  É calculado assumindo que o modo de duração mais curta é atribuído para cada atividade, no processo de planejamento.  $LF_j$  é calculado para os modos com as durações longas.

A função objetivo em (6) minimiza a duração do projeto, (7) assegura que cada atividade (que não pode ser interrompida) seja executada uma vez e em apenas um modo. As relações de precedência são garantidas pela restrição (8). As restrições (9) e (10) asseguram que os limites dos recursos renováveis e não renováveis não sejam excedidos

respectivamente. E por último, a restrição (11) define a binaridade das variáveis de decisão.

O MRCPSP é NP - hard já que é uma generalização do RCPSP. Mas, para mais de um recurso não renovável, o problema se torna NP - Completo. Ainda que o modelo de Talbot (1982) para o MRCPSP, que é uma extensão do pioneiro modelo de Pritsker et. al. (1969) apresentado na seção 2.2 seja considerado o primaz, na verdade quem primeiro considerou modos de atividades com diferentes recursos renováveis e não renováveis com diferentes durações foi Elmaghraby (1977) onde minimizou o consumo total de um recurso não renovável.

Por sua vez as primeiras tentativas de modelar e resolver os problemas de programação de projetos onde os modos de atividades são uma possível combinação de recursos renováveis, não renováveis e duplamente restritos considerando a interrupção de atividades são creditadas a Weglarz (1980) e Slowinsky (1980).

Uma nova formulação para o problema de MRCPSP foi apresentada por Maniezzo e Mingozzi (1999) baseado no conceito de subconjuntos admissíveis. Por exemplo, subconjuntos de atividades entre as quais não existem relações de precedência, e se as atividades são sequenciadas em paralelo, não violam as restrições dos recursos.

Recentemente Sabzehparvar e Seyed - Housseini (2008a) propuseram o MRCPSP considerando tempos de espera mínimos e máximos entre pares de atividades que podem variar dependendo da escolha dos modos, e em um segundo trabalho (Sabzehparvar e Seyed - Housseini, 2008b) fazem uma extensão do MRCPSP para o Multi-Mode Time Constrained Resource Investment Problem (MRIP-GPR).

O MRCPSP lida essencialmente com dois tipos de problemas: O problema de orçamento (*Budget problem* - dado um orçamento não negativo, minimizar a duração do projeto) e o problema de prazos (*Deadline problem* - dado um prazo para cada atividade, minimizar o custo total) os quais ambos são da classe de objetivos não regulares de RCPSP (Yang et. al., 2001; Weglarz et. al. 2011).

O MRCPSP com recursos renováveis considera o tempo de processamento como discreto, não crescente em função dos recursos renováveis alocados a determinada atividade enquanto o MRCPSP com recursos não renováveis pode ser representado como um problema linear, com função contínua, não crescente em função dos custos.

O MRCPSP em geral inclui as relações de troca entre tempo/custo, tempo/recurso e recurso/recurso, recursos renováveis e não renováveis e recursos duplamente restritos e uma variedade de funções objetivos regulares (Weglarz et. al., 2011; Yang, 2001). Assim, no contexto do MRCPSP, as atividades podem ser aceleradas aumentando a quantidade de recursos (*trade off* tempo/recursos ou tempo/custo) ou aumentando as quantidades de alguns recursos e reduzindo a quantidade de outros (*trade off* recurso/recurso).

Os modos múltiplos admitem várias opções de realização de atividades o que permite ao tomador de decisão certa flexibilidade. No entanto não é possível indicar restrições entre os diversos modos.

Por exemplo, se tivermos várias equipes de soldadores, pode ser necessário que uma mesma equipe execute tanto uma atividade A como uma atividade B. Ambas as atividades têm dois modos de execução, conforme a equipe escolhida, mas a mesma equipe tem de executar a atividade A e B.

Para resolver este problema, Salewski et. al. (1997) propuseram o “*mode identity*” que permite agrupar as atividades em grupos, que têm de ter o mesmo modo de funcionamento, correspondendo à mesma equipe como se pode ver na tabela 2.

**Tabela 1** – grupos de atividades que devem ser executadas no mesmo modo.

Atividade	Modos	Grupo
A	3	1
B	3	1
C	3	2

Por exemplo, na tabela 1, faz sentido o agrupamento das atividades A e B, pois tem o mesmo modo de execução e pertencem ao mesmo grupo. Já a atividade C que não se encaixa em nenhum dos grupos, apesar de pertencer ao mesmo modo pode ser executado por qualquer modo.

### 2.3.5. Tipos de Precedências

Os problemas podem permitir um ou mais tipos de ligações entre atividades: Início-Início; Início-Final; Final-Início; e Final-Final. Para a descrição minuciosa de cada uma das ligações veja o item 2.1.

### 2.3.6. Possibilidade de Interrupção

A forma clássica do RCPSP não prevê a interrupção de atividades. Quando isso ocorre o problema de RCPSP evolui e passa a se chamar *Preemptive Resource-Constrained Project Scheduling Problem* – PRCPSP. O PRCPSP pode ser contínuo quando a interrupção ocorrer em qualquer período arbitrário de tempo ou discreto quando ocorrer no final do período de tempo.

Este método consiste em interromper a execução de uma determinada atividade e reiniciá-la posteriormente sem nenhum custo de *set up* (Weglarz et. al., 2011, Ballestin et. al., 2008b, Ballestin et. al. 2009, Vanhoucke, et. al. 2008).

Kaplan (1988) *apud* Ballestin et. al. (2008) estudou a interrupção de atividades através da programação dinâmica e Demeulemeester e Herroelen (1996) propuseram um procedimento de *Branch and Bound*. Ballestin et. al. (2008b), fizeram o uso de heurísticas para comprovar a utilidade da interrupção de atividades para reduzir a duração do projeto.

Ballestin et. al. (2009) estendem este problema para uma abordagem mais geral permitindo a ocorrência de apenas uma interrupção por atividade mediante o uso de metaheurísticas. Nas suas conclusões os autores do estudo sugerem que seria interessante estudar os benefícios da interrupção de atividades quando se tem a meta de obter programações robustas. O modelo proposto nesta tese incorpora tanto a interrupção de atividades como a robustez.

Vanhoucke e Debels (2008) apresentam uma extensão deste problema muito interessante: eles propõem um modelo em que consideram o problema de interrupção de atividades e seu posterior reinício mediante a sobreposição das sub-atividades das atividades interrompidas. A abordagem que eles traçam viola as relações de precedência entre as atividades. E em um trabalho posterior, Vanhoucke, (2008) propõem que se incorpore nesse mesmo problema o tempo de *set-up*, que é essencialmente o que diferencia os dois trabalhos.

Verma (2006) apresenta métodos exatos para interrupção de atividades no ambiente de RCPSP, Son e Mattila (2004) e Hariga e El-Sayegh (2010) apresentaram modelos similares de programação linear para o nivelamento de recursos através da interrupção de



atividades. A diferença essencial entre os dois trabalhos é que os autores do segundo trabalho consideram os custos de *set-up* quando a atividade interrompida é re-iniciada.

Nudtasomboon e Randhawa (1997) foram os primeiros a estudar a interrupção de atividades dentro do contexto do MRCPSP. Eles propuseram uma abordagem de múltiplos projetos, múltiplos modos, múltiplos recursos e múltiplos objetivos com possibilidade de interrupção de atividades.

Buddhakusomsiri e Kim (2006) estudaram o PMRCPSP para investigar a potencialidade de melhorar a duração do projeto através da permissão de interrupção de atividades na programação de atividades no ambiente de MRCPSP onde recursos renováveis podem estar temporariamente não disponíveis. Para tal utilizaram o procedimento *Branch and Bound* através do gerador de instancias de problemas ProGen desenvolvido por Kolish (1996). Peteghem e Vanhoucke (2009) propõem a resolução do PMRCPSP através de algoritmos genéticos.

### **2.3.7. Tipos de Recursos Utilizados**

O RCPSP padrão considera só um tipo de recursos o qual é conhecido como renovável (Hartman e Briskorn, 2008). Os recursos utilizados podem ser classificados em quatro categorias (Coelho, 2004, Posada, 2010 e Weglarz et. al. 2011): renovável, não-renovável, duplamente restrito e parcialmente restrito.

- *Renovável* - O recurso em análise é limitado em quantidade, mas renovável de período a período, por exemplo, mão de obra, máquinas, ferramentas, espaços que estão disponíveis em determinado período.

- *Não-renovável* - A soma do recurso analisado é limitada para o projeto como um todo, não havendo renovação por período, como por exemplo, valores monetários, energia, matérias primas que tem um total disponível para todo o projeto e vão sendo consumidos conforme as atividades vão sendo executadas.

- *Duplamente restrito* - O recurso destinado ao projeto é limitado duplamente, na soma total e por período. Pode ser dinheiro, máquinas, matéria prima, etc.

- *Recursos Parcialmente (não) renováveis* – se refere a aqueles recursos cuja disponibilidade se renova em intervalos específicos de tempo. Este tipo de recurso pode ser visto como um tipo genérico de todos os tipos de recursos.

### **2.3.8. Número de Recursos Utilizados**

Um projeto pode utilizar apenas um único recurso ou pode expressar todos os recursos envolvidos, sob apenas uma denominação, como por exemplo, o recurso financeiro. Em ambos os casos, diz-se que o recurso é único. De outro lado, estão os problemas de múltiplos recursos, de natureza mais complexa, presentes em artigos como Mohantly e Siddiq (1989) *apud* Ichiara (2002), Fredley (2001).

### **2.3.9. Número de Objetivos**

Geralmente, o problema de RCPSP possui um único objetivo a ser maximizado ou minimizado. É o caso do procedimento padrão, que minimiza a duração total do projeto. No entanto, existem pesquisas que trabalham múltiplos objetivos, como em Davis et. al. (1975), Nudtasomboon e Randhawa (1997) ou bi-objetivo como em Al-Fawzan e Haouari (2005).

## **2.4. Procedimentos para Solucionar o MRCPSP**

Existem essencialmente duas abordagens para lidar com o MRCPSP que são os métodos heurísticos e os métodos exatos (Yang, et. al., 2001, Brucker et. al., 1999, Weglarz et. al., 2011):

### **2.4.1. Métodos Heurísticos:**

Estes empregam aproximações, não atingem a solução ótima, mas a possível, com um esforço computacional razoável (Mendes, 2003). São os mais utilizados por prover soluções para problemas grandes, complexos, não lineares que tendem a refletir a realidade do gerenciamento cotidiano dos projetos. São os que mais evoluíram, e com isso surgiu a necessidade de geração de instâncias para avaliar e comparar tais soluções.

Ainda que existam outras bibliotecas a maioria dos pesquisadores utiliza a biblioteca do PSPLIB (Posada, 2010) que dispõe de problemas de tamanhos pequenos (até 30 atividades), médios (até 60 atividades) e grandes (até 120 atividades).

As soluções heurísticas usam regras de prioridades (Ichiara, 2002; Meredith e Mantel, 2000) e os métodos conhecidos como meta-heurísticos (*tabu search*, *simulated annealing*, *scatter search* e algoritmos genéticos) proporcionam melhores resultados (Elmaghraby et. al., 2003).

Talbot (1982) e Ahn e Eregunc (1996) atacaram o MRCPSP através de métodos heurísticos. Salewski et. al. (1997) estendem este problema para o que chamam de *mode indentity* MRCPSP e resolvem mediante um método heurístico de duas fases.

#### **2.4.1.1. Métodos baseados em regras de prioridade:**

Esses métodos são a base da maioria dos métodos aproximados desenvolvidos para a programação de projetos. Estes partem da programação obtida pelo PERT/CPM, obtendo diferentes parâmetros das atividades do projeto: datas de início e término mais cedo e mais tarde, folgas etc. Com estes dados é possível construir diferentes regras de prioridade que serão consideradas na hora de decidir a ordem em que as diferentes atividades serão programadas. Um método baseado em regras de prioridade está cercado por dois elementos: Um esquema gerador de seqüência (*Schedule Generation Schemes*) e uma regra de prioridade (*Rules of thumb*).

**Esquema Gerador de Seqüências:** O SGS determina a maneira em que se constrói uma seqüência factível atribuindo tempos de início às distintas atividades. Distinguem-se dois tipos de esquemas de seqüenciamento: série e paralelo.

**Esquema em série:** em cada etapa se seleciona uma atividade de acordo com a regra de prioridade e se programa tão pronto seja possível, cumprindo as restrições de precedência e de recursos. O algoritmo termina quando todas as atividades estão no conjunto das atividades programadas. O conjunto das soluções geradas pelo esquema em série inclui sempre a solução ótima.

**Esquema paralelo:** este método consiste em programar tantas atividades quanto seja possível em cada tempo de decisão. O tempo de decisão está associado com a finalização das atividades em execução. A aplicação do esquema paralelo pertence ao conjunto das

seqüências sem atraso, nas quais não existe nenhum período tal que uma atividade que seja factível quanto às relações de precedência e recursos no dito período não tenha sido programada. Lova et. al. (2006) estendeu esses esquemas de geração de seqüências para o caso dos múltiplos modos.

**Regras de prioridade:** a regra de prioridade determina a atividade que se seleciona no processo de busca heurística. Estas regras de prioridade geram uma lista de atividades. Nela, as atividades ficam ordenadas segundo sua prioridade, respeitando as relações de precedências. Klein (2000) *apud* Posada (2010) propôs cinco categorias de regras de prioridade que são aquelas baseadas em atividades, na rede do projeto, no caminho crítico, compostas e aquelas baseadas em recursos. Paralelamente o mesmo autor avaliou 73 regras de prioridade e concluiu que não existe nenhuma que sempre tenha um desempenho melhor que as outras em todas as instâncias.

#### **2.4.1.2. Métodos Metaheurísticos:**

Refere-se à estratégia para desenhar ou melhorar procedimentos heurísticos com um alto desempenho. A seguir uma breve descrição dos mesmos:

**Busca Tabu** – conhecida também como Tabu Search, sua principal característica é o uso de uma memória adaptativa que permite explorar diferentes regiões no espaço da busca (memória de curto prazo) e intensificar a busca em áreas promissoras (memória de longo prazo) (Mendes, 2003; Posada, 2010).

Este método consiste ainda em pesquisar todas as soluções na vizinhança de uma solução obtida através de uma heurística construtivista. Todas as soluções viáveis na vizinhança de uma solução são avaliadas e a que tiver melhor valor é escolhida. Caso não se ache uma melhor solução, este processo de busca de soluções ao redor da vizinhança pode continuar indefinitivamente (Mendes, 2003). De Reyck e Herroelen (1999) estudaram o MRCPSD com relações de precedências generalizadas (GPRs) apresentando uma solução via busca local.

**Simulated Annealing** – Este método simula uma mudança no estado energético quando o sistema global é sujeito a um processo de resfriamento, até convergir para um estado estacionário. Esta abordagem inicia com uma solução obtida por uma heurística construtiva<sup>7</sup>. Uma nova solução é criada na vizinhança desta solução e é aceita se é melhor que a solução inicial ou corrente. Se uma nova solução não for melhor que a anterior, pode mesmo assim ser aceita com uma probabilidade que depende da temperatura. Temperatura essa que inicia com um valor elevado e vai diminuindo durante o *simulated annealing* por forma a diminuir a probabilidade de aceitação de soluções de menor valor.

**Algoritmos Genéticos** – Esta abordagem é baseada nos mecanismos de evolução biológica e genética natural, ou seja, estão inspirados na evolução dos seres vivos. A idéia básica é que durante a evolução, os indivíduos de melhor adaptação terão mais probabilidade de sobreviver e reproduzir-se, enquanto os menos adaptados serão eliminados. Cada indivíduo da população é um candidato a solução do problema, que está codificada na informação genética. Cada indivíduo tem associado um valor de sua aptidão, que mostra a qualidade da solução.

Um algoritmo genético começa com uma população de  $n$  soluções que foram geradas por uma heurística construtiva. A partir de  $n$  soluções, são geradas novas soluções através da combinação de duas soluções utilizando um tipo de operador binário e de um operador de mutação. O operador de mutação é um operador unário que é aplicado com uma baixa probabilidade a algumas soluções. A nova população consiste das  $n$  melhores soluções geradas e/ou existentes e o algoritmo continua com a população corrente. Este processo é repetido até que determinado número de populações tenham sido geradas e avaliadas.

Para Sabzehparvar e Seyed-Hosseini (2008) o melhor procedimento heurístico para tratar do MRCPSP é o algoritmo genético apresentado por Hartman no trabalho de Neuman et. al. (2003). Peteghem e Vanhoucke (2009) propuseram um algoritmo genético para o MRCPSP considerando interrupção de atividades. Fredley (2001) apresenta um algoritmo genético para o MRCPSP com relações de precedências generalizadas com flexibilidade de recursos.

---

<sup>7</sup> Os métodos construtivos começam com um plano vazio e adicionam sucessivamente atividades, uma a uma, até ser obtido um plano final. A ordem em que as atividades são adicionadas ao plano é definida por regras de prioridade. Mais detalhes ver (Mendes, 2003).

#### **2.4.2. Métodos Exatos:**

Nesta abordagem, os métodos dividem-se em duas categorias: programação matemática (linear na maioria dos casos) e enumeração (Meredith e Mantel, 2000, Talbot, 1982). Estes métodos provêm soluções ótimas, requerem um grande esforço computacional por tratar-se de problemas NP - hard. Porém, a programação linear é limitada, pois ela não suporta a resolução de problemas complexos envolvendo grandes recursos limitados, nem mesmo instâncias médias a grandes. Uma solução, considerada viável, para este tipo de problema é aquela que satisfaz em primeiro lugar, a limitação dos recursos e, em segundo, as restrições tecnológicas de execução das tarefas (Carvalho e Rabechini Jr, 2002; Casarotto Filho, et. al., 1998).

Dos métodos exatos, a técnica de *branch and bound* é sem dúvida o mais usado para a resolução de problemas de seqüenciamento de projetos com recursos limitados (Mendes, 2003).

##### **2.4.2.1. O Branch and Bound**

O método *branch and bound* inicia por gerar uma árvore de decisão com  $n$  ramos, representando as  $n$  opções possíveis para a primeira tarefa a ser executada, compondo assim o primeiro nível. Seguidamente cada ramo do primeiro nível se ramifica também, neste caso em  $n-1$  vezes, construindo o segundo nível, para cobrir todas as possíveis alternativas de  $n-1$  tarefas remanescentes como a segunda a ser processada. Prossegue-se assim consecutivamente até o  $n$ -ésimo nível, a árvore atinge  $n!$  ramos, um número que pode ser gigantesco, a depender, obviamente, da quantidade de tarefas. Ao invés de avaliar todas as soluções, o procedimento identifica e suprime (poda) regiões da árvore nas quais se pode provar não haver solução ótima e assim diminuir o espaço de enumeração.

Essa fase está associada à operação de fixação de limites (*bounding*), ao envolver o cálculo de limitantes inferiores/superiores para a solução ótima em cada um dos nós gerados na fase anterior (*branching*). Assim se segue analisando e podando as partes da árvore, o método termina por encontrar a solução exata (Martins, 2000).

Para Sabzehparvar e Seyed-Hosseini (2008) o método mais eficiente para resolver o MRCPSP é o algoritmo *Branch and Bound* de Sprecher e Drexler (1998).

Patterson et.al. (1989) e Speranza e Vircellis (1993) usaram o *depth-first Branch and Bound* para atacar este problema. Já Demeulemeester e Herroelen (1996) propuseram o procedimento *Branch and Bound*, para tratar do RCPSP e De Reyck e Herroelen (1998) para tratar do MRCPSP com relações de precedência generalizadas.

Erenguc et. al. (2001) apresentaram um modelo de *Branch and Bound* para múltiplos modos de compressão de atividades. Um algoritmo Branch and Cut para resolver o MRCPSP foi proposto por Zhu et.al. (2006). Nudtasomboon e Randhawa (1997) consideraram o MRCPSP com múltiplos objetivos mediante a programação inteira e Decko e Hebert (1989) apresentaram um modelo de compressão de projetos com recursos limitados, também via programação inteira.

Moyst e Das (2008) introduziram um modelo de programação linear para otimização das fases de design e construção mediante a sobreposição de atividades na construção naval, Gerk e Qassim (2008) propuseram um modelo para compressão, sobreposição e substituição de atividades assumindo custos lineares. Zapata et. al. (2008), propõem três formulações alternativas ao MRCPSP onde consideram múltiplos projetos considerando tempos contínuos e discretos.

Muller (2011) propôs uma nova variação do MRCPSP onde a requisição de recursos não renováveis de cada modo é dada por uma distribuição de Gauss (métodos estocásticos) e as restrições de recursos não renováveis devem ser satisfeitos com certa probabilidade e utilizam o algoritmo *branch and cut* para resolver o problema.

#### **2.4.2.2. A Enumeração implícita:**

Para assegurar que se encontre uma solução ótima do problema, os espaços de busca devem ser examinados totalmente, sendo crucial descartar aquelas soluções parciais que não conduzem a soluções ótimas. Por isso a maior parte dos métodos exatos para resolver este problema se baseia nos procedimentos de *branch and bound*. De forma geral estes procedimentos focam na enumeração das diferentes soluções possíveis do problema através da árvore de busca.

A eficiência destes métodos depende da cota inferior que se determine para o problema, o qual é obtido por diferentes procedimentos, muitas vezes relaxando as restrições do problema quanto aos recursos. O grande problema é que quando mais se relaxam ditas

restrições mais facilmente se resolve o problema relaxado porém pior é o valor da cota obtida. Talbot (1982) faz uma combinação de métodos para atacar o MRCPSP usando programação inteira e enumeração implícita.



## 2.5. Aceleração de Projetos:

Conceitualmente, pode-se afirmar que a aceleração de projetos visa selecionar determinadas atividades críticas que possam ser aceleradas singularmente ou concomitantemente com outras atividades ao menor custo por unidade de tempo, até que se alcance o máximo que se pode acelerar daquela (s) atividade(s).

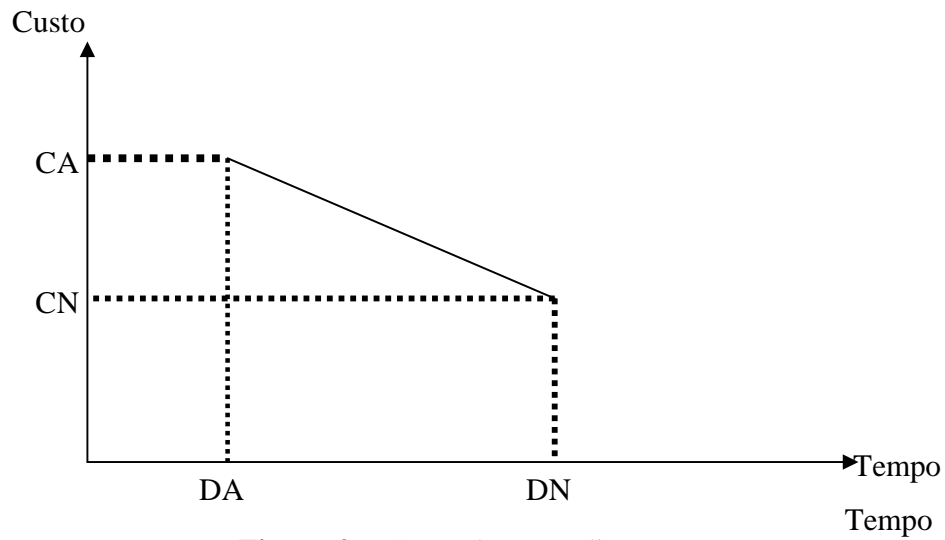
Elmaghraby et. al. (2003) afirmam que não existe um método padrão e universal para acelerar atividades de projetos e que a redução da duração de uma determinada atividade, e conseqüentemente do projeto, quando viável, geralmente vem acompanhada de um preço, uma vez que envolve o aumento de recursos.

Existem vários métodos para acelerar projetos, tais como pert – custo, método da força bruta, método tabular, algoritmo do Ford Fulkerson, etc. (Casarotto Filho et. al., 1999) baseados em programação linear, inteira, dinâmica, métodos heurísticos e algoritmos genéticos (Sakellariopoulos e Chassiakos, 2004).

Nas atividades que compõem um projeto, existem dois tipos de custos que merecem ser considerados (Antill e Woodhead, 1968, Wiest e Levy, 1969, Casarotto-Filho et. al. 1999):

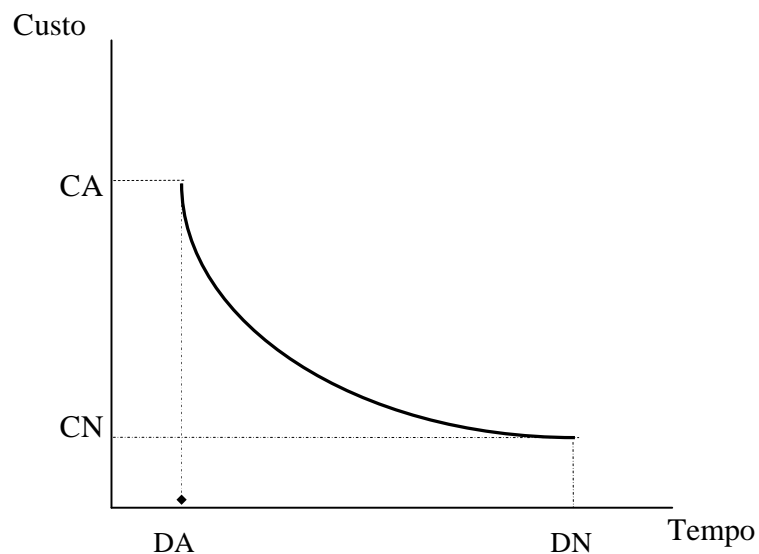
**Custo Direto:** depende essencialmente da execução da atividade e é composto pelos custos relacionados a materiais, mão de obra, utilização de máquinas e equipamentos. A figura 2 ilustra o comportamento esperado desse tipo de custo que é o de ser elevado e decrescente à medida que a execução do projeto se estende. De maneira análoga, a redução do projeto acarreta elevação dos custos diretos, devido essencialmente à maior mobilização de recursos para aumentar a velocidade de execução das atividades do projeto.

Aquela duração em que o custo direto é mínimo ou normal (*CN*) intitula-se duração normal da atividade (*DN*). Além deste ponto, a curva tende a ser crescente, devido à aplicação irracional de recursos. Note ainda na figura 2 que no limite superior onde o custo da atividade é máximo (*CA*) e a duração é mínima chama-se duração acelerada (*DA*).



**Figura 2** – Curva do custo direto.

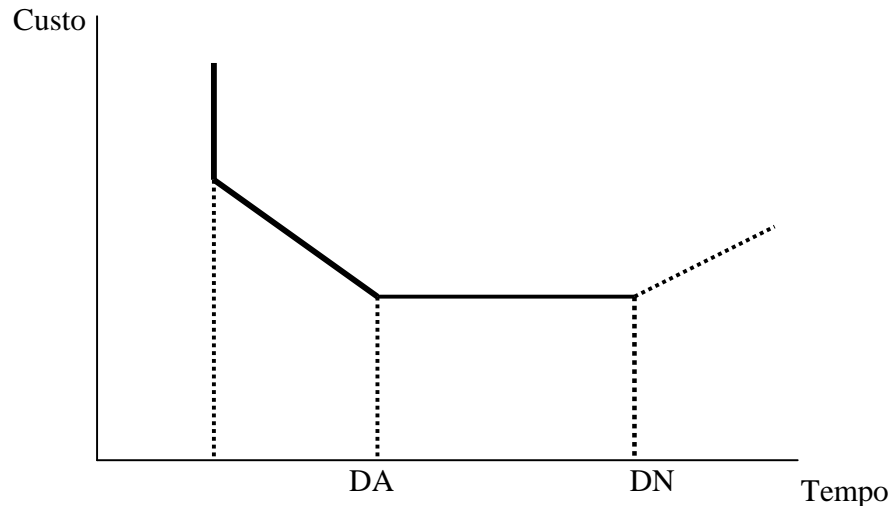
Na realidade as curvas dos custos diretos não são efetivamente lineares como mostrado na figura 2, mas sim curvilíneas, cujos pontos representam aquelas combinações possíveis de tempo e recursos.



**Figura 3** – Curva teórica do custo direto.

Isto ocorre porque para em muitas atividades de projeto, a primeira tentativa de redução de 10% verifica-se facilmente, mas a segunda redução de 10% é mais difícil e mais custosa de se conseguir, e reduções posteriores serão ainda mais difíceis de lograr

conforme se pode ver na figura 3. Então, na verdade a curva dos custos diretos é contínua, convexa e não crescente, conforme a figura 4.



**Figura 4**– Curva convexa do custo direto

Em certo intervalo, segundo Wiest (1965) poder-se-á obter uma redução de tempo por aplicação de recursos adicionais, mas existe uma duração mínima que, todavia não poderá ser reduzida quaisquer que sejam os recursos adicionais disponibilizados (note a porção vertical da linha na figura 4). O contrário também é verdadeiro, prolongando uma determinada tarefa ter-se-á uma diminuição dos custos até um determinado ponto além desse ponto, os custos ao invés de baixarem começam a aumentar (atenção a porção horizontal da linha na figura 4).

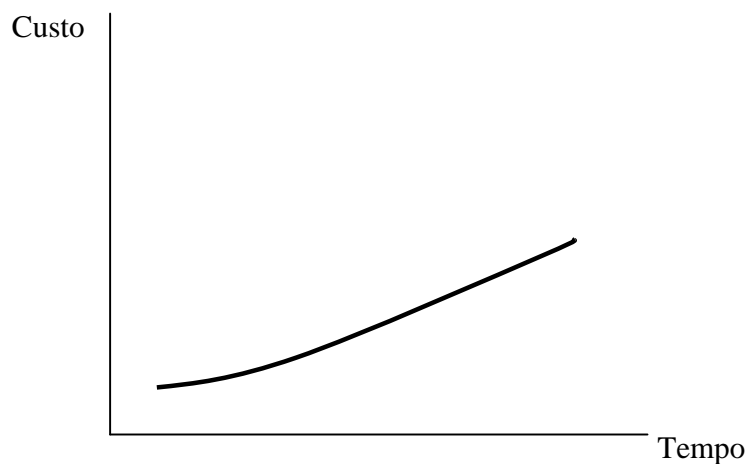
O custo marginal de uma atividade acelerada pode ser dado por:

$$a_{ij} = \frac{(C_{aij} - C_{nij})}{(D_{ij} - d_{ij})}$$

onde  $C_{aij}$  é o custo direto da atividade  $i, j$  que corresponde à duração de máxima aceleração ( $d_{ij}$ ) e  $C_{nij}$  é o mesmo custo correspondente á duração normal ( $D_{ij}$ ).

A linearização das curvas de custo direto permite que por meio de um processo de análise, haja uma verificação da viabilidade de acelerar uma determinada atividade. Ao dispor mais recursos para uma determinada atividade, a partir de uma duração normal ( $D_{ij}$ ) uma série de pontos é obtida sobre a curva, mostrando como cada incremento reduz o tempo de execução do projeto.

**Custo Indireto:** Representa todos os custos não diretamente relacionados com a execução da atividade como os custos da estrutura administrativa, da manutenção de um canteiro de obras, ou de pessoas de apoio não envolvidas diretamente na execução do projeto, prêmios, multas, juros sobre investimentos por atrasos na sua recuperação, recursos presos em um dado projeto que poderiam ser utilizados em outros. Na medida em que o projeto se prolonga os custos indiretos aumentam como pode ser visto na figura 5.

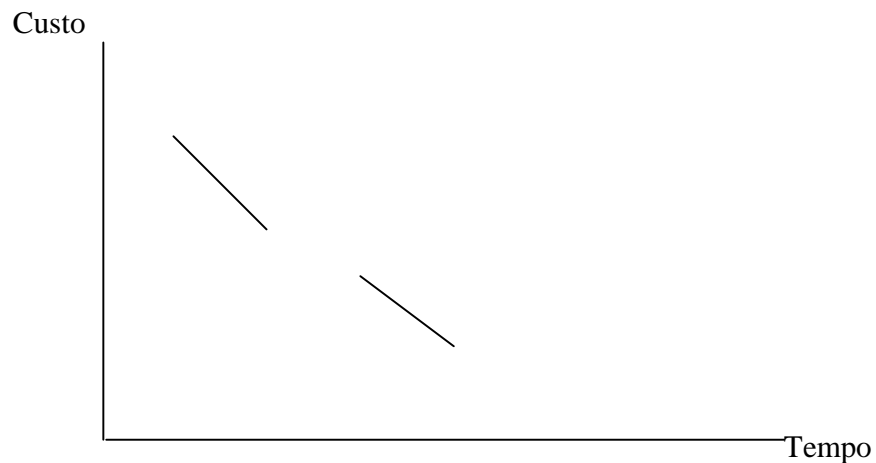


**Figura 5** – Curva de custo indireto

Resumidamente, os custos diretos de um projeto são aumentados e os custos indiretos diminuem quando se reduz a duração de suas atividades. Neste processo de disponibilidade de recursos (materiais, humanos e financeiros) para aceleração de projetos são geradas curvas desse *trade-off* custo – tempo, que podem ser contínuas, descontínuas, convexas, superpostas, de múltiplos estágios, de multas e prêmios (Antill e Woodhead (1968), Moder e Phillips (1965) e Wiest (1965), Casarotto Filho et. al., 1999).

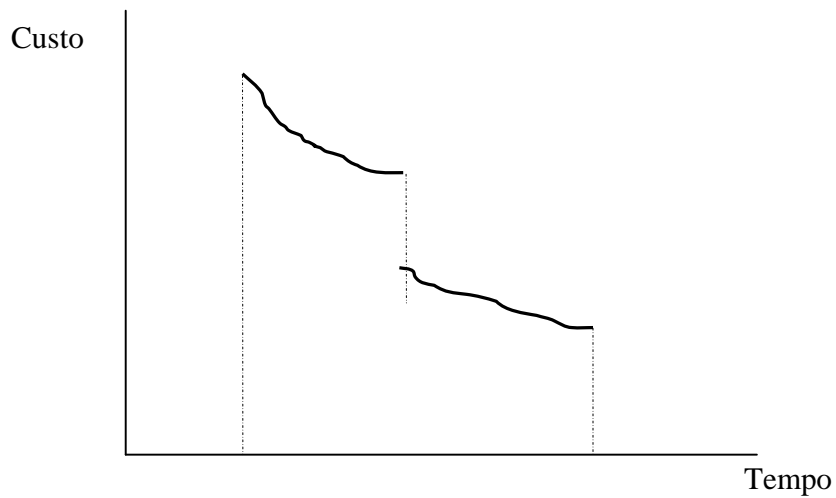
## Considerações sobre Curvas de Custos Diretos

**Curvas descontínuas:** Existem casos em que uma determinada atividade pode ser executada de diversas maneiras, por processos diferentes com eficiência, custos e duração diferentes, como ilustrado na figura 6. Considere-se, por exemplo, um operário que esteja pintando uma sala manualmente. Ao mudar de processo, passando a usar uma máquina de pintura automática na forma de *spray* ocorrerá naturalmente uma descontinuidade na linha do tempo-custo direto dada pela lacuna de eficiência e custos entre ambos os processos.



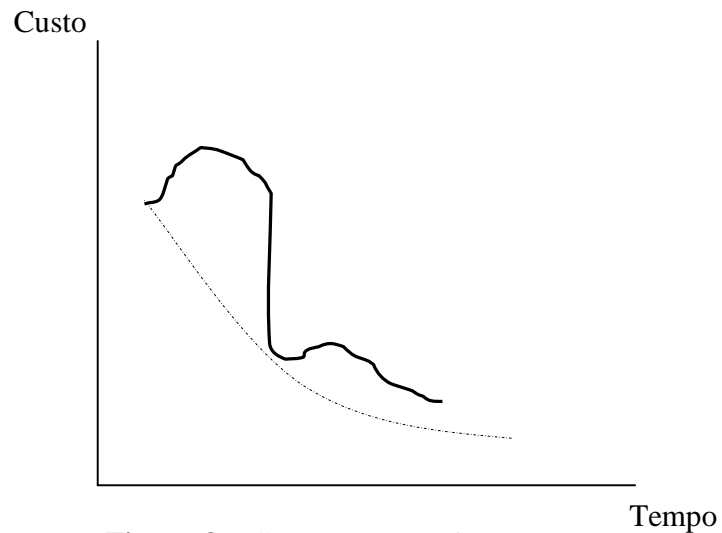
**Figura 6** – Curvas descontínuas.

**Curvas Superpostas:** Ocorre quando se tem processos construtivos que não diferem muito entre si em termos de desempenho. Isto pode ser visto quando se troca, por exemplo, um guindaste por outro que seu desempenho não é tão extraordinário. Veja por exemplo na figura 7 que praticamente uma curva está superposta a outra.



**Figura 7** – Curvas superpostas

**Curvas com trechos côncavos:** quando se tem atividades com baixo grau de detalhamento, tendem a gerar curvas de tempo-custo muito complexas como ilustra a figura 8, uma vez que necessitam de vários tipos de máquinas, equipamentos, processos, mão de obra com remuneração e eficiência diferente. Nesta adversidade pode surgir a utilização ineficiente de recursos gerando trechos convexos indesejáveis na curva custo-tempo. Quando isso ocorre, precisa ser revista a programação.



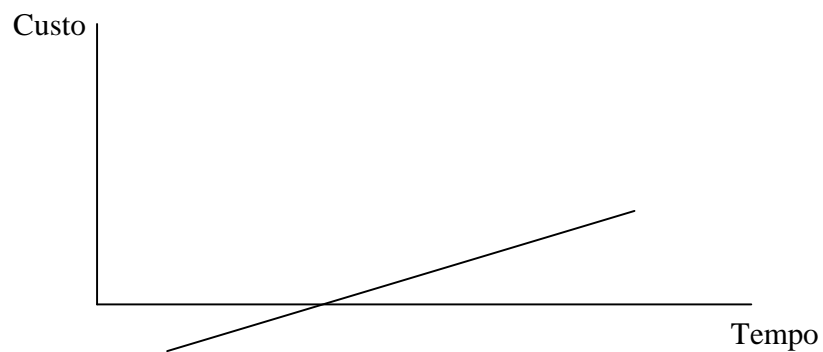
**Figura 8** – Curvas com trechos côncavos.

**Curvas de Múltiplos estágios** – as atividades que apresentam curvas de custos diretos com grande concavidade podem dificultar a análise de aceleração devido à imprecisão dos resultados obtidos. Neste caso é possível subdividir-se a curva em vários trechos lineares, com custos marginais diferentes como mostra a figura 9. A aceleração de curvas de múltiplos estágios ocorre em cada subintervalo de duração da curva, considerando seus respectivos custos marginais.



**Figura 9** – Curva de múltiplos estágios.

**Curva de Prêmios e Multas** – é comum em projetos que para se resguardar de possíveis atrasos na execução de um empreendimento o contratante imponha cláusulas de multas por atraso, prêmios por antecipação ou ambas. As multas de atraso crescem com o tempo, a partir da duração planejada definida em contrato ( $T_c$ ). A figura 10 ilustra muito bem isso.



**Figura 10**– Curva de multas e prêmios.

Observe que os prêmios por antecipação representam um custo negativo, que crescem com a compactação a partir da duração firmada em contrato do projeto. Tanto as multas quanto os prêmios agem no sentido de aumentar ou reduzir o custo indireto do projeto para determinada duração, podendo provocar um deslocamento no ponto de duração ótima para o custo total mínimo.



### 2.5.1. A Compressão de Atividades

A compressão de atividades se refere à técnica de redução da duração de uma determinada atividade. É uma das técnicas mais antigas e utilizadas para acelerar projetos, técnica pela qual são analisadas as compensações entre o custo e o tempo do projeto para determinar como se obtém o máximo de compressão para o menor custo incremental possível (PMBOK, 2004; Meredith e Mantel, 2000).

Esse problema de *trade-off* custo-tempo tem sido extensivamente pesquisado desde os anos de 1960 com o advento das técnicas de PERT/CPM, e tem sido reconhecido como um problema combinatório complexo (Chassiakos, et.al., 2000) que pode ser contínuo ou discreto.

A compressão de atividade (s) se concentra em determinada (s) atividade (s) que faz (em) parte do caminho crítico, mediante o aumento de recursos (humanos, materiais ou financeiros), aumento da produtividade ou diminuindo o escopo do projeto (Bogus, 2004). Por exemplo, a duração normal de pintura de uma sala, com apenas uma pessoa é de cinco dias, a um preço de 100 unidades monetárias. Acrescentando um segundo recurso, por exemplo, uma segunda pessoa, o tempo de pintura da mesma sala decresce para três dias, porém a um custo total de 150 unidades monetárias.

Portanto, na maioria dos casos, a redução do tempo de execução de um projeto aumenta seu custo direto, que são os gastos efetuados na execução das atividades. Para abordar o problema de balanceamento entre duração e custo, é necessário conhecer a função tempo versus custo de cada atividade do projeto (Contador, 1998).

A compressão de projetos pertence a uma classe de problemas chamada de “*problema de balanceamento entre duração e custo (Time – Cost Trade off Problem)*” cujo objetivo é reduzir a duração das atividades com a menor aplicação possível de recursos adicionais, tais como hora extra, equipamento especial, recursos humanos, materiais adicionais, etc.

O modelo de Talbot (1982) apresentado na seção 2.2. pode muito bem ser generalizado para considerar um simples problema de compressão, bastando apenas, retirar os múltiplos modos e os recursos, substituindo estes últimos pela variável de custo.

Para Shtub et. al. (1990) e Meredith e Mantel (2004) para reduzir a duração do projeto o caminho crítico deve ser reduzido, porque de nada adiantaria acelerar atividades que não se encontram no caminho crítico (Wiest, 1965 Kerzner, 1995), pois não teria nenhum

efeito prático. Assim, o caminho crítico é reduzido (em uma unidade de cada vez) e depois examinado para ver se permanece o mesmo caminho crítico ou se algumas atividades que antes não eram críticas passaram a ser críticas ou se surgiram mais caminhos críticos, e então se acelera novamente (Kerzner, 1995). Este processo continua até que não dê mais para acelerar, ou seja, se atinja o limite da compressão.

Chassiakos, et. al., (2000) apresentam dois métodos progressivos de redução de atividades baseados na programação inteira onde se reduz uma unidade por vez. Nesses métodos o projeto é descrito em uma matriz e todos os possíveis caminhos críticos são tabulados em relação às atividades empregando a representação zero - um.

Sakellaropoulos e Chassiakos (2004) empregam as relações de precedências generalizadas e restrições externas de tempo para a solução deste problema em uma abordagem mais realística dos problemas vivenciados na prática.

Liu et. al. (1995) apresentam um modelo híbrido baseado em programação linear e em programação inteira para otimização do tempo e custo em um projeto de construção civil.

Deckro e Hebert (1989) propõem dois modelos matemáticos para compressão de atividades considerando explicitamente a questão dos recursos. O primeiro modelo é uma extensão daquele introduzido por Pritsker et. al. (1969) e o segundo é baseado no clássico modelo de seqüenciamento de Bowman (1959). Islam et. al. (2004) propõem um modelo de programação linear para redução de tempo de projetos ao mínimo custo.

Skutella (1998) apresenta algoritmos aproximados para lidar com a variação discreta da redução do tempo em projetos. Ahn e Erenguc (1998) introduzem os chamados modos de compressão no ambiente de restrição de recursos onde resolvem este problema através de um procedimento heurístico.

Abbasi e Mukattash (2001) atacam o problema de compressão de atividades através de métodos estocásticos, Erenguc et. al. (2001) apresentaram um modelo de *Branch and Bound* para múltiplos modos de compressão de atividades. Moussourakis e Haksever (2004) usam a programação inteira para conceber um modelo flexível capaz de lidar com a função tempo/custo de forma linear, não linear ou discreta.

Gerk e Qassim (2008) provêem um modelo de programação inteira mista em que consideram simultaneamente a possibilidade de compressão, sobreposição e substituição de atividades.

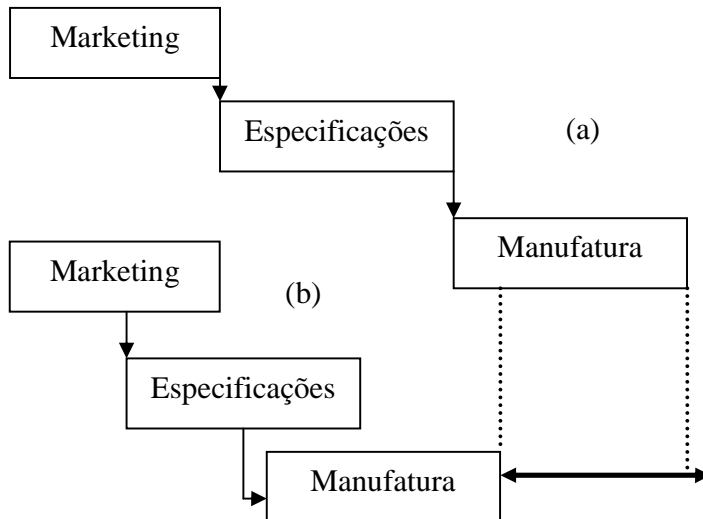
Cristobal (2009) desenvolveu um modelo de programação inteira que além do problema de custo-tempo, introduz a dimensão qualidade que permite que se alcancem três objetivos: minimização do tempo, do custo e da qualidade.

Khalaf e June (2009) em seu trabalho abordam a redução do custo em atividades comprimidas mediante a extensão das atividades não críticas usando a folga destas e Khalaf et. al. (2011) fazem um estudo comparativo entre a abordagem de compressão de atividades do caminho crítico e a da extensão das atividades não críticas para redução da duração do projeto.

### 2.5.2. A Sobreposição de atividades

Esta técnica consiste em executar atividades que estariam em série, de forma paralela (Kerzner, 1995), reduzindo a duração do projeto (Bogus, 2004) usando informação preliminar (Krishnan et. al., 1997). Como exemplo, note as atividades em série na primeira parte (a) da figura 11, onde as especificações são precedidas pela atividade de Marketing, a atividade de Manufatura é dependente do término da atividade Especificações.

Já na segunda parte (b) da mesma figura 11 existe uma sobreposição de tais atividades. Veja como a atividade relativa a especificações está sobreposta à atividade Marketing e a atividade Manufatura está sobreposta à atividade especificações. Portanto, ao contrário do caso anterior em (a) em que as atividades tinham de ser executadas em série, em (b) elas podem ser sobrepostas, isto é, podem iniciar sem antes terminar a atividade precedente. Tanto a linha tracejada quanto a linha destacada em preto mostram o tempo compactado após a sobreposição, ou seja, o tempo ganho.



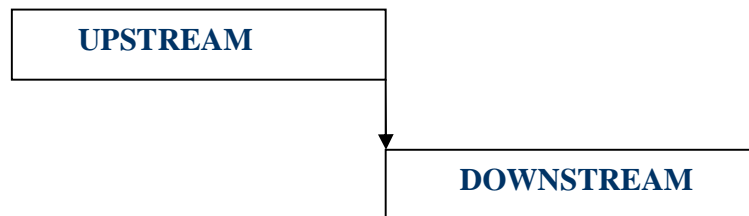
**Figura11** – Atividades em série (a) e em paralelo (b)

A sobreposição de atividades seqüenciais é uma técnica de engenharia simultânea cujo objetivo é reduzir o tempo de entrega de um projeto. Por sua vez a Engenharia simultânea é uma filosofia de administração de produção cujo objetivo é a redução do tempo de desenvolvimento de novos produtos (Bogus et. al., 2004, Carvalho e Rabechini Jr., 2006),

a maximização da qualidade e a redução de custos (Smith, 1997). (Esta técnica é muito usada nas áreas de Arquitetura, Engenharia e Construção (de la Garza et. al. 1994; Jaafari, 1997), Automotiva (Bogus, 2004), desenvolvimento de produtos (Romer et. al., 2000, Carvalho e Rabechini Jr., 2006).) e construção naval (Clark, et. al., 2007, Moyst e Das, 2008) com evidências de que esta técnica pode reduzir o tempo de projeto entre 20% e 50% (Bogus, 2004).

Clark e Fujimoto (1991) *apud* Bogus (2004) relatam que no início dos anos 80, usando técnicas de sobreposição de atividades, a indústria automotiva japonesa conseguia desenvolver um novo modelo de automóvel em 46 meses enquanto a sua congênere americana o fazia em 60 meses. Fenômeno semelhante ocorreu com a empresa Hewlett-Packard que conseguiu reduzir drasticamente o tempo de desenvolvimento de novas impressoras de 54 para 22 meses segundo Blackburn (1991) *apud* Bogus (2004).

Na indústria AEC (Arquitetura, Engenharia e Construção) segundo De la Garza et. al., (1994) as atividades podem ser classificadas em *upstream* (Concepção do projeto, especificações e design) e *downstream* (construção, operação, manutenção e descomissionamento)



**Figura 12** – *Upstream e Downstream*

Loch e Terwiesh (1998) propõem um modelo básico para sobreposição de atividades. Considere por exemplo, que se têm duas atividades, A e B, sendo estas dependentes e a atividade A precede a atividade B. Então se tem:

$$T_s = N_a + N_b$$

onde:

$T_s$  = Duração total com operação seqüencial;

$N_a$  = Duração da atividade a;

$N_b$  = Duração da atividade b;

No caso de sobreposição de atividades, assume-se que existe uma porção ( $\beta$ ) da atividade b que é sobreposta com atividade a, logo:

$$T_0 = N_a + (1 - \beta) * N_b$$

Onde:

$\beta$  = porção da atividade b sobreposta com a;

$T_0$  = Duração total com operação sobreposta.

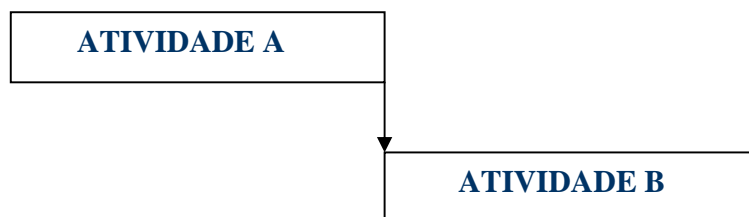
$\beta$  terá uma extensão que vai de zero (quando não se tem sobreposição) acima de um mínimo de 1 (quando  $N_b < N_a$ ) ou  $N_a/N_b$  (quando  $N_a \leq N_b$ );

Qualquer mudança na atividade upstream tem potencial de afetar o trabalho do *downstream* resultando em retrabalho.

### Relações entre as atividades

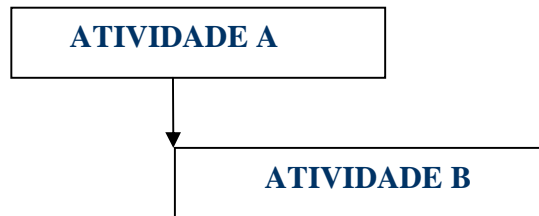
A extensão de quais atividades sobrepor depende das relações entre tais atividades (Yassine, et. al., 1999), da natureza da troca de informações entre elas (Bogus, 2004) que podem ser (Prasad, 1996 *apud* Bogus, et. al., 2002): dependentes, semi-independentes, interdependentes e independentes .

- a) **Atividades Dependentes** – Uma atividade requer informação da segunda atividade, antes que possa iniciar. O fluxo de informação vai a uma só direção, isto é, do *upstream* (atividade A) para o *downstream* (atividade B).



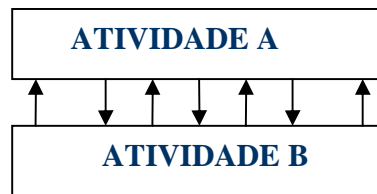
**Figura 13** – Atividades dependentes

- b) **Atividades semi-independentes** – Existe um fluxo de informação, que é parcial, e que vai a uma só direção, isto é, uma atividade requer informação parcial de outra (s) atividade (s) antes que possa iniciar.



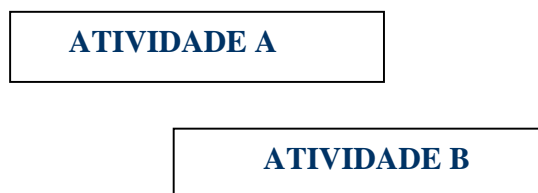
**Figura 14** – Atividades Semi-independentes

- Atividades inter - dependentes** – Requerem uma troca mútua de informação do *upstream* para o *downstream* e vice-versa antes que ambas possam terminar.



**Figura 15** – Atividades interdependentes

- c) **Atividades independentes** – não requerem nenhum tipo de informação de nenhuma atividade para seu início. Não existe nenhuma troca de informação entre o *upstream* e o *downstream*.



**Figura 16** – Atividades Independentes.

Desse espectro de tipos de atividades, apenas as atividades *independentes* podem ser sobrepostas sem qualquer risco de atraso ou retrabalho. Para os outros três tipos de atividades, existe um risco na sobreposição de atividades, e as atividades *semi-dependentes* tem o menor risco uma vez que necessitam apenas de informação parcial, assim, tão logo essa informação é disponibilizada a atividade seguinte pode iniciar. As atividades *interdependentes* têm sempre um risco de demora ou re-trabalho independentemente do montante de sobreposição que se queira uma vez que existe troca de informação mútua entre as atividades (Bogus, 2004).

As atividades com o maior risco de demora ou re-trabalho são aquelas classificadas como dependentes, pois quando isso ocorre a atividade *downstream* precisa da informação do *upstream*. E quando existe a necessidade de sobreposição, a atividade *downstream* deve iniciar antes que toda informação da atividade *upstream* esteja completa. Assim, a sobreposição de atividades dependentes aumenta o risco de atraso e re-trabalho devido à probabilidade de mudanças na atividade *upstream* que podem afetar a atividade *downstream*.

Assim, o aumento do nível de comunicação e fluxo de informação torna-se extremamente importante quando se quer sobrepor atividades dependentes (Bogus, 2002; Bogus et. al., 2002; Bogus, 2004, Bogus et. al., 2005; Yassine et. al., 1999). A principal estratégia para reduzir o tempo mediante a sobreposição de atividades é focar-se nas atividades dependentes.

Krishnan et. al. (1997) em um trabalho pioneiro, associaram diretamente o fluxo de informação e a possível taxa de re-trabalho, mediante a proposição de duas propriedades para o processo de design de novos produtos, as quais denominaram evolução e sensibilidade.

A evolução é a taxa do desenvolvimento da informação no início da atividade *upstream* até a fase final da atividade, que pode ser alta ou baixa. Já a sensibilidade descreve o montante de re-trabalho necessário no *downstream* se o fluxo de informação do *upstream* mudar; isto é, é a magnitude do efeito das mudanças da atividade *downstream* em função da atividade *upstream*. O melhor cenário para se sobrepor atividades: Alta evolução (*upstream*) e baixa sensibilidade (*downstream*).



A estrutura apresentada por mesmos autores permite classificar a sobreposição de atividades em quatro diferentes tipos:

***Sobreposição interativa*** -. Quando existe uma troca de informação entre as atividades sobrepostas sendo que a informação total, completa da atividade *upstream* só é disponibilizada para a atividade *downstream* no término da atividade *upstream*. Neste caso a atividade *downstream* deve iniciar somente com informação preliminar. Geralmente a sensibilidade é baixa e a evolução é baixa. Mesmo que haja mudanças em larga escala na atividade *upstream*, seu impacto na atividade *downstream* é mínimo.

***Sobreposição pré-emptiva*** - se refere à provisão de informação finalizada da atividade *upstream* para a atividade *downstream* antes que a atividade *upstream* esteja completa. Neste caso a atividade *downstream* inicia com informação completa. Aqui se verifica uma evolução da informação do *upstream* rápida (a informação pode ser finalizada cedo na atividade *upstream* sem perda de qualidade) e a sensibilidade da atividade *downstream* é alta.

***Sobreposição divisiva*** – Envolve a desagregação da troca de informação. A troca de informação já finalizada da atividade *upstream* para atividade *downstream* ocorre varias vezes antes do termino da atividade *upstream*. Neste caso, o *downstream* inicia com porções de informação fornecidas pelo *upstream*. A evolução do *upstream* é baixa e a sensibilidade do *downstream* é alta.

***Sobreposição distributiva*** – se refere à troca preliminar de informação entre as atividades sobrepostas com porções da informação finalizada sendo disponibilizadas através da execução da atividade *upstream*. Neste caso a atividade *downstream* deve iniciar com informações preliminares e ir incorporando mudanças nas interações posteriores, mas essas interações ocorrem poucas vezes uma vez que a informação da atividade *upstream* vai finalizando à medida que vai sendo executada. A evolução da informação da atividade *upstream* é rápida e a sensibilidade do *downstream* é baixa.

Este tipo de sobreposição de atividades é similar á sobreposição interativa e é o modelo mais representativo do tipo de sobreposição que ocorre na construção civil e no desenvolvimento de software (Salazar-Kish, 2001).

O grande fator limitador desta estrutura analítica apresentada por Krishnan, et. al.(1997) é que a obtenção de dados relativos à evolução e sensibilidade pode ser uma tarefa extremamente árdua e difícil.

Yassine et.al. (1999) desenvolveram uma estrutura analítica baseada nos princípios da análise de risco para melhor identificar o nível em que as atividades poderiam ser sobrepostas e as perspectivas de ganho de tempo associada com a sobreposição de atividades. Eles conceberam equações em que representam a duração esperada das atividades como função da sua relação de dependência e o montante de sobreposição que ocorre entre as atividades.

Bogus et. al. (2002) propõem uma metodologia para sobrepor atividades de design e construção nas áreas de Arquitetura, Engenharia e Construção Civil que é similar a apresentada por Bogus (2004) e Bogus et. al. (2005) que desenvolveram uma estratégia de sobreposição de atividades através de uma estrutura analítica, visando reduzir o tempo de design.

Em 2006 Bogus et. al. sugeriram estratégias para sobreposição de atividades de design que sejam dependentes, levando em conta as características das atividades, tais como a evolução do *upstream* e a sensibilidade do *downstream*. Em outro trabalho Bogus et. al. (2005) avaliam as conseqüências de sobrepor atividades dependentes e apresentam um algoritmo baseado em regras de prioridade para determinar o mínimo custo da programação de sobreposição visando atender questões tais como quando, quanto e como sobrepor atividades seqüenciais.

Dodin e Eliman (1996) introduzem um modelo de programação inteira para a programação de atividades de auditoria com sobreposição de atividades considerando custos de setup.

Krishnan et. al. (1997) apresentam um modelo para pares de atividades de desenvolvimento de produto, identificando as condições sobre as quais os vários tipos de sobreposição são adequados para cada par de atividades e aplicam esta estrutura na indústria, particularmente no desenvolvimento de *paggers* e portas de automóveis. Este

trabalho foi pioneiro, pois foi onde ficaram conhecidos os conceitos de evolução e sensibilidade proposto pelos autores e já conceituado e comentando neste trabalho.

Chakravaty (2001) apresenta um modelo de otimização de custo considerando diferentes cenários de sobreposição de atividades. Terwiesch e Loch (1999) medem em termos estatísticos a efetividade da sobreposição de atividades para a redução de tempo de projeto no ambiente tecnológico.

Wang e Lin (2008) propõem um modelo matemático que capture a natureza da incerteza e as interações complexas presentes na sobreposição de atividades no ambiente de desenvolvimento de novos produtos.

Nicoletti e Nicoló (1998) apresentam um modelo para dar suporte na tomada de decisão sobre que atividades precisam ser programadas simultaneamente e em que medida visando coordenar o fluxo de informação e minimizar erros diminuindo a taxa de retrabalho.

Sabzehparvar e Seyed-Hosseini (2008) propõem um modelo matemático para tratar do MRCPSP com dependência das relações de precedência generalizadas. Os primeiros a propor um modelo de MRCPSP com relações de precedência generalizadas foram De Reyck e Herroelen (1998), que na prática pode ser usado para a sobreposição de atividades.

$$Min \sum_{t=es_n}^{ls_n} tx_{n1,t} \quad (12)$$

$$\sum_{m_i=1}^{M_i} \sum_{t=es_i}^{ls_i} X_{imt} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (13)$$

$$\sum_{m_i=1}^{M_i} \sum_{t=es_i}^{ls_i} (t + SS_{ij}^{min})X_{imt} \leq \sum_{m_i=1}^{M_i} \sum_{t=es_i}^{ls_i} tX_{jm,t} \quad i, j \in E_{SS}, \quad (14)$$

$$\sum_{m_i=1}^{M_i} \sum_{t=es_i}^{ls_i} (t + SF_{ij}^{min})X_{imt} \leq \sum_{m_i=1}^{M_i} \sum_{t=es_i}^{ls_i} (t + d_{jm})X_{jm,t} \quad i, j \in E_{SF}, \quad (15)$$

$$\sum_{m_i=1}^{M_i} \sum_{t=es_i}^{ls_i} (t + d_{imi} + FS_{ij}^{min}) X_{imt} \leq \sum_{m_i=1}^{M_i} \sum_{t=es_i}^{ls_i} t X_{imt} \quad i, j \in E_{FS}, \quad (16)$$

$$\sum_{m_i=1}^{M_i} \sum_{t=es_i}^{ls_i} (t + d_{imi} + FF_{ij}^{min}) X_{imt} \leq \sum_{m_i=1}^{M_i} \sum_{t=es_i}^{ls_i} (t + d_{jm_j}) X_{jm_jt} \quad i, j \in E_{FF}, \quad (17)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{m_i=1}^{M_i} r_{imt} \sum_{s=\max\{t-d_{im,es_i}\}}^{\min\{t-1,ls_i\}} X_{jm_jt} \leq R_k \quad k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, T, \quad (18)$$

$$X_{jm_jt} \in \{0, 1\} \quad i = 1, 2, \dots, n, m_i = 1, 2, \dots, n, M_i = t = es_i, \dots, ls_i \quad (19)$$

onde,

$S_i/F_i$  - tempo de início/término da atividade  $i$ ;

$d_{imi}$  - duração da atividade  $i$  no modo  $m$ ;

$\tau$  - unidade de tempo discreto;

$SS_{ij}^{min}/SS_{ij}^{max}$  - tempo de espera mínimo/máximo entre tempos de **início-início** das atividades  $i$  e  $j$

$SF_{ij}^{min}/SF_{ij}^{max}$  - tempo de espera mínimo/máximo entre tempos de **início – fim** das atividades  $i$  e  $j$

$FS_{ij}^{min}/FS_{ij}^{max}$  - tempo de espera mínimo/máximo entre os tempos **fim – início** das atividades  $i$  e  $j$

$FF_{ij}^{min}/FF_{ij}^{max}$  - tempo de espera mínimo/máximo entre os tempos **fim-fim** das atividades  $i$  e  $j$

$es_i/ls_i$  - tempo de início mais cedo/mais tarde da atividade  $i$

$R_k$  - número máximo de recursos do tipo  $k$  disponíveis por período

$r_{im_i k}$  - recursos do tipo  $k$  requeridos pela atividade  $i$  no modo  $m_i$

$K$  - número de tipos de recursos requeridos pelo projeto;

$M_i$  - número de modos da atividade  $i$

$\bar{T}$  - limite superior da duração do projeto

$T$  - duração reduzida do projeto;

$E_{SS}, E_{SF}, E_{FS}, E_{FF}$  - são definidos como resultados de relações temporais.

A função objetivo minimiza a duração do projeto em (12), onde  $X_{nlt}$  é o início e o término da atividade não real cujo modo e a duração são zero. A restrição (13) assegura que cada atividade possa ter um só início e um só modo de execução. As restrições (14) a (17) denotam as relações de precedência generalizadas. As restrições de disponibilidade de recursos são dadas por (18) e a restrição (19) estabelece a binaridade das variáveis.

Na prática esse modelo é uma extensão daquele proposto por Talbot (1982) e este por sua vez é uma extensão do modelo pioneiro proposto por Pritsker et. al. (1969).

Embora se ganhe tempo, mediante a redução de tempo das atividades, se gasta também outro tanto tempo para lidar com o re-trabalho necessário (Roemer e Ahmadi, 2004), pois existe uma deficiência de fluxo de informação entre o *upstream* e o *downstream*, o que resulta na necessidade de retrabalho (Bogus, et. al. 2002) o que acaba estendendo um pouco mais a duração da atividade *downstream* (Krishnan et. al., 1997). Então quando se faz o uso desta técnica é importante que haja um tipo especial de comunicação e cooperação (Roemer, et. al. 1999, PMBOK, 2004).

Geralmente, a atividade *downstream* é a que precisa de retrabalho, pelo simples fato de que a informação adicional vem do *upstream* para o *downstream* dependendo do tipo de dependência que as atividades tenham. Mas a própria atividade *upstream* também sofre conseqüências da sobreposição, pois já que ela deve fornecer informação rapidamente, ainda que esta seja preliminar, ela tende a terminar mais cedo, quando isso ocorre, e essa disposição de informação é feita cedo demais à atividade *upstream* perde a flexibilidade de efetuar mudanças mais adiante. Essa perda de flexibilidade pode ser interpretada como perda de qualidade da atividade *upstream* (Krishnan et. al., 1997).

Portanto, o uso da técnica de sobreposição de atividades apesar dos seus benefícios tem riscos e conseqüências tais como o re-trabalho e impacto nos custos, recursos e qualidade das atividades.

a) **Retrabalho** - é um esforço necessário para refazer um processo ou uma atividade que foi incorretamente implementada na primeira vez (Love, 2002 *apud* Roy e Al-Shebab, 2009). Erros, omissão, falhas, danos e mudança de especificação são causas de retrabalho. O retrabalho pode ocorrer tanto na atividade *upstream* bem como na atividade *downstream*. Na atividade *upstream* o retrabalho ocorre devido a falhas detectadas pela

atividade *downstream*, enquanto o retrabalho do *downstream* ocorre devido à incerteza da informação preliminar fornecida pelo *upstream* (Al-Shebab, 2009)

O retrabalho pode ser calculado através de modelos estocásticos (Yassine, 1999), métodos probabilísticos (Romer et. al. 2000), usando Método Estrutural de Design –DSM - (Browning e Eppinger, 2002), estrutura qualitativa (Bogus et. al. 2002), determinístico (Gerik, 2005), etc.

b) **Custos** - da sobreposição de atividades provêm o re-trabalho necessário para corrigir os erros encontrados nas atividades *downstream* e isso tem impacto nos custos (Cooper, 1994 e Bogus, 2004).

c) **Recursos** – quando se tem sobreposição de atividades podem ser necessários recursos adicionais para fazer o re-trabalho. Se os recursos forem escassos como considerados neste trabalho, existe o risco então da atividade não ser completa no tempo requerido.

d) **Qualidade** – A sobreposição de atividades pode reduzir a qualidade do produto final quando, por exemplo, os designers tentam aperfeiçoar o seu trabalho. De a mesma maneira iniciar atividades sem se ter a informação completa pode prejudicar a qualidade do produto final.

Em resumo: foi apresentada neste capítulo a revisão de literatura, onde se pôde constatar que o problema do MRCPSP tem sido bastante pesquisado e ainda assim apresenta desafios para os pesquisadores, devido essencialmente a sua natureza combinatorial. A grande maioria dos trabalhos considera apenas um modo de execução de atividades e quando esse problema é estendido para múltiplos modos se torna mais complexo e parece ser o que mais representa o cotidiano da gestão de projetos, uma vez que na realidade uma atividade pode ter vários modos de execução.

Constatou-se ademais na revisão de literatura que muitos autores usam a abordagem de MRCPSP de maneira generalista, sem elucidar explicitamente se tais modos se referem à substituição, compressão, sobreposição, interrupção de atividades ou qualquer outro modo.

Este trabalho propõe vários modos (compressão, sobreposição e interrupção de atividades) de aceleração de atividades de maneira explícita considerando a restrição de recursos. Praticamente não existem trabalhos com tal abrangência.

## CAPITULO 3

### 3. Proposição de um Modelo de Programação Linear Inteira

Para fazer face ao problema de MRCPSP estabelecem-se as seguintes premissas:

- (1) Ao projeto associamos vários modos de execução, quer seja normal, compressão, sobreposição e interrupção de atividades.
- (2) No modo **normal** um grupo de atividades pode ser executado em um ou mais períodos de tempo sem necessidade de alocação de recursos adicionais;
- (3) No modo de **compressão** um grupo de atividades pode ser acelerado em um ou mais períodos de tempo, mediante a alocação de um montante fixo de recursos renováveis por unidade de tempo;
- (4) No modo de **sobreposição**, uma atividade pode ser sobreposta com a atividade mais imediata predecessora ou com a atividade mais imediata sucessora para um ou mais períodos de tempo mediante a alocação de um montante fixo de recursos renováveis por unidade de tempo. Este custo se refere a uma fração de tempo de retrabalho necessário.
- (5) No modo de **interrupção**, um grupo de atividades pode ter ao menos uma interrupção (*pre-emption*), liberando assim recursos renováveis para outras atividades;
- (6) Uma atividade pode ser comprimida, sobreposta ou interrompida;

(7) Por período de tempo só se pode fazer o uso de apenas uma alternativa para acelerar uma atividade: a compressão, a sobreposição ou a interrupção de atividades;

(8) Não se considera custo de *set-up* no re-início das atividades interrompidas;

(9) A disponibilidade de recursos é constante ao longo do projeto;

(10) As atividades não críticas podem ser interrompidas e re-iniciadas posteriormente com o mesmo modo usando a mesma taxa de recursos.

(11) Naquelas atividades que podem ser comprimidas e sobrepostas, se considerou um tempo de redução de 20% e 10% respectivamente sobre a duração original (normal).

Busca-se determinar o plano mais econômico para aceleração do projeto;



## Notação

$a$  – índice de atividade;

$b$  – índice de atividade predecessora sobreposta;

$d$  – índice de recurso;  $d \in D$ ;

$a_i$  – índice de atividade inicial do projeto;

$a_f$  – índice de atividade final do projeto;

$m$  – denota modo de atividade;  $m \in M$

$t$  – índice de período de tempo;  $t \in T$ ;

$AR$  – grupo de atividades;

$AC$  – grupo de atividades que podem ser comprimidas;

$AO$  – grupo de atividades que podem ser sobrepostas;

$AS$  – grupo de atividades que podem ser interrompidas;

$AP_a$  – grupo de atividades predecessoras da atividade  $a$ ;

$E_d$  – custo por unidade de tempo do recurso  $d$ ;

$F_{d,t}$  – montante disponível do recurso  $d$  no período de tempo;

$J_{a,m,d}$  – montante do recurso  $d$  por unidade de tempo requerido para executar a atividade  $a$  no modo  $m$ ;

$EST_a$  – tempo mais cedo do início da atividade  $a$ ;

$EFT_a$  – tempo mais cedo para o término da atividade  $a$ ;

$LST_a$  – tempo mais tarde para o início da atividade  $a$ ;

$LFT_a$  – tempo mais tarde para o término da atividade  $a$ ;

$FF$  – tempo de sobreposição da atividade  $a$  se executada no modo  $m$  com a atividade  $b$ ;

$I$  – total de folga livre do projeto;

$N_{a,m}$  – duração da atividade  $a$  quando executada no modo  $m$ ;

$TT$  – data de término do projeto;

$S_{a,m,t}$  – variável binária = 1 se a atividade  $a$  executada no modo  $m$  é **iniciada** no período de tempo  $t$ , = 0 caso contrário;

$Y_{a,m,t}$  – variável binária = 1 se a atividade  $a$  **está em execução** no modo  $m$  no período de tempo  $t$ , = 0 caso contrário;

$V_{a,m,t}$  – variável binária = 1 se a atividade  $a$  executada no modo  $m$  é **terminada** no período de tempo  $t$ , = 0 caso contrário;

$X_{a, b, t}$  – variável binária, = 1 se a atividade a e sua sucessora direta atividade b são sobrepostas no período de tempo t, = 0 caso contrário;

$$\text{Minimise } \sum_{a \in AR} \sum_{m=1}^M \sum_{\tau=EFT_a}^{LFT_a} E_d (J_{a,m,d} * V_{a,m,t}) \quad (20)$$

Sujeito a;

$$\sum_{\tau=EFT}^{LFT} V_{a,m,t} = 1 \quad \forall a \in AR, \in C, \forall t \in T, \quad (21)$$

$$\sum_{m=1}^M \sum_{\tau=EFT_a}^{LFT} (\tau - N_{a,m}) V_{a,m,\tau} - \sum_{m=1}^M \sum_{\tau=EFT_a}^{LFT_a} (\tau * V_{b,m,t}) \geq 0, \quad \forall b \in APa; \forall a \in AC, \forall m \in M \quad (22)$$

$$\sum_{m=1}^M \sum_{\tau=EFT_a}^{LFT} (\tau - N_{a,m} + FF) V_{a,m,\tau} - \sum_{m=1}^M \sum_{\tau=EFT_a}^{LFT_a} (\tau * V_{b,m,t}) \geq 0, \quad \forall b \in APa; \forall b \in AP, \forall a \in AR \quad (23)$$

$$\sum_{m=1}^M \sum_{\tau=EST_a}^{LST} \tau * S_{a,m,t} - \sum_{m=1}^M \sum_{\tau=EFT_b}^{LFT_b} (\tau * V_{b,m,t}) \geq 0 \quad \forall b \in APci; \quad \forall b \in AP \quad \forall c \in C, \quad (24)$$

$$\sum_{t=EST_a}^{LFT_a} Y_{a,m,\tau} = \sum_{\tau=EFT_a}^{LFT_b} N_{a,m} * V_{a,m,t} \quad \forall b \in AP \quad \forall c \in C, \quad (25)$$

$$(\tau - 1) * Y_{a,m,t} \geq \sum_{\tau=EST_b}^{LST_b} \tau * S_{b,m,t} \quad \forall b \in AP \quad \forall c \in C \quad (26)$$

$$(\tau * Y_{a,m,t}) \leq \sum_{\tau=EST_b}^{LST_b} \tau * V_{b,m,t} \quad \forall b \in AP \quad \forall c \in C, \quad (27)$$

$$\sum_{m=1}^M \sum_{\tau=1}^{N_{a,m-1}} (J_{a,m,t} * V_{a,m,\tau} * E_d) \leq F_{d,t} \quad a \in AR \quad (28)$$

$$\sum_{m=1}^M \sum_{\tau=EFT_{af}}^{LFT} \tau * V_{af,m,t} = TT \quad (29)$$

$$S_{a,m,t} \quad V_{a,m,t} \in \{0, 1\} \quad (30)$$

A função objetivo (20) minimiza os custos do projeto. A restrição (21) garante que cada atividade seja executada em apenas um modo (normal, compressão, sobreposição ou interrupção de atividades) e termine uma e só uma vez. A restrição (22) garante as relações de precedência das atividades para o modo normal e compressão. As restrições (23) e (24) asseguram a precedência de atividades para os modos de sobreposição e interrupção de atividades respectivamente.

As restrições (25), (26) e (27) são exclusivas para as atividades com possibilidade de interrupção. A (25) mostra que a soma dos períodos ativos deve ser igual à duração da atividade  $a$  no modo  $m$ . É considerado como período ativo quando a atividade  $a$  está sendo executada no modo  $m$ . Por sua vez as restrições (26) e (27) controlam os períodos ativos das atividades, que devem permanecer entre o período de início da atividade e o período de término da atividade respectivamente. A restrição (28) assegura que o consumo de recursos pelos diferentes modos não ultrapasse a sua disponibilidade total. Já a restrição (29) garante o término do projeto na data requerida e a restrição (30) estabelece que as variáveis são binárias.

Para implementar este modelo de Aceleração de Projetos com Recursos Limitados através de múltiplos modos apresentamos o seguinte procedimento:

- 1) Coletar todos os dados de entrada (duração das atividades no modo  $m$ , custo unitário do (s) recurso (s), consumo dos recursos pela atividade  $a$  no modo  $m$  e disponibilidade total dos recursos;
- 2) Através do método do caminho crítico, calcule os valores de tempo mais cedo de início de uma atividade (ES), tempo mais tarde de início de uma atividade (LS),

tempo mais cedo de término de uma atividade (EF) tempo mais tarde de término de uma atividade (LF);

- 3) Selecione as atividades que podem ser comprimidas, sobrepostas e interrompidas;
- 4) Selecione as possíveis datas de termino de cada modo;
- 5) Use qualquer software de otimização para resolver o problema;

## CAPITULO 4

### 4. EXEMPLOS NUMÉRICOS

Com o objetivo de ilustrar a funcionalidade do modelo proposto no capítulo anterior apresenta-se a seguir dois exemplos de aplicação. Os exemplos foram rodados no software comercial **Linear, Interactive, Discrete Optimizer (LINDO)** versão 10.0 cuja licença de aplicação é ilimitada para as restrições, variáveis inteiras, variáveis não lineares e variáveis globais. O gerador de memória é de 32MB.

O LINDO é uma ferramenta de otimização (programação linear, inteira, não linear, e quadrática) extremamente prática, pois permite ao usuário colocar os dados de entrada de uma formulação matemática, resolver, avaliar os resultados obtidos, fazer mínimas modificações e repetir o processo quantas vezes forem necessárias. É também possível fazer uma análise de sensibilidade, mas para tal exige-se um pleno domínio da ferramenta principalmente para interpretar os dados. Essencialmente um modelo para funcionar no LINDO precisa de uma função objetivo, variáveis e restrições. O LINDO usa o procedimento de Branch and Bound para a resolução de modelos de programação inteira. O primeiro exemplo numérico foi tirado da literatura (Das e Tejpal, 2008) e envolve a construção de um rebocador. O segundo foi montado a partir de dados fornecidos por um estaleiro nacional para a construção de um navio Suezmaz. Em ambos os exemplos foram necessários ajustes de forma a adequá-los para a resolução usando o modelo proposto neste trabalho.

#### 4.1. Exemplo 1 – Construção de um Rebocador.

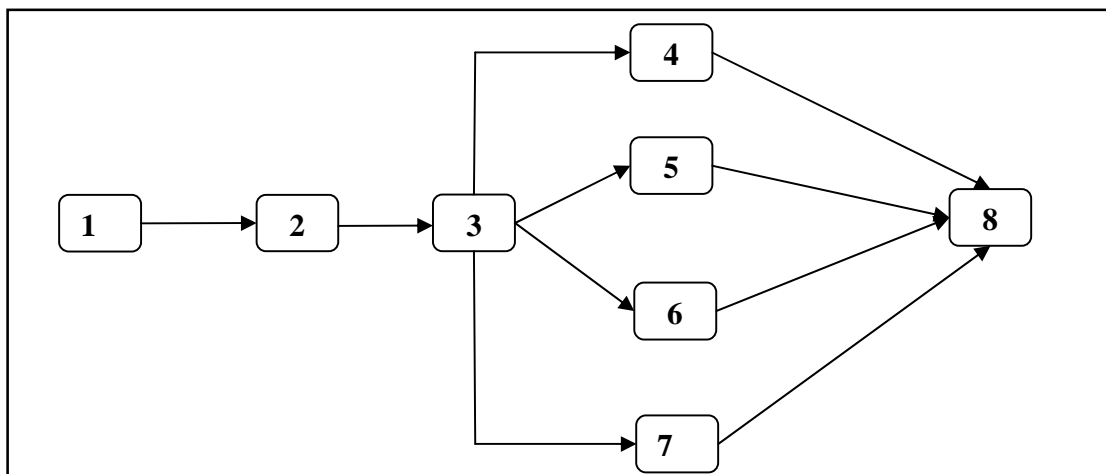
Este exemplo é inspirado no design e construção de rebocadores. a tabela 2 ilustra a descrição das atividades e a sua duração no modo normal.

**Tabela 2** – Descrição das atividades de construção de um rebocador

Atividade	Descrição da Atividade	Duração (meses)
1	Concepção	2
2	Contrato	3
3	<i>Arranjo geral dos desenhos</i>	<i>11</i>
4	<i>Desenho de Tubulações</i>	<i>11</i>
5	<i>Mecânica</i>	<i>3</i>
6	<i>Desenho Elétrico</i>	<i>11</i>
7	<i>Desenho do maquinário</i>	<i>6</i>
8	Construção do Rebocador	14

As atividades 1, 2, e 3 podem ser executadas em série, enquanto que as atividades 4, 5, 6 e 7 podem ser levadas a cabo de forma paralela onde são sucedidas pela atividade 8. A rede AON do projeto está ilustrada na figura 17.

As atividades 1 e 2 empregam vários tipos de recursos, cuja taxa de consumo não é facilmente quantificável, e por isso elas não serão consideradas como candidatas a aceleração.



**Figura 17**– Rede de projeto de construção de um rebocador.

As atividades 3, 4, 5, 6 e 7 empregam um só tipo de recurso que pode ser desenhista/engenheiro cujo custo é de \$35/hora. Por sua vez a atividade de construção emprega operários cujo custo unitário é de \$20/hora.

**Tabela 3** – Custo unitário dos recursos.

Custo unitário dos recursos	Custo/hora (\$)
Desenhista/Engenheiro	35
Operário de construção	20

Quanto aos outros tipos de recursos tais como materiais e equipamentos assume-se que são suficientemente abundantes e, portanto não restringem o progresso das atividades do projeto. Como consequência esses recursos não serão considerados com o propósito de aceleração neste exemplo.

Visando acelerar o projeto mediante múltiplos modos se estabelecem as seguintes premissas para este exemplo:

- (1) As Atividades 1, 2 e 3 só podem ser executadas pelo modo **normal**, isto é, não podem ser aceleradas por nenhum modo;
- (2) As atividades 4, 5, 6, 7 podem ser aceleradas pelo método de **compressão**, pela alocação adicional de recursos (desenhista/engenheiro);
- (3) As atividades 5 e 7 podem ser **interrompidas** pelo menos uma vez e re-iniciadas posteriormente sem um custo adicional de *set-up*;
- (4) A atividade 8 pode ser **sobreposta** às atividades 4, 5, 6, e 7.

**Tabela 4** – Consumo de recursos pelos diversos modos na construção de um rebocador.

Atividade	Consumo de recursos (Normal)	Consumo de recursos (Compressão)	Consumo de recursos (Sobreposição)	Consumo de recursos (Interrupção)
1	0	6	6	0
2	0	6	6	0
3	0	3	3	0
4	0	4	3	0
5	0	4	3	0
6	0	2	2	0
7	0	2	2	0
8	0	72	67	0
<b>Total</b>	0	99	94	0

Como afirmado anteriormente, o modelo de MRCPSP trata de tempos discretos, isto é, só em determinados períodos de tempo é que acha soluções ótimas. Para fins de simplicidade e até para facilitar o entendimento se tomou a premissa de que o consumo de recursos do modo normal de todas as atividades é zero.

Esta premissa faz sentido já que o modelo está buscando minimizar os custos adicionais para poder reduzir a duração do projeto de 41 para 39 e 37 meses, em diferentes modos.

Assim quando se solicita ao modelo que execute o projeto em 41 meses (sua duração normal) a função objetivo é zerada e todas as atividades são executadas pelo modo 1, que possui o custo mais baixo que é zero.

No entanto, quando se solicita, por exemplo, que o modelo forneça uma solução de mínimo custo possível, para executar o projeto em 39 meses (portanto, uma redução de 2 meses), obedecendo todas as restrições de precedência e recursos, e as premissas de quais atividades pode ou não acelerar nos diversos modos disponibilizados, algo interessante ocorre: se obtêm um *mix* dos diferentes modos em cada atividade do projeto.

Assim, para a data de término de 39 meses, o modelo sugere a execução da atividade 1, 2 e 3 pelo modo normal (isto é coerente porque se colocou como premissa que essas atividades não poderiam ser aceleradas nem interrompidas por qualquer que fosse o modo), o resto das atividades 4, 5 e 6, foram executadas também pelo modo normal por serem as mais baratas e a atividade 8 foi sobreposta à atividade 6, diminuindo sua duração em 2 meses. Isto é, enquanto a atividade 6 (que precede a atividade 8) estava sendo executada, e antes desta terminar, a atividade 8 foi iniciada, se sobrepondo a atividade 6, com um consumo adicional de recursos, a um custo de 1340 unidades monetárias.

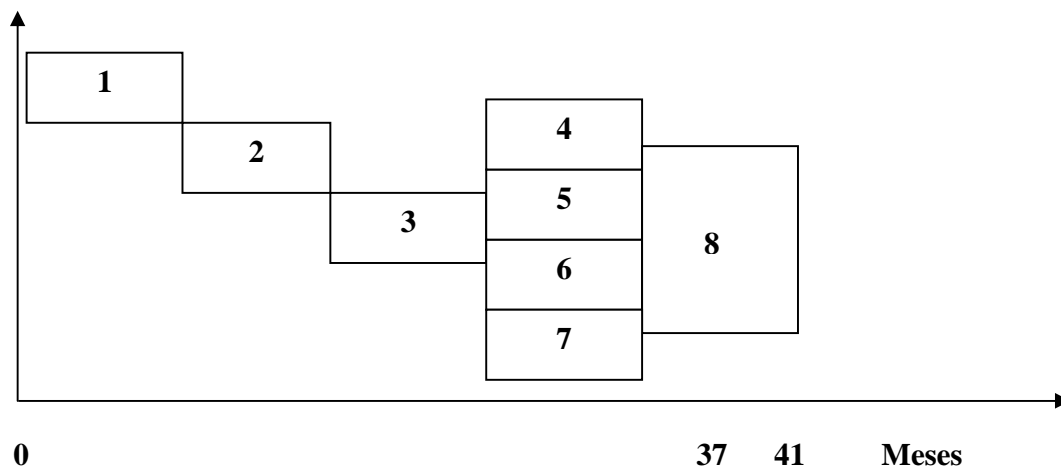
A atividade 8 se sobrepôs a atividade 6 que são classificadas como dependentes (aquelas em que o fluxo de informação vai em um só direção, do *upstream* (atividade 6) para o *downstream* (atividade 8) que possuem neste caso particular alta evolução de informação no *upstream* e baixa sensibilidade no *downstream* (sobreposição distributiva), isto é, se a informação que flui da atividade 6 para atividade 8 porventura mudar, enquanto essas atividades estão se sobrepondo a magnitude de mudanças na atividade 8 e conseqüentemente a taxa de re-trabalho será baixa. O contrário ocorreria se a evolução da informação no *upstream* fosse alta e a sensibilidade no *downstream* também fosse alta, aí



a magnitude de retrabalho necessário na atividade 8 se qualquer aspecto mudasse na atividade 6 seria alto. É de realçar que esse consumo adicional de recursos e posterior custo da sobreposição das atividades provem do retrabalho.

Mas e a interrupção as atividades? Esta também ocorreu.

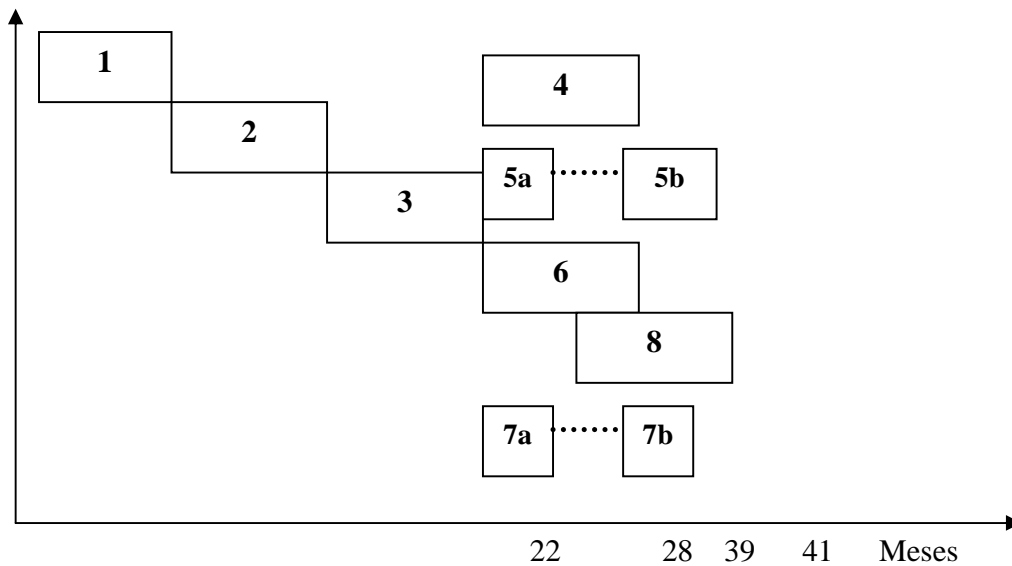
No modelo proposto neste trabalho à restrição (6) garante que o número dos períodos ativos (quando a atividade ainda está sendo processada) das atividades que podem ser interrompidas tem de ser igual à duração da atividade. A figura 18 ilustra o projeto em condições normais, ou seja, tendo as suas atividades iniciadas no tempo mais cedo (EST). Note a seqüência das atividades cumprindo rigorosamente as restrições de precedência, por exemplo, a atividade 8 só começa a ser executada depois que todas as atividades que a antecedem estão terminadas e o projeto é finalizado com 41 meses.



**Figura 18** – Atividades do projeto iniciando no tempo mais cedo (EST)

Neste exemplo, neste caso específico, foi possível reduzir a duração do projeto de 41 meses para 39 meses, note na figura 19 que a atividade 7 (que pode ser interrompida) está desagregada em duas sub-atividades. A primeira sub-atividade (7a) foi processada no período de tempo 18, 19, 20, 21 e 23. Nos períodos de tempo 22, 24, 25, 26 e 27 (línea tracejada) a atividade estava parada, ou seja, foi interrompida o que fez com que os recursos que essa atividade estava utilizando fossem disponibilizados para outras atividades. Essa atividade foi retomada mais tarde (7b) mediante o mesmo modo, finalizando no período 28.

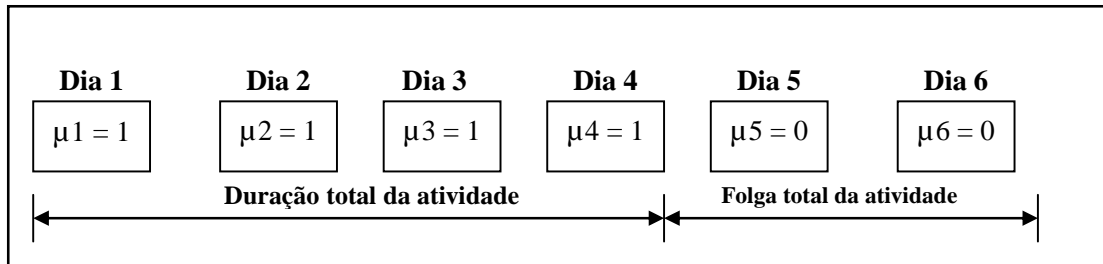
Ainda na figura 19, veja adicionalmente que a atividade 8, ao contrário do que ocorre na figura 18, em que ela espera o término de todas as atividades que a antecedem para poder iniciar, neste caso (figura 19) a atividade 8 é iniciada antes do término da atividade 6, se sobrepondo a ela. Isto é, enquanto a atividade 6 ainda está sendo executada a atividade 8 tem início, ocorrendo assim a sobreposição entre tais atividades, compactando a duração do projeto de 41 meses para 39 meses.



**Figura 19** – Atividades do projeto com interrupção e sobreposição de atividades.

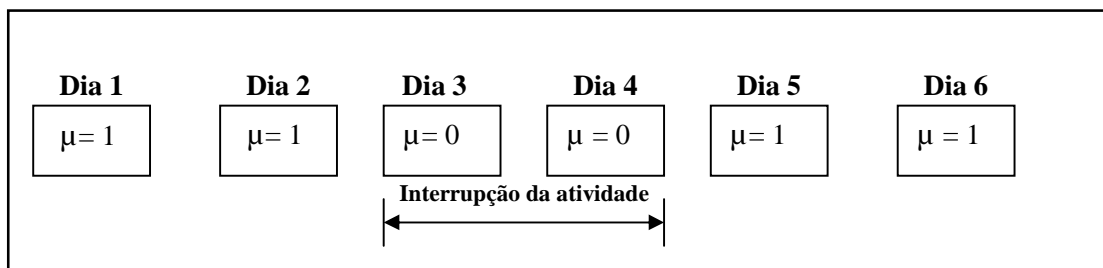
Para uma melhor compreensão principalmente da ocorrência de interrupção de atividades, veja o esquema abaixo adaptado de Son e Mattila (2004): Uma determinada atividade não crítica pode ocupar possíveis posições no esquema abaixo, na figura 20, pela soma de sua duração mais a folga. Então suponhamos que se a atividade for executada em um determinado período de tempo,  $\mu = 1$ , se não, então  $\mu = 0$ .

Por exemplo, se a atividade não crítica tem 4 dias de duração e dois de folga total, então as posições possíveis que a atividade pode ocupar são  $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5$  e  $\mu_6$ . Então se a atividade for executada baseada no seu início mais cedo (EST) ter-se-á  $\mu_1 = 1, \mu_2 = 1, \mu_3 = 1, \mu_4 = 1, \mu_5 = 0$  e  $\mu_6 = 0$ .



**Figura 20** – Posição da atividade a, sem interrupção baseado no início mais cedo (EST)

Agora, por exemplo, se houver uma interrupção da atividade, conforme mostrado na figura 21 então ter-se-á  $\mu_1 = 1$ ,  $\mu_2 = 1$ ,  $\mu_3 = 0$ ,  $\mu_4 = 0$ ,  $\mu_5 = 1$ ,  $\mu_6 = 1$ . Na prática significa que no dia 3 (figura 21) a atividade foi suspensa e seus recursos levados para executar outra atividade e reiniciaram a atividade no dia 5 e terminando-a no dia 6. Portanto, é uma abordagem indireta. O interromper essa atividade não atrasou o projeto porque ela tinha folga suficiente e nem incorreu em custos adicionais.



**Figura 21** – Posição da atividade a, com interrupção de atividades.

Originalmente o MRCPSP não prevê custos de *set-up* quando uma atividade é interrompida. A questão em si (custos de *set-up*) divide opiniões. Por exemplo, Son e Mattila (2004) apresentam um modelo para nivelamento de recursos em que a atividade é interrompida sem custos de *set-up*. Por sua vez Hariga e El-Sayegh (2010) consideram custos quando a atividade é interrompida para o nivelamento de recursos.

O autor desta tese considera que a consideração do custo de *set-up* depende do caso, do projeto e da atividade que se quer interromper. Para este não parece plausível e nem prático desconsiderar, por exemplo, os custos que incidem quando se interrompe uma atividade que faz uso de máquinas complexas tais como super - guindastes ou sondas de perfuração de petróleo, pois a interrupção envolve o desmonte dessas máquinas,

transporte de um ponto a outro, ou então o fato da máquina estar ociosa incorre em custos astronômicos de aluguel.

Por outro lado, é real o fato de que se uma determinada empresa possui uma só equipe de *designers*, por exemplo, estes podem suspender o design da parte elétrica e migrar para terminar ou aperfeiçoar o desenho do casco de um navio de forma que essa atividade possa iniciar o mais breve possível e voltar para a atividade anterior sem custo adicional algum. Neste trabalho, optou-se por não considerar o custo de *set-up* para a interrupção de atividades.

Com este modelo é possível ainda obter variações nos modos, isto é, usar um só modo, dois modos, três modos ou os quatro modos de maneira simultânea. Neste exemplo foi possível compactar a duração do projeto mediante o uso dos modos normal, sobreposição e interrupção de atividades.

#### 4.2. Exemplo 2 – Projeto de Construção de um Navio Suezmax.

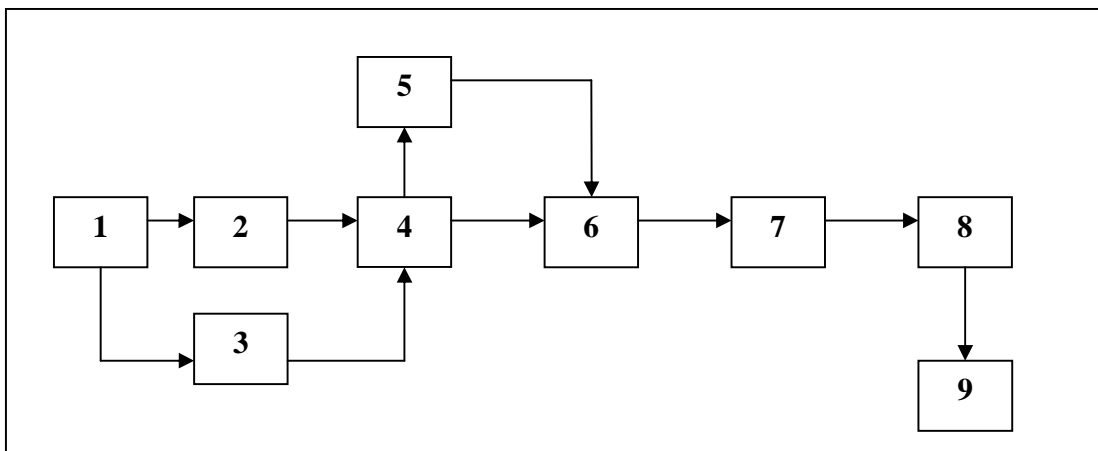
Este exemplo é uma adaptação da construção de um Navio por um estaleiro nacional. A tabela 5 apresenta a descrição das atividades, a sua duração nos diferentes modos e consumo de recursos, a figura 22 mostra a rede AON do projeto.

Á semelhança do que foi feito no exemplo 1, teve-se de fazer ajustes para que pudesse ser modelado neste exemplo.

**Tabela 5** – Descrição das atividades e duração nos diversos modos.

Nº da atividade	Descrição da atividade	Modo de Execução	Duração (meses)	Consumo de recursos
1	Projeto de detalhamento	1	5	0
2	Fabricação de Tubos	1	5	0
		2	3	6
3	Fabricação de Partes	1	4	0
4	Montagem de blocos, sub-blocos e pre-edificação	1	8	0
5	Jateamento e Pintura	1	7	0
		2	5	4
6	Edificação do Navio (Instalação de máquinas e outros sistemas)	1	5	0
7	Acabamento	1	4	0
		3	2	3
8	Testes	1	2	0
9	Comissionamento	1	1	0

- (1) As atividades 1, 6, 8 e 9 só podem ser executadas mediante o modo **normal**, isto é, não podem ser aceleradas nem interrompidas;
- (2) As atividades 2, 4 e 5 podem ser aceleradas pelo método de **compressão**, pela alocação adicional de recursos (Operário/Pintor);
- (3) A atividade 3 pode ser **interrompida** pelo menos uma vez e re-iniciada posteriormente sem um custo adicional de *set-up*;
- (4) A atividade 7 pode ser **sobreposta** à atividade 6;



**Figura 22** – Rede AON do projeto de construção de um Navio Suezmaz.

Neste exemplo, aplica-se o modelo no projeto de construção de um Navio, que é composto de 9 atividades com a propósito de avaliar qual o custo mínimo de redução do tempo total do projeto de 37 meses para 35 e 34 meses. A tabela 6 mostra o custo unitário dos recursos que pode ser um pintor ou operário.

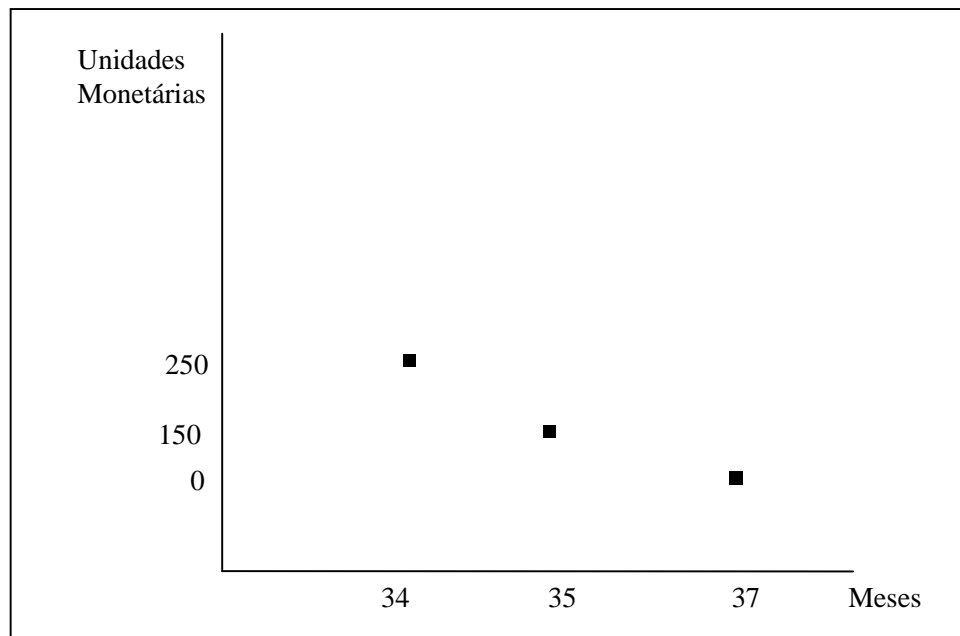
**Tabela 6** – Custo unitário dos recursos

Custo dos Recursos	R\$
Recursos do Tipo I (Pintor)	25
Recursos do Tipo II (Operário)	10

A semelhança do exemplo anterior considerou-se o consumo de recursos do modo normal como sendo zero e nos concentramos nos recursos adicionais para acelerar as atividades.

Como teste, solicitamos o modelo que execute o projeto em 37 meses, o que fez, executando todas as atividades pelo modo 1 (normal), com um custo zerado. Este comportamento é o esperado.

Por questões técnicas uma data possível de redução do projeto, é de 37 meses para 34 meses. À semelhança do exemplo 1, o modelo nos fornece um *mix* de modos de execução das atividades. Assim a atividade 1 é executada no seu modo normal enquanto as atividades 2 e 4 são aceleradas mediante o método de compressão em um (1) mês cada. A função objetivo comprova que houve uma elevação no custo, em 250 unidades monetárias, quando ocorre à redução do tempo do projeto conforme ilustrado na figura 23.



**Figura 23** – Redução do tempo de construção de um Navio.

Só que ao contrário do que ocorre no exemplo 1, neste não ocorre à sobreposição nem a interrupção das atividades. A atividade 3 que é susceptível de ser interrompida, nos períodos 05, 06, 07, 08 e 09 ela está ativa, o que significa que a atividade 3 iniciou-se no seu período mais cedo (EST) como já foi explicado na figura 18.

Isto ocorre porque depende das características dos projetos e a configuração dos dados. Então pode-se dar o caso de implementar o modelo, e este só ser viável no uso de um só modo, ou de dois modos ou de todos os modos simultaneamente ou simplesmente ser

inviável. Dependerá do projeto, da sua configuração. Não é porque as atividades são passíveis tecnicamente de ser comprimidas, sobrepostas ou sofrer uma interrupção que isso vá ocorrer de fato.



### **Análise de sensibilidade**

De acordo com Lachtermacher (2002) e Andrade (1998) a análise de sensibilidade busca responder principalmente as seguintes questões: Qual o efeito de uma mudança em um coeficiente da função objetivo ou na constante de uma restrição ou os lados direitos das restrições? ou ainda no coeficiente de uma restrição? a análise de sensibilidade tem por objetivo verificar a validade da solução obtida, quando submetida a variações nos coeficientes do modelo.

Ou seja, é uma técnica que permite de forma controlada fazer simulações do tipo, “e se...”. Assim podem-se avaliar impactos associados às alterações dos valores das variáveis de entrada, alguns parâmetros do sistema, e mudanças estruturais do modelo através da análise das variáveis de saída. Em análises de sensibilidade, ao se proceder a várias rodadas de simulação e avaliar os cenários gerados, é possível constatar tendências e anomalias.

Nos dois exemplos anteriores, realizaram-se inúmeros testes de sensibilidade considerando sempre o efeito da variação isolada de certos coeficientes como os dados de custo fixo, o consumo de recursos, a disponibilidade total de recursos, o limite superior da robustez e da data requerida de término do projeto. Em todas essas variações o modelo se mostrou coerente, isto é, apresentou o comportamento esperado.

# CAPITULO 5

## 5. CONCLUSÃO

### 5.1 Conclusões e recomendações de estudos futuros

O objetivo desta tese é o de apresentar um modelo matemático para aceleração de projetos com recursos restritos incorporando interrupção de atividades, para fazer face ao problema de MRCPSP, este uma extensão do já clássico problema de RCPSP. O problema consiste em achar um início de atividade, mediante um determinado modo de execução para cada atividade de forma que o projeto seja reduzido obedecendo às restrições de precedência e recursos disponíveis com um mínimo custo possível.

Para testar a funcionalidade do modelo, foram apresentados e resolvidos dois exemplos de construção naval, a construção de um rebocador e um navio Suezmaz respectivamente. No primeiro caso, foi possível reduzir a duração do projeto de 41 meses para 37 meses através de um mix de modos (normal, sobreposição e interrupção de atividades) com um custo adicional. Da mesma maneira no segundo caso, foi possível reduzir a duração do projeto de 37 meses para 35 meses através do modo de compressão. Em ambos os casos existe um limite de aceleração do projeto, a partir do qual a solução torna-se inviável, pois o projeto tem uma duração mínima a partir do qual é impossível compactar mesmo com uma disponibilidade maior de recursos.

Em termos de esforço computacional as soluções foram obtidas em menos de 3 segundos em ambos os exemplos. Obviamente, o tempo computacional depende do tamanho do problema ou da instância.

Modelos como o de Talbot (1982), De Reyck e Herroelen (1998), Nudtasomboon e Randhawa (1997) são similares ao proposto neste trabalho porque abordam a questão de múltiplos modos e usam a otimização para abordar o *trade-off* para a programação de projetos. Porém, existem diferenças claras e tangíveis entre o modelo proposto neste trabalho e dos autores citados acima, por exemplo: nenhum deles considera explicitamente a aceleração de projetos como seu foco (a data de término é fixa), em segundo lugar, usam a abordagem generalista, sem descrever o que são efetivamente esses múltiplos modos, e em terceiro lugar nenhum dos trabalhos faz o uso simultâneo de compressão, sobreposição e interrupção de atividades para aceleração de projetos.

Gerk e Qassim (2008) propuseram um método de compressão, sobreposição e substituição de atividades eles usam uma abordagem contínua ao passo que este trabalho usa a abordagem discreta. O modo de substituição que eles consideram este trabalho já engloba quando faz a opção de múltiplos modos e eles não consideram a interrupção de atividades.

Um trabalho futuro em que se contemplasse a compressão, sobreposição e interrupção de atividades com uma abordagem estocástica com o objetivo de acelerar projetos seria interessante. Uma segunda sugestão é um estudo em que se considere a interrupção de atividades e o seu posterior re-início com outro modo incorporando os custos de *set-up*.

Na maior parte das vezes quando se estuda o MRCPSP busca-se sempre minimizar a duração do projeto. Estudos que contemplassem outros objetivos como a minimização do valor presente líquido ou com função bi-objetivo seriam interessantes.

## 6. Referências Bibliográficas:

- ABBASI, G., MUKATTASH, A. (2001). “Crashing PERT Networks using Mathematical Programming”. **International Journal of Project Management** 19 pp. 181-188.
- AHN, T. ERENGUC, S. (1998). “The Resource Constrained Project Scheduling Problem With Multiple Crashable Modes: A Heuristic Procedure”. **European Journal of Operational Research** 107. 250 – 259.
- AHN, T., ERENGUC, S. (1998). “The Resource Constrained Project Scheduling Problem with Multiple Crashable Modes: A Heuristic Procedure”. **European Journal of Operational Research** 107 250 – 259.
- AL-FAWZAN, M. A., HAOUARI, M. (2005). “A Bi-Objective Model for Robust Resource Constrained Project Scheduling”. **International Journal Production Economics** 175 – 187.
- ANDRADE, E. L. (1998) “**Introdução a Pesquisa Operacional: Métodos e Modelos para Análise de Decisão**. 2 ed. Rio de Janeiro: LTC.
- ANTILL, J.; WOODHEAD, R. (1968). **CPM Aplicado Às Construções**. Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro.
- ARUNDACHAWAT, P., AL-SHEHAB, E., AL-ASHAAB, A. (2009) “Design Rework Prediction in Concurrent Design Environment: Current Trends and Future Research Directions”. *Proceedings of the 19<sup>th</sup> CIRP Design Conference – Competitive Design, Cranfield University, 30-31 March* pp. 237.
- BALLESTÍN, F. (2002). *Nuevos métodos de resolución del problema de secuenciación de proyectos con recursos limitados*. Ph. D. Thesis. Universidad de Valencia.
- BALLESTÍN, F., VALLS, V., QUINTANILLA, M. (2008a) *The Usefulness Of Pre-emption in Resource-Constrained Project Scheduling*. Working Paper. Universidad de Navarra.
- BALLESTÍN, F., VALLS, V., QUINTANILLA, M. (2008b). “Pre-emption in resource-constrained project scheduling. **European Journal of Operational Research**. vol. 189, issue 3, pages 1136-1152.

- BALLESTÍN, F., VALLS, V., QUINTANILLA, M. (2009). "Scheduling Projects With limited number of pre-emptions". **Computers and Operations Research**. Doi: 10.1016/j.cor.2009.01.006.
- BLACKBURN, J. D. (1991). "**Time-Based Competition: The Next Battleground in American Manufacturing**." Business One Irwin, Homewood, IL. IN: BOGUS, S. M., 2004. "*Concurrent Engineering Strategies for Reducing Design Delivery Time*". Ph. D. Thesis. University of Colorado.
- BOCK, D. B., PATTERSON, J. (2007). "A Comparison of Due Date Setting, Resource Assignment, and Job Preemption Heuristics for the Multi-project Scheduling Problem". **Decision Sciences**. Vol. 21 Issue 2. pp. 384 – 402.
- BOCTOR, F. F. (1996). "A New and Efficient Heuristic for Scheduling Projects with Resource Restrictions and Multiple Execution Modes". **European Journal of Operational Research**. 90. pp. 349 – 361.
- BOGUS, S. M. (2004). "*Concurrent Engineering Strategies for Reducing Design Delivery Time*". Ph. D. Thesis. University of Colorado.
- BOGUS, S. M., DIEKMANN, J. E., MOLENAAR, K. R. (2002). "A Methodology to Reconfigure the Design Construction Interface for Fast-Track Projects". **International Workshop on Information Technology in Civil Engineering**. 258 - 272.
- BOGUS, S. M., DIEKMANN, J. E., MOLENAAR, K. R. (2005). "Concurrent Engineering Approach to Reducing Design Delivery Time". **Journal of Construction Engineering and Management**, 131(11), 1179-1185.
- BOGUS, S. M., DIEKMANN, J. E., MOLENAAR, K. R. (2006). "Strategies for Overlapping Dependent Design Activities". **Construction Management and Economics** 24, 829 – 837.
- BOGUS, S. M., DIEKMANN, J. E., MOLENAAR, K. R. (2005). "Consequences of Overlapping Decisions in Fast-Track Projects". *White Paper*, 1-5.
- BOGUS, S. M., DIEKMANN, J. E., MOLENAAR, K. R. (2005). "Evaluating the Consequences of Overlapping Dependent Activities". *Construction Research Congress*, Paper No. 7539, 1-10.
- BOWMAN, E. W. (1959) "The Schedule Sequence Problem". **Operations Research**. Vol. 7, No. 5, September-October, pp. 621-624

- BOITEAUX, C. D. (1986). **“PERT/CPM/ROY e Outras Técnicas de Programação e Controle”**. Rio de Janeiro: LTC.
- BROWNING, T. R. (2001). "Applying the Design Structure Matrix to System Decomposition and Integration Problems: A Review and New Directions." **IEEE Transactions on Engineering Management**, 48(3), 292-306.
- BRUCKER, P.; DREXL, A.; MÖHRING, R.; NEUMANN, K.; PESCH, E. (1999). Resource Constrained Project Scheduling: Notation, Classification, Models, and Methods. **European Journal of Operational Research**, v. 112, n. 1, p. 3-41.
- BUDDHAKULSOMSIRI, J., KIM, D. (2006). Properties of multi-mode resource constrained project scheduling problems with resource vacations and activity splitting. **European Journal of Operation Research** 175 pp. 279-295.
- CARVALHO, M. M.; RABECHINI JR. R. (2006) **“Construindo Competências para Gerenciar Projetos”**. São Paulo: Editora Atlas.
- CASAROTTO FILHO, N.; CASTRO, J. E. E. ; FÁVERO, J. S. (1999). **Gerência de projetos / Engenharia Simultânea**. 1. Ed. São Paulo: Editora Atlas, 1999. V. 1. 173 p.
- CASTRO, C. M. (2006). **A Prática da Pesquisa**. Pearson. Prentice Hall. 2da Edição.
- CHAKRAVARTY, A. K. (2001). "Overlapping Design and Build Cycles in Product Development." **European Journal of Operational Research**, 134, 392-424.
- CHASSIAKOS A.P, SAMARAS C.I, THEODORAKOPOULOS D.D. (2000). “An Integer Programming Method for CPM Time–Cost Analysis”. **Computers Model Engineering Science** 4 (1): 9 – 18.
- CLARK, D., HOWELL, D. M., WILSON, C. E., (2007). “Improving Naval Shipbuilding Project Efficiency Through Rework Reduction”. *Naval Postgraduate School Monterey, California*.
- CLARK, K. B., FUJIMOTO, T. (1991). *Product Development Performance: Strategy, Organization, and Management in the World Auto Industry*, Harvard Business School Press, Boston, MA. IN: BOGUS, S. M., (2004). *“Concurrent Engineering Strategies for Reducing Design Delivery Time”*. Ph. D. Thesis University of Colorado.
- COELHO, J.P.F. (2004). *Modelo Genérico para Gestão de Projetos: SATPSP*. Tese de Doutorado. Instituto Superior Técnico de Lisboa.

- CONTADOR, J. L. (1998). "Gerenciamento de projetos com PERT/CPM." In: CONTADOR, J. L. (Org.). **Gestão de Operações**. 2. Ed. São Paulo: Edgard Blucher.
- CRISTOBAL, J. R. S. (2009). "Time, Cost and Quality in a Road Building Project" **Journal of Construction Engineering and Management**". Technical Notes. November.
- DAS, B., TEJPAL, N. (2008) "Major Factors Affecting Tugboat Ship Design and Construction" **Journal of Ship Production**, Vol. 24, No. 4, November pp. 214–220.
- DAVIS, W. E. (1973). "Project Scheduling Under Resources Constraints - Historical Review and Categorization of Procedures". **AIIE Transactions**. V. 5(4), p. 147-163.
- DE LA GARZA, J. M., Jr., P. A., KAPOOR, M., RAMESH, P. S. (1994). "Value of Concurrent Engineering for A/E/C Industry". **ASCE Journal of Management in Engineering**.
- DE REYCK, B., HERROELLEN, W. (1998). "A Branch-and-Bound procedure for the Resource-Constrained Project Scheduling Problem with Generalized Precedence Relations". **European Journal Operational Research**, 111 (1), 152 - 174.
- DECKRO, R.F., HEBERT, J. E., (1989). "Resource Constrained Project Crashing". **Omega Int. J. of Mgmt Sci.**, Vol. 17, No 1, pp. 69-79.
- DEMEULEMEESTER, E., DE REYCK, B., HERROELEN, W., (2000) "The Discrete Time/Resource Trade-off Problem in Project Networks: a Branch-and Bound Approach" **IIIE Transactions**, 32 (11), 1059-1069.
- DEMEULEMEESTER, E., HERROELEN, W., (1992), "A Branch-and-Bound Procedure for the Multiple Resource-Constrained Project Scheduling Problem" **Management Science**, 38 (12), 1803-1818.
- DEMEULEMEESTER, E., HERROELEN, W., (1996) "An Efficient Optimal Solution Procedure for the Pre-Emptive Resource-Constrained Project Scheduling Problem" **European Journal of Operational Research**, 90, 334-348.
- DEMEULEMEESTER, E., HERROELEN, W., ELMAGHRABY, S. E., (1996). "Optimal Procedures for the Discrete Time / Cost Trade off Problem in Project Networks". **European Journal of Operational Research**, 88, 50 – 68.

- DIMANDE, C.D., MAXIMIANO, A.C.A., (2008). Os Rumos da Arte de Gerenciamento de Projetos. **Jornal do PMI** - São Paulo. Maio
- DODIN, B., ELIMAN., A. A. (1996). “Audit Scheduling with Overlapping Activities and Sequence-Dependent Setup Cost”. **European Journal of Operational Research** 97 (1) pp. 22 – 33.
- ELMAGHRABY S. E. (1977) **Activity Networks: Project Planning and Control by Network Models**. Wiley, N.Y., 1977.
- ELMAGHRABY S. E, HERROELEN W, LEUS R. (2003) “Note on the paper ‘Resource-constrained project management using enhanced theory of constraint’ by Wei et al”. **International Journal of Project Management** 21: 301–305.
- FILHO, N. C., FAVERO, J. S., CASTRO, J. E. E. (1999). **Gerência de projetos/Engenharia Simultânea. Organização, Planejamento, Programação, Pert/CPM, Pert/custo, controle, Direção**. São Paulo. Editora Atlas.
- FLEURY, P. (1980). “Ordenação de Tarefas em Oficinas de Maquinas. Comparação da Eficiência de Alguns Algoritmos”. **Revista de Administração** Vol. 15 (2). pp. 107-116. Abril/Junho.
- FREDLEY, M. (2001). *"A Decomposition Approach for the Multi-Modal, Resource-Constrained, Multi-Project Scheduling Problem with Generalized Precedence and Expediting Resources"*. Ph. D. Thesis. Air Force Institute of Technology.
- GERK, J. E. V. (2005). *Um Modelo de Programação Não Linear Mista Inteira Para Aceleração e Superposição de Atividades em Projetos*. Tese de Doutorado. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- GERK, J. E. V., QASSIM, R. Y. (2008). “Project Acceleration via Activity Crashing, Overlapping and Substitution”. **IEEE Transactions and Engineering Management**, Vol. 55. No 4.
- GOLDRATT, E. M. (1997) **Critical Chain**. Great Barrington, MA: The North River Press.
- HARIGA, M. EL-SAYEGH M. S. (2010). “Cost Optimization Model for the Multi-Resource Leveling Problem with allowed Activity Splitting”. **Journal of Construction Engineering and Management**. Doi: 10.1061/ (ASCE).



- HARTMAN, S., BRISKORN, D. (2008). “A Survey of Deterministic Modeling Approaches For Project Scheduling Under Resources Constraints”. *Working Paper Series*.
- HENDRICKSON, C. AU. T. (2000). **Project Management for Construction. Fundamental Concepts for Owners, Engineers, Architects and Builders**. Prentice Hall.
- HERROELEN, W., DEMEULEMEESTER, E., DE REYCK, B. (2001). “A Note on the paper “Resource-Constrained Project Scheduling: Notation, Classification, Models and Methods by Brucker et. al””. **European Journal of Operational Research**, 128, PP. 679-688.
- HERROELEN, W., DEMEULEMEESTER, E. (1994). “Resource Constrained Project Scheduling. A View on Recent Developments”. **Tijdschrift voor Economie en Management**. Vol. XXXIX, 4.
- HERROELEN, W., LEUS, R. (2005). “Project Scheduling Under Uncertainty: Survey and Research Potentials”. **European Journal of Operational Research** 165 289-306.
- ICHIARA, J. A., (2002). “O Problema de Programação de Projetos com Restrição de Recursos (Resource-Constrained Project Scheduling Problem)”. *XXII Encontro Nacional de Engenharia de Produção*. ABEPRO. Curitiba – PR.
- ICMELI, O., ERENGUC, S. S. (1996). “The Resource Constrained Time/Cost Trade off Project Scheduling Problem with Discounted Cash Flows”. **Journal of Operations Management**, 14, 255 – 275.
- ISLAM, M.N., et. al. (2004). “Crashing Project Time with Least Cost: A Linear Programming Approach”. **Journal of Business Research**, vol. 6.
- JAAFARI, A. (1997). "Concurrent Construction and Life Cycle Project Management" **ASCE Journal of Construction Engineering and Management**, 123(4), 427- 436.
- KAPLAN, LA. (1988). *Resource Constrained Project Scheduling With Pre-emption of Jobs*. Ph. D. Thesis. University of Michigan. In: BALLESTÍN, F., VALLS, V., QUINTANILLA, M. (2008), Pre-emption in resource-constrained project scheduling. **European Journal of Operational Research**. vol. 189, issue 3, pages 1136-1152.
- KERZNER, H. (2001). **Project Management – A Systems Approach to Planning, Scheduling and Controlling (7e.d)** New York: John Wiley & Sons.

- KHALAF, W. S., et. al. (2011) “A Comparative Study on Time cost trade off Approaches within Critical Path”. **Journal of Applied Sciences** 11 (6):920-930.
- KHALAF, W. S., JUNE, L. W. (2009). “Cost Reduction for the Project Completion in Shortest Possible Duration by Stretching Noncritical Activities”. **Australian Journal of Basic and Applied Sciences** 3(4): 45264533.
- KISH – SALAZAR, J. M. (2001). *Modeling Concurrency Tradeoffs and Their Effects on Project Duration and Rework*. Ph. D. Dissertation, Stanford University.
- KOBYLANSSKI, P., KUCHTA, D. (2007). “A Note on Paper by M. A. Al – Fawzan and M. Houari About a Bi-Objective Problem for Robust Resource Constrained Project Scheduling”. **International Journal Production Economics** 496 – 501.
- KOLISCH, R., (1996). “Serial and Parallel Resource-Constrained Project Scheduling Methods Revisited: Theory and Computation”. **European Journal of Operational Research**. N. 90, p. 320-333.
- KRISHNAN, V., EPPINGER, S. D., WHITNEY, D. E. (1997). "A Model-Based Framework to Overlap Product Development Activities". **Management Science**, vol.43, 4, p.437 - 451.
- LACHTERMACHER, G. (2002) “**Pesquisa Operacional na Tomada de Decisão**”. Editora Campus.
- LAMBRECHTS, O., DEMEULEMEESTER, E., HERROELEN, W. (2008) “Proactive and Reactive Strategies for Resource Constrained Project Scheduling with Uncertain Resource Availabilities”. **Journal of Scheduling**. Volume 11, Number 2, 121-136.
- LINGO User’s Manual. (2006). Lindo Systems Inc. ILL.
- LIU, Y., LI-ZHAO, S., DU, X.K., LI, A. Q. (2005). “Optimization of Resource Allocation in Construction Using Genetic Algorithms”. *Proceedings of Fourth International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, Guangzhou, pp 3428 – 3432.
- LOPEZ VACA, O. C. (1995). *Um Algoritmo Evolutivo para Programação de Projetos Multi - Modos com Nivelamento de Recursos Limitados*. Tese de Doutorado. UFSC. Florianópolis.

- LOVA, A. TORMOS, P. BARBER. F. (2006). “Multi-mode resource constrained project scheduling: scheduling schemes, priority rules and mode selection rules” **Inteligencia Artificial** 10 30, pp. 69–86.
- MARTINS, S. V. (2000) *Gerenciamento de Projeto: Meta-Heurísticas para Otimização do Escalonamento de Atividades na Exploração e Produção de Petróleo*. Tese de Doutorado - Universidade Estadual do Norte Fluminense.
- MENDES, J. J. M. (2003). *Sistema de Apoio a Decisão para o Planejamento de Sistemas de Produção Tipo Projecto*. Tese de Doutorado - Universidade do Porto.
- MEREDITH, J. R., MANTEL JR, S. J. (2000). **Administração de projetos. Uma abordagem gerencial**. Quarta edição. John Wiley & Sons.
- MOHANTHY, R. P., SIDDIQ, M. K. (1989). “Multiple Projects Multiple Resources-constrained Scheduling: Some Studies”. **International Journal of Production Research**, 27 (2), pp. 261- 280. In: ICHIARA, J. A., (2002). “O Problema de Programação de Projetos com Restrição de Recursos (Resource-Constrained Project Scheduling Problem)”. *XXII Encontro Nacional de Engenharia de Produção*. ABEPRO. Curitiba – PR.
- MOUSSOURAKIS, J. HAKSEVER, G. (2010). “Project Compression with Nonlinear Cost Functions”. **Journal of Construction Engineering And Management**. February.
- MOYST. H., DAS. B., (2008). “A Linear Programming Approach to Optimization of Ship Design and Construction Phases”. **Journal of Ship Production**, Volume 24, Number 1, February.
- MULLER, L. F. (2011). “A Multi-mode Resource-Constrained Project Scheduling Problem with Stochastic Nonrenewable Resource Consumption”. *Report n° 42011*.
- NEUMAN, K., SCHWINDT, C., ZIMMERMAMANN, J. (2003) **Project scheduling with time Windows and Scarce Resources**. Springer. Berlin.
- NICOLETTI, S., NICOLÓ, F. (1998) “A Concurrent Engineering Decision Model: Management of the Project Activities Information Flows”. **Int. J. Production Economics** 54 115 – 127.

- NUDTASOMBOON, N., RANDHAWA, S. (1997). "Resource Constrained Project Scheduling with Renewable and Non-Renewable Resources and Time Resource Tradeoffs". **Computers Ind. Engng.** Vol. 32, No 1, PP 227-242.
- PENA-MORA, F., LI, M. (2001). "Dynamic Planning and Control Methodology for Design/Build Fast-Track Construction Projects." **ASCE Journal of Construction Engineering and Management**, 127(1), 1-17.
- PETEGHEM, V. V., VANHOUCKE, M. (2007). "A Genetic Algorithm for the Preemptive and Non-Preemptive Multi-Mode Resource-Constrained Project Scheduling Problem". **European Journal of Operational Research**. Vol.2001. Issue 2 – pp. 409-418.
- PMI, Project Management Institute. (2004). **A Guide to the Project Management Body of Knowledge (PMBOK)**. 3. ed.
- POSADA, M. C. 2010. *Nuevos Métodos Meta Heurísticos para la Asignación Eficiente, Optimizada y Robusta de Recursos Limitados*. Tese de Doutorado. Universidad Politécnica de Valencia.
- PRADO, D. (1998). **PERT/CPM. Gerência de Projetos**. Série Gerencia de projetos. Volume 4. São Paulo. Editora IDG.
- PRASAD, B. (1996). *Concurrent Engineering Fundamentals: Integrated Product and Process Organization*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ. In: BOGUS, S. M., 2004. *Concurrent Engineering Strategies for Reducing Design Delivery Time*. Ph. D. Thesis - University of Colorado.
- PRITSKER, A. A. B. WATTERS, L. J. WOLFE, P. M. (1969). Multiproject Scheduling with Limited Resources: A Zero-One Programming Approach. **Management Science** 16 (1) pp. 93–107.
- RAMANCHANDRA, G. (2006). *Optimal Dynamic Resource Allocation in Activity Network*. Ph. D. Thesis. North Carolina State University.
- REYCK, B., HERROELEN, W. (1999). "The Multimode Resource Constrained Project Scheduling Problem With Generalized Precedence Relations". **European Journal of Operational Research** 119 538-556.
- ROEMER, T., AHMADI, R. (2004). Concurrent Crashing and Overlapping in Product Development. **Operations Research**. Vol. 52, No. 4, July–August, pp. 606–622.

- ROEMER, T., AHMADI, R., WANG, R., (2000). Time Cost Trade Offs In Overlapped Product Development. **Operations Research**; 48, 6; Nov/Dec.
- SABZEHPARVAR, M. SEYED-HOSSEINI, S.M. NOURI. S. (2008). “A Mathematical Model for the Multi-Mode Resource Investment Problem” **Journal of Industrial Engineering International** 4 (7) pp. 25–32.
- SABZEHPARVAR, M., SEYED-HOSSEINI, M. S. (2008). “A Mathematical Model for the Multi-Mode Resource-Constrained Project Scheduling Problem with Mode Dependent Time Lags”. **Journal of Supercomputer** 44: 257 – 273.
- SAKELLAROPOULOS, S. CHASSIAKOS, A. P. (2004). Project Time–Cost Analysis under Generalized Precedence Relations. **Advances in Engineering Software**. Volume 35, Issues 10-11, October - November pp 715-724.
- SALEWSKI, F., SCHRIMER, A., DREXL, A. (1997) “Project Scheduling under Resource and Mode Identity Constraints. Model, Complexity, Methods and Application”. **European Journal of Operations Research** 102, pp. 88-110.
- SKUTELA, M. (1998). “Approximation Algorithms For The Discrete Time-Cost Trade off Problem”. **Mathematics of Operations Research** Vol. 23, No. 4, November.
- SLOWINSKI, R. (1980). “Two Approaches to Problems of Resource Allocation among Project Activities: A Comparative Study”. **Journal of the Operational Research Society**, 31 (8), pp. 711-723.
- SLOWINSKI, R. (1981). “Multi-objective Network Scheduling with Efficient Use of Renewable and Non-Renewable Resources”. **European Journal of Operational Research**, 7 (3), 265-273.
- SON, J., MATILLA, K. G. (2010). “Binary Resource Leveling Model: Activity Splitting Allowed” **Journal of Construction and Management ASCE/** November/December.
- SPRECHER, A., DREXL, A. (1998) “Multimode Resource Constrained Project Scheduling by a Simple, General and Powerful Sequencing Algorithm”. **European Journal Operation Research** 107: 431-450.
- STORER, H. R., WU, S. W., VACCARI, R. (1992). “New Search Spaces for Sequencing Problems with Application to Job Shop Scheduling”. **Management Science**, v. 38 n. 10, p. 1495- 1509.

- TALBOT, F.B. (1982). "Resource-constrained Project Scheduling Problem with Time resource Tradeoffs: The Non-preemptive Case". **Management Science**, 28 (10), 1197-1210.
- TERWIESCH, C., LOCH, C. (1999). "Measuring the Effectiveness of Overlapping Development Activities". **Management Science**, 45 (4), 455.
- THORN, M. E. (2003). "Bridge Over Troubled Water: Implementation of a Program Management Office". **Advanced Management Journal**. 68 n. 4 pp. 48 -59.
- VANHOUCKE, M. (2008). "Set up Times and Fast Tracking in Resource Constrained Project Scheduling". **Computers & Industrial Engineering**, 54. pp. 1062-1070.
- VANHOUCKE, M., DEBELS, D. (2008). "The Impact of Various Activity Assumptions on the Lead – Time and Resource Utilization of Resource Constrained Projects". **Computers and Industrial Engineering**, 54, 140 – 154.
- VERMA, S. (2006), "Exact methods for the preemptive resource-constrained project scheduling problem". *Indian Institute of Management*. Working Paper n. 2006-03-08.
- WANG, J., LIN, Y. (2008). "An Overlapping Process Model to Assess Schedule Risk for New Product Development". **Computers & Industrial Engineering**. doi:10.1016/j.cie.2007.12.013.
- WEGLARZ, J. JÓZEFOWSKA, J. MAREK., M. WALIGÓRA' G. (2011). "Project scheduling with finite or infinite number of activity processing modes – A survey". **European Journal of Operational Research** Volume 208, Issue 3, 1, Pages 177-205.
- WEGLARZ, J. (1980). "On Certain Models of Resources Allocation Problems" **Kybernetes** 9 (1) pp. 61–66.
- WHITEHOUSE, G. E. (1973). "**Systems Analysis and Designing Using Network Techniques**". Englewood Cliffs: Prentice Hall.
- WIEST, J. D., LEVY, F.K., (1969). **PERT/CPM. Métodos de Planeamento e Programação**. Cadernos de Organização do Trabalho. Prentice-Hall, Inc.
- WULIANG, P., CHENGEN, W. (2008). "A Multi-Mode Resource Constrained Discrete Time-Cost Tradeoff Problem and its Genetic Algorithm Based Solution". **International Journal of Project Management** Vol. 27, Issue 6, August 2009, Pages 600-609.

- YAMASHITA, D. S., MORABITO, R. (2007). “Um Algoritmo Exato Para o Problema de Programação de Projetos Com Custo de Disponibilidade de Recursos e Múltiplos Modos”. **Pesquisa Operacional**, v.27, n.1, p.27-49,
- YANG, B., GEUNES, J., O’BRIEN, W. (2001). “*Resource-Constrained Project Scheduling: Past Work and New Directions*”. Research Report 2001-6, Department of Industrial and Systems Engineering, University of Florida.
- YASSINE, A. A., CHELST, K. R., FALKENBURG, D. R. (1999b). “A Decision Analytic Framework for Evaluating Concurrent Engineering”. **IEEE Transactions on Engineering Management**, 46(2), 144-157.
- ZAPATA, J.C., HODGE, B.M., REKLAITS, G.V. (2008). “The Multimode Resource Constrained Multiproject Scheduling Problem: Alternative Formulations”. **AIChE Journal**. Vol. 54, n. 58.
- ZHU et al. (2006) “A Branch-and-Cut Procedure for the Multimode Resource-Constrained Project-Scheduling Problem”. **INFORMS Journal on Computing** 18 (3), pp. 377–390.

## 7. ANEXOS

### !EXEMPLO NUMERO 1 - CONSTRUÇÃO DE UM REBOCADOR;

TT = 37;

!Duração das atividades do MODO 1 (Normal);

N11 = 2;

N21 = 3;

N31 = 11;

N41 = 11;

N51 = 3;

N61 = 11;

N71 = 6;

N81 = 14;

!Tempo mais cedo em que as atividades podem ser iniciadas (EST);

EST11 = 0;

EST21 = 2;

EST31 = 5;

EST41 = 16;

EST51 = 16;

EST61 = 16;

EST71 = 16;

EST81 = 27;

!Tempo mais tarde em que as atividades podem Terminar (EFT);

EFT11 = 2;

EFT21 = 5;

EFT31 = 16;

EFT41 = 27;

EFT51 = 19;

EFT61 = 27;

EFT71 = 22;

EFT81 = 41;

!Tempo mais tarde em que as atividades podem ser iniciadas (LST);

LST11 = 0;

LST21 = 2;

LST31 = 5;

LST41 = 16;

LST51 = 24;

LST61 = 16;

LST71 = 21;

LST81 = 27;

!Tempo mais tarde em que as atividades podem terminar (LFT);

LFT11 = 2;

LFT21 = 5;

LFT31 = 16;

LFT41 = 27;



LFT51 = 27;  
LFT61 = 27;  
LFT71 = 27;  
LFT81 = 41;

!Duração das atividades do MODO 2 (Compressão);

N12 = 2;  
N22 = 3;  
N32 = 11;  
N42 = 9;  
N52 = 1;  
N62 = 8;  
N72 = 2;  
N82 = 14;

!Tempo mais cedo em que as atividades podem ser iniciadas (EST);

EST12 = 0;  
EST22 = 2;  
EST32 = 5;  
EST42 = 16;  
EST52 = 16;  
EST62 = 16;  
EST72 = 16;  
EST82 = 25;

!Tempo mais tarde em que as atividades podem Terminar (EFT);

EFT12 = 2;  
EFT22 = 5;  
EFT32 = 16;  
EFT42 = 25;  
EFT52 = 17;  
EFT62 = 24;  
EFT72 = 18;  
EFT82 = 39;

!Tempo mais tarde em que as atividades podem ser iniciadas (LST);

LST12 = 0;  
LST22 = 2;  
LST32 = 5;  
LST42 = 16;  
LST52 = 24;  
LST62 = 17;  
LST72 = 23;  
LST82 = 25;

!Tempo mais tarde em que as atividades podem terminar (LFT);

LFT12 = 2;  
LFT22 = 5;  
LFT32 = 16;  
LFT42 = 25;

LFT52 = 25;  
LFT62 = 25;  
LFT72 = 25;  
LFT82 = 39;

!Duração das atividades do MODO 3 (Sobreposição);

N13 = 2;  
N23 = 3;  
N33 = 11;  
N43 = 11;  
N53 = 3;  
N63 = 11;  
N73 = 6;  
N83 = 10;

!Tempo mais cedo em que as atividades podem ser iniciadas (EST);

EST13 = 0;  
EST23 = 2;  
EST33 = 5;  
EST43 = 16;  
EST53 = 16;  
EST63 = 16;  
EST73 = 16;  
EST83 = 27;

!Tempo mais tarde em que as atividades podem Terminar (EFT);

EFT13 = 2;  
EFT23 = 5;  
EFT33 = 16;  
EFT43 = 27;  
EFT53 = 19;  
EFT63 = 27;  
EFT73 = 22;  
EFT83 = 37;

!Tempo mais tarde em que as atividades podem ser iniciadas (LST);

LST13 = 0;  
LST23 = 2;  
LST33 = 5;  
LST43 = 16;  
LST53 = 24;  
LST63 = 16;  
LST73 = 21;  
LST83 = 27;

!Tempo mais tarde em que as atividades podem terminar (LFT);

EFT13 = 2;  
EFT23 = 5;  
EFT33 = 16;  
EFT43 = 27;

EFT53 = 19;  
EFT63 = 27;  
EFT73 = 22;  
EFT83 = 37;

!Duração das atividades do MODO 4 (Interrupção);

N14 = 2;  
N24 = 3;  
N34 = 11;  
N44 = 11;  
N54 = 3;  
N64 = 11;  
N74 = 6;  
N84 = 14;

!Tempo mais cedo em que as atividades podem ser iniciadas (EST);

EST14 = 0;  
EST24 = 2;  
EST34 = 5;  
EST44 = 16;  
EST54 = 16;  
EST64 = 16;  
EST74 = 16;  
EST84 = 27;

!Tempo mais tarde em que as atividades podem Terminar (EFT);

EFT14 = 2;  
EFT24 = 5;  
EFT34 = 16;  
EFT44 = 27;  
EFT54 = 19;  
EFT64 = 27;  
EFT74 = 22;  
EFT84 = 41;

!Tempo mais tarde em que as atividades podem ser iniciadas (LST);

LST14 = 0;  
LST24 = 2;  
LST34 = 5;  
LST44 = 16;  
LST54 = 24;  
LST64 = 16;  
LST74 = 21;  
LST84 = 27;

!

Tempo mais tarde em que as atividades podem terminar (LFT);

LFT14 = 2;  
LFT24 = 5;  
LFT34 = 16;  
LFT44 = 27;

LFT54 = 27;  
LFT64 = 27;  
LFT74 = 27;  
LFT84 = 41;

**!Custo Unitário dos Recursos;**

Ed1 = 35; **!Desenhista;**  
Ed2 = 20; **!Operário;**  
FF1 <= 4;  
FF >= 0;

**!Consumo de recursos pelo modo 1 - Normal;**

J111 = 0;  
J211 = 0;  
J311 = 0;  
J411 = 0;  
J511 = 0;  
J611 = 0;  
J711 = 0;  
J812 = 0;

**!Consumo de recursos pelo modo 2 - COMPRESSÃO;**

J121 = 600; **!custo astronômico para que o modelo evite acelerar estas atividades;**  
J221 = 600; **!custo astronômico para que o modelo evite acelerar estas atividades;**  
J321 = 300; **!custo astronômico para que o modelo evite acelerar estas atividades;**  
J421 = 4; **!Pode ser acelerada;**  
J521 = 4; **!Pode ser acelerada;**  
J621 = 2; **!Pode ser acelerada;**  
J721 = 2; **!Pode ser acelerada;**  
J822 = 72;

**!Consumo de recursos pelo modo 3 - SOBREPOSIÇÃO;**

J131 = 600; **!custo astronomico para que o modelo evite acelerar estas atividades;**  
J231 = 600; **!custo astronomico para que o modelo evite acelerar estas atividades;**  
J331 = 300; **!custo astronomico para que o modelo evite acelerar estas atividades;**  
J431 = 300; **!custo astronomico para que o modelo evite acelerar estas atividades;**  
J531 = 300; **!custo astronomico para que o modelo evite acelerar estas atividades;**  
J631 = 200; **!custo astronomico para que o modelo evite acelerar estas atividades;**  
J731 = 200; **!custo astronomico para que o modelo evite acelerar estas atividades;**  
J832 = 67; **!atividade que se sobrepõe;!Ed2;**

**!Consumo de recursos pelo modo 4 - Interrupção;**

J141 = 0;  
J241 = 0;  
J341 = 0;  
J441 = 0;  
J541 = 0; **!Pode ser interrompida;**  
J641 = 0; **!Pode ser interrompida;**  
J741 = 0;  
J842 = 0;

!Número das atividades do projeto;

NN=8;

!Recursos totais disponíveis;

FDT1 = 1400;

FDT2 = 1400;

FDT3 = 1400;

FDT4 = 1400;

FDT5 = 1400;

FDT6 = 1400;

FDT7 = 1400;

FDT8 = 1400;

!Função objetivo 1;

Min = (Ed1\*J111\*V1102) + (Ed1\*J121\*V1202)+

(Ed1\*J131\*V1302)+(Ed1\*J141\*V1402)+(Ed1\*J211\*V2105) + (Ed1\*J221\*V2205)+

(Ed1\*J231\*V2305)+ (Ed1\*J241\*V2105)+

(Ed1\*J311\*V3116) + (Ed1\*J322\*V3216)+ (Ed1\*J331\*V3316)+

(Ed1\*J341\*V3416)+(Ed1\*J411\*V4127)+(Ed1\*J421\*V4225)+ (Ed1\*J431\*V4327)+

(Ed1\*J441\*V4427)+

(Ed1\*J511\*V5119) + (Ed1\*J511\*V5120) + (Ed1\*J511\*V5121)+(Ed1\*J511\*V5122) +

Ed1\*(J511\*V5123) + (Ed1\*J511\*V5124) + (Ed1\*J511\*V5125) +

(Ed1\*J511\*V5126) + Ed1\*(J511\*V5127) + (Ed1\*J521\*V5217)+(Ed1\*J521\*V5218)+

(Ed1\*J521\*V5219)+(Ed1\*J521\*V5220)+ (Ed1\*J521\*V5221)+

(Ed1\*J521\*V5222)+(Ed1\*J521\*V5223)+ (Ed1\*J521\*V5224)+

(Ed1\*J521\*V5225)+(Ed1\*J611\*V6127)+ (Ed1\*J621\*V6224)+ (Ed1\*J621\*V6225)+

(Ed1\*J531\*V5319) +(Ed1\*J531\*V5320) + (Ed1\*J531\*V5321)+(Ed1\*J531\*V5322) +

Ed1\*(J531\*V5323) + (Ed1\*J531\*V5324) + (Ed1\*J531\*V5325) +

(Ed1\*J531\*V5326) + Ed1\*(J531\*V5327)+

(Ed1\*J541\*V5419) + (Ed1\*J541\*V5420) + (Ed1\*J541\*V5421)+(Ed1\*J541\*V5422) +

Ed1\*(J541\*V5423) + (Ed1\*J541\*V5424) + (Ed1\*J541\*V5425) +

(Ed1\*J541\*V5426) + Ed1\*(J541\*V5427)+

(Ed1\*J711\*V7122) +(Ed1\*J711\*V7123) + (Ed1\*J711\*V7124) + (Ed1\*J711\*V7125) +

(Ed1\*J711\*V7126) + (Ed1\*J711\*V7127)+

(Ed1\*J721\*V7218)+ (Ed1\*J721\*V7219)+ (Ed1\*J721\*V7220)+ (Ed1\*J721\*V7221)+

(Ed1\*J721\*V7222)+ (Ed1\*J721\*V7223)+ (Ed1\*J721\*V7224)+(Ed1\*J721\*V7225)+

(Ed1\*J731\*V7322) +(Ed1\*J731\*V7323) +(Ed1\*J731\*V7324) + (Ed1\*J731\*V7325) +

(Ed1\*J731\*V7326) + (Ed1\*J731\*V7327)+

(Ed1\*J741\*V7422) +(Ed1\*J741\*V7423) + (Ed1\*J741\*V7424) + (Ed1\*J741\*V7425) +

(Ed1\*J741\*V7426) + (Ed1\*J741\*V7427)+

(Ed2\*J812\*V8141) + (Ed2\*J822\*V8239)+(Ed2\*J832\*V8337)+ (Ed2\*J842\*V8441);

**!Restrição 2 - Término de cada atividade;**

$$\begin{aligned} & (V1102) + (V1202) + (V1302) + (V1402) = 1; \\ & (V2105) + (V2205) + (V2305) + (V2405) = 1; \\ & (V3116) + (V3216) + (V3316) + (V3416) = 1; \\ & (V4127) + (V4225) + (V4327) + (V4427) = 1; \\ & (V5119) + (V5120) + (V5121) + (V5122) + (V5123) + (V5124) + (V5125) + (V5126) + (V5127) \\ & + \\ & (V5217) + (V5218) + (V5219) + (V5220) + (V5221) + (V5222) + (V5223) + (V5224) + (V5225) + \\ & (V5319) + (V5320) + (V5321) + (V5322) + (V5323) + (V5324) + (V5325) + (V5326) + (V5327) \\ & + \\ & (V5419) + (V5420) + (V5421) + (V5422) + (V5423) + (V5424) + (V5425) + (V5426) + (V5427) \\ & = 1; \\ & (V6127) + (V6224) + (V6225) + (V6327) + (V6427) = 1; \\ & (V7122) + \\ & (V7123) + (V7124) + (V7125) + (V7126) + (V7127) + (V7218) + (V7219) + (V7220) + (V7221) + (V7222) \\ & + \\ & (V7223) + (V7224) + (V7225) + (V7322) + (V7323) + (V7324) + (V7325) + (V7326) + (V7327) + \\ & (V7422) + (V7423) + (V7424) + (V7425) + (V7426) + (V7427) = 1; \\ & (V8141) + (V8239) + (V8337) + (V8441) = 1; \end{aligned}$$

**!Activity completion ;**

$$\begin{aligned} & (V1102) + (V1202) + (V1302) + \\ & (V1402) + (V2105) + (V2205) + (V2305) + (V2405) + (V3116) + (V3216) + (V3316) + (V3416) + (V4127) \\ & + (V4225) + (V4327) + (V4427) + \\ & (V5119) + (V5120) + (V5121) + (V5122) + (V5123) + (V5124) + (V5125) + (V5126) + (V5127) + (V5217) \\ & + (V5218) + (V5219) + (V5220) + (V5221) + (V5222) + (V5223) + \\ & (V5224) + (V5225) + \\ & (V5319) + (V5320) + (V5321) + (V5322) + (V5323) + (V5324) + (V5325) + (V5326) + (V5327) + (V5419) \\ & + (V5420) + (V5421) + (V5422) + (V5423) \\ & + (V5424) + (V5425) + (V5426) + (V5427) + (V6127) + (V6224) + (V6225) + (V6327) + (V6427) + \\ & (V7122) + (V7123) + (V7124) + (V7125) + (V7126) + (V7127) + \\ & (V7218) + (V7219) + (V7220) + (V7221) + (V7222) + (V7223) + (V7224) + (V7225) + \\ & (V7322) + (V7323) + (V7324) + (V7325) + (V7326) + (V7327) + (V7422) + (V7423) + (V7424) + (V7425) \\ & + (V7426) + (V7427) + (V8141) + (V8239) + (V8337) + (V8441) = NN; \end{aligned}$$

**! Restrição 3 - Precedencia para atividades normais e comprimidas;**

$$\begin{aligned} & ((EFT21 - N21) * V2105 - EFT11 * V1102) + ((EFT22 - N22) * V2205 - EFT12 * V1202) + ((EFT23 - \\ & N23) * V2305 - EFT13 * V1302) + \\ & ((EFT24 - N24) * V2405 - EFT14 * V1402) \geq 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & ((EFT31 - N31) * V3116 - EFT21 * V2105) + ((EFT32 - N32) * V3216 - EFT22 * V2205) + ((EFT33 - \\ & N33) * V3316 - EFT23 * V2305) + \\ & ((EFT34 - N34) * V3416 - EFT24 * V2405) \geq 0; \end{aligned}$$

$$((EFT41 - N41)*V4127 - EFT31*V3116)+((EFT42 - N42)*V4225 - EFT32*V3216)+((EFT43 - N43)*V4327 - EFT33*V3316)+$$

$$((EFT44 - N44)*V4427 - EFT34*V3416)>= 0;$$

$$((EFT51-N51)*V5119 +(EFT51-N51)*V5120 + (EFT51-N51)*V5121 + (EFT51-N51)*V5122$$

$$+(EFT51-N51)*V5123 +(EFT51-N51)*V5124 + (EFT51-N51)*V5125$$

$$+(EFT51-N51)*V5126 + (EFT51-N51)*V5127) - (EFT31*V3116)+$$

$$((EFT52 - N52)*V5217 + (EFT52 - N52)*V5218 + (EFT52 - N52)*V5219 + (EFT52 -$$

$$N52)*V5220 + (EFT52 - N52)*V5221 + (EFT52 - N52)*V5222 +$$

$$(EFT52 - N52)*V5223 + (EFT52 - N52)*V5224 + (EFT52 - N52)*V5225) - (EFT32*V3216) +$$

$$((EFT53-N53)*V5319 +(EFT53-N54)*V5320 + (EFT53-N53)*V5321 + (EFT53-N53)*V5322$$

$$+(EFT53-N53)*V5323 +(EFT53-N53)*V5324 + (EFT53-N53)*V5325$$

$$+(EFT53-N53)*V5326 + (EFT53-N54)*V5327) - (EFT33*V3316) +$$

$$((EFT54-N54)*V5419 +(EFT54-N54)*V5420 +(EFT54-N54)*V5421+(EFT54-N54)*V5422$$

$$+(EFT54-N54)*V5423 +(EFT54-N54)*V5424 + (EFT54-N54)*V5425$$

$$+(EFT54-N54)*V5426 +(EFT54-N54)*V5427)-(EFT34*V3416)>= 0;$$

$$(EFT61 - N61)*V6127 - (EFT31*V3116)+((EFT62 - N62)*V6224 + (EFT62 - N62)*V6225)-$$

$$(EFT32*V3216)+(EFT63 - N63)*V6327 - (EFT33*V3316)+$$

$$(EFT64 - N64)*V6427 - (EFT34*V3416)>= 0;$$

$$((EFT71 - N71)*V7122 +(EFT71 - N71)*V7123 +(EFT71 - N71)*V7124 +(EFT71 -$$

$$N71)*V7125 +(EFT71 - N71)*V7126 +(EFT71 - N71)*V7127) - (EFT31*V3116)+$$

$$((EFT72 - N72)*V7218 +(EFT72 - N72)*V7219 + (EFT72 - N72)*V7220 +(EFT72 -$$

$$N72)*V7221+(EFT72 - N72)*V7222 +(EFT72 - N72)*V7223 +$$

$$(EFT72 - N72)*V7224 + (EFT72 - N72)*V7225) - (EFT32*V3216) +$$

$$((EFT73 - N73)*V7322 +(EFT73 - N73)*V7323 +(EFT73 - N73)*V7324 +(EFT73 -$$

$$N73)*V7325 +(EFT73 - N73)*V7326 +(EFT73 - N73)*V7327)-(EFT33*V3316)+$$

$$((EFT74 - N74)*V7422 +(EFT74 - N74)*V7423 +(EFT74 - N74)*V7424 +(EFT74 -$$

$$N74)*V7425 +(EFT74 - N74)*V7426 +(EFT74 - N74)*V7427) - (EFT34*V3416)>= 0;$$

**! Restrição 4 - Precedencia para atividades sobrepostas;**

$$(EFT81 - N81)*V8141 - (EFT41*V4127)+ (EFT82 - N82)*V8239 - (EFT42*V4225)+ (EFT83 -$$

$$N83 + FF1)*V8337 - (EFT43*V4327)+$$

$$(EFT84 - N84)*V8441 - (EFT44*V4427)>= 0;$$

$$(EFT81 - N81)*V8141 -$$

$$((EFT51*V5119)+(EFT51*V5120)+(EFT51*V5121)+(EFT51*V5122)+(EFT51*V5123)+(EFT5$$

$$1*V5124)+$$

$$(EFT51*V5125)+(EFT51*V5126)+(EFT51*V5127)) +$$

$$(EFT82-N82)*V8239-((EFT52*V5217)+ (EFT52*V5218)+$$

$$(EFT52*V5219)+(EFT52*V5220)+(EFT52*V5221)+(EFT52*V5222)+(EFT52*V5223)+$$

$$(EFT52*V5224)+ (EFT52*V5225)) +$$

$(EFT83-N83)*V8337 -$   
 $((EFT53*V5319)+(EFT53*V5320)+(EFT53*V5321)+(EFT53*V5322)+(EFT53*V5323)+(EFT53*V5324))+$   
 $(EFT53*V5325)+(EFT53*V5326)+(EFT53*V5327))>=0;$

$(EFT84 - N84)*V8441 -$   
 $((EFT54*V5419)+(EFT54*V5420)+(EFT54*V5421)+(EFT54*V5422)+(EFT54*V5423)+(EFT54*V5424))+$   
 $(EFT54*V5425)+(EFT54*V5426)+(EFT54*V5427))>=0;$

$(EFT81 - N81)*V8141 - (EFT61*V6127) + (EFT82 - N82)*V8239 -$   
 $((EFT62*V6224)+(EFT62*V6225))+(EFT83 - N83 + FF2)*V8337 -(EFT63*V6327)$   
 $+ (EFT84 - N84)*V8441 - (EFT64*V6427)>=0;$

$(EFT81 - N81)*V8141 - ((EFT71*V7122)+(EFT71*V7123))+$   
 $(EFT71*V7124)+(EFT71*V7125)+(EFT71*V7126)+(EFT71*V7127))+$   
 $(EFT82 - N82)*V8239 -$   
 $((EFT72*V7218)+(EFT72*V7219)+(EFT72*V7220)+(EFT72*V7221)+(EFT72*V7222)+(EFT72*V7223)+(EFT72*V7224)+(EFT72*V7225))+$   
 $(EFT83 - N83)*V8337 - ((EFT73*V7322)+(EFT73*V7323))+$   
 $(EFT73*V7324)+(EFT73*V7325)+(EFT73*V7326)+(EFT73*V7327))+$   
 $(EFT84 - N84)*V8441 - ((EFT74*V7422)+(EFT74*V7423))+$   
 $(EFT74*V7424)+(EFT74*V7425)+(EFT74*V7426)+(EFT74*V7427))>=0;$

**!Restrição 5 - Precedencia para atividades Interrompíveis;**

$(LST84*S8427)-$   
 $((EFT54*V5419)+(EFT54*V5420)+(EFT54*V5421)+(EFT54*V5422)+(EFT54*V5423)+(EFT54*V5424)+(EFT54*V5425)+(EFT54*V5426)+(EFT54*V5427))>= 0;$

$(LST84*S8427) -$   
 $((EFT74*V7422)+(EFT74*V7423)+(EFT74*V7424)+(EFT74*V7425)+(EFT74*V7426)+(EFT74*V7427)) >= 0;$

**!Restrição 6 - O Número de periodos ativos deve ser igual a duração da atividade;**

$N54 = Y5417 + Y5418 + Y5419 + Y5420 + Y5421 + Y5422 + Y5423 + Y5424 + Y5425 + Y5426 + Y5427;$

$N74 = Y7417 + Y7418 + Y7419 + Y7420 + Y7421 + Y7422 + Y7423 + Y7424 + Y7425 + Y7426 + Y7427 + Y7428;$

**!Restrição 7 - Controle dos periodos ativos das atividades interrompíveis (5 e 7) que a atividade deve estar entre o seu tempo de inicio e;**



$(EST54+1 - 1)*Y5417 \geq EST54*S5416 + (EST54 + 1)*S5417 + (EST54+ 2)*S5418 + (EST54 + 3)*S5419 + (EST54 + 4)*S5420 +$

$(EST54 + 5)*S5421 + (EST54 + 6)*S5422 + (EST54 + 7)*S5423 + (EST54 + 8)*S5424;$

$(EST54 + 2)*Y5418 \geq EST54*S5416 + (EST54 + 1)*S5417 + (EST54+ 2)*S5418 + (EST54 + 3)*S5419 + (EST54 + 4)*S5420 +$

$(EST54 + 5)*S5421 + (EST54 + 6)*S5422 + (EST54 + 7)*S5423 + (EST54 + 8)*S5424;$

$(EST54 + 3)*Y5419 \geq EST54*S5416 + (EST54 + 1)*S5417 + (EST54+ 2)*S5418 + (EST54 + 3)*S5419 + (EST54 + 4)*S5420 +$

$(EST54 + 5)*S5421 + (EST54 + 6)*S5422 + (EST54 + 7)*S5423 + (EST54 + 8)*S5424;$

$(EST54 + 4)*Y5420 \geq EST54*S5416 + (EST54 + 1)*S5417 + (EST54+ 2)*S5418 + (EST54+ 3)*S5419 + (EST54 + 4)*S5420 +$

$(EST54 + 5)*S5421 + (EST54 + 6)*S5422 + (EST54 + 7)*S5423 + (EST54 + 8)*S5424;$

$(EST54 + 5)*Y5421 \geq EST54*S5416 + (EST54 + 1)*S5417 + (EST54+ 2)*S5418 + (EST54 + 3)*S5419 + (EST54 + 4)*S5420 +$

$(EST54 + 5)*S5421 + (EST54 + 6)*S5422 + (EST54 + 7)*S5423 + (EST54 + 8)*S5424;$

$(EST54 + 6)*Y5422 \geq EST54*S5416 + (EST54 + 1)*S5417 + (EST54+ 2)*S5418 + (EST54 + 3)*S5419 + (EST54 + 4)*S5420 +$

$(EST54 + 5)*S5421 + (EST54 + 6)*S5422 + (EST54 + 7)*S5423 + (EST54 + 8)*S5424;$

$(EST54 + 7)*Y5423 \geq EST54*S5416 + (EST54 + 1)*S5417 + (EST54+ 2)*S5418 + (EST54 + 3)*S5419 + (EST54 + 4)*S5420 +$

$(EST54 + 5)*S5421 + (EST54 + 6)*S5422 + (EST54 + 7)*S5423 + (EST54 + 8)*S5424;$

$(EST54 + 8)*Y5424 \geq EST54*S5416 + (EST54 + 1)*S5417 + (EST54+ 2)*S5418 + (EST54 + 3)*S5419 + (EST54 + 4)*S5420 +$

$(EST54 + 5)*S5421 + (EST54 + 6)*S5422 + (EST54 + 7)*S5423 + (EST54 + 8)*S5424;$

$(EST54 + 9)*Y5425 \geq EST54*S5416 + (EST54 + 1)*S5417 + (EST54+ 2)*S5418 + (EST54 + 3)*S5419 + (EST54 + 4)*S5420 +$

$(EST54 + 5)*S5421 + (EST54 + 6)*S5422 + (EST54 + 7)*S5423 + (EST54 + 8)*S5424;$

$(EST74 + 1 - 1)*Y7417 \geq (EST74*S7416) + (EST74 + 1)*S7417 + (EST74 + 2)*S7418 + (EST74 + 3)*S7419 + (EST74 + 4)*S7420 +$

$(EST74 + 5) * S7421;$

$$(EST74 + 2)*Y7418 \geq (EST74*S7416) + (EST74 + 1)*S7417 + (EST74 + 2)*S7418 + (EST74 + 3)*S7419 + (EST74 + 4)*S7420 +$$

$$(EST74 + 5) * S7421;$$

$$(EST74 + 3)*Y7419 \geq (EST74*S7416) + (EST74 + 1)*S7417 + (EST74 + 2)*S7418 + (EST74 + 3)*S7419 + (EST74 + 4)*S7420 +$$

$$(EST74 + 5) * S7421;$$

$$(EST74 + 4)*Y7420 \geq (EST74*S7416) + (EST74 + 1)*S7417 + (EST74 + 2)*S7418 + (EST74 + 3)*S7419 + (EST74 + 4)*S7420 +$$

$$(EST74 + 5) * S7421;$$

$$(EST74 + 5)*Y7421 \geq (EST74*S7416) + (EST74 + 1)*S7417 + (EST74 + 2)*S7418 + (EST74 + 3)*S7419 + (EST74 + 4)*S7420 +$$

$$(EST74 + 5) * S7421;$$

$$(EST74 + 6)*Y7422 \geq (EST74*S7416) + (EST74 + 1)*S7417 + (EST74 + 2)*S7418 + (EST74 + 3)*S7419 + (EST74 + 4)*S7420 +$$

$$(EST74 + 5) * S7421;$$

**!Restrição 8 - E o término da atividade;**

$$(EFT54*Y5419) \leq (EFT54*V5419) + (EFT54 + 1)*V5420 + (EFT54 + 2)*V5421 + (EFT54 + 3)*V5422 + (EFT54 + 4)*V5423 + (EFT54 + 5)*V5424 +$$

$$(EFT54 + 6)*V5425 + (EFT54 + 7)*V5426 + (EFT54 + 8)*V5427;$$

$$(EFT54 + 1)*Y5420 \leq (EFT54*V5419) + (EFT54 + 1)*V5420 + (EFT54 + 2)*V5421 + (EFT54 + 3)*V5422 + (EFT54 + 4)*V5423 + (EFT54 + 5)*V5424 +$$

$$(EFT54 + 6)*V5425 + (EFT54 + 7)*V5426 + (EFT54 + 8)*V5427;$$

$$(EFT54 + 2)*Y5421 \leq (EFT54*V5419) + (EFT54 + 1)*V5420 + (EFT54 + 2)*V5421 + (EFT54 + 3)*V5422 + (EFT54 + 4)*V5423 + (EFT54 + 5)*V5424 +$$

$$(EFT54 + 6)*V5425 + (EFT54 + 7)*V5426 + (EFT54 + 8)*V5427;$$

$$(EFT54 + 3)*Y5422 \leq (EFT54*V5419) + (EFT54 + 1)*V5420 + (EFT54 + 2)*V5421 + (EFT54 + 3)*V5422 + (EFT54 + 4)*V5423 + (EFT54 + 5)*V5424 +$$

$$(EFT54 + 6)*V5425 + (EFT54 + 7)*V5426 + (EFT54 + 8)*V5427;$$

$$(EFT54 + 4)*Y5423 \leq (EFT54*V5419) + (EFT54 + 1)*V5420 + (EFT54 + 2)*V5421 + (EFT54 + 3)*V5422 + (EFT54 + 4)*V5423 + (EFT54 + 5)*V5424 +$$

$$(EFT54 + 6)*V5425 + (EFT54 + 7)*V5426 + (EFT54 + 8)*V5427;$$

$$(EFT54 + 5)*Y5424 <= (EFT54*V5419) + (EFT54 + 1)*V5420 + (EFT54 + 2)*V5421 + (EFT54 + 3)*V5422 + (EFT54 + 4)*V5423 + (EFT54 + 5)*V5424 +$$

$$(EFT54 + 6)*V5425 + (EFT54 + 7)*V5426 + (EFT54 + 8)*V5427;$$

$$(EFT54 + 6)*Y5425 <= (EFT54*V5419) + (EFT54 + 1)*V5420 + (EFT54 + 2)*V5421 + (EFT54 + 3)*V5422 + (EFT54 + 4)*V5423 + (EFT54 + 5)*V5424 +$$

$$(EFT54 + 6)*V5425 + (EFT54 + 7)*V5426 + (EFT54 + 8)*V5427;$$

$$(EFT54 + 7)*Y5426 <= (EFT54*V5419) + (EFT54 + 1)*V5420 + (EFT54 + 2)*V5421 + (EFT54 + 3)*V5422 + (EFT54 + 4)*V5423 + (EFT54 + 5)*V5424 +$$

$$(EFT54 + 6)*V5425 + (EFT54 + 7)*V5426 + (EFT54 + 8)*V5427;$$

$$(EFT54 + 8)*Y5427 <= (EFT54*V5419) + (EFT54 + 1)*V5420 + (EFT54 + 2)*V5421 + (EFT54 + 3)*V5422 + (EFT54 + 4)*V5423 + (EFT54 + 5)*V5424 +$$

$$(EFT54 + 6)*V5425 + (EFT54 + 7)*V5426 + (EFT54 + 8)*V5427;$$

$$(EFT74*Y7422) <= (EFT74*V7422) + (EFT74 + 1)*V7423 + (EFT74 + 2)*V7424 + (EFT74 + 3)*V7425 + (EFT74 + 4)*V7426 + (EFT74 + 5)*V7427;$$

$$(EFT74 + 1)*Y7423 <= EFT74*V7422 + (EFT74 + 1)*V7423 + (EFT74 + 2)*V7424 + (EFT74 + 3)*V7425 + (EFT74 + 4)*V7426 + (EFT74 + 5)*V7427;$$

$$(EFT74 + 2)*Y7424 <= EFT74*V7422 + (EFT74 + 1)*V7423 + (EFT74 + 2)*V7424 + (EFT74 + 3)*V7425 + (EFT74 + 4)*V7426 + (EFT74 + 5)*V7427;$$

$$(EFT74 + 3)*Y7425 <= EFT74*V7422 + (EFT74 + 1)*V7423 + (EFT74 + 2)*V7424 + (EFT74 + 3)*V7425 + (EFT74 + 4)*V7426 + (EFT74 + 5)*V7427;$$

$$(EFT74 + 4)*Y7426 <= EFT74*V7422 + (EFT74 + 1)*V7423 + (EFT74 + 2)*V7424 + (EFT74 + 3)*V7425 + (EFT74 + 4)*V7426 + (EFT74 + 5)*V7427;$$

$$(EFT74 + 5)*Y7427 <= EFT74*V7422 + (EFT74 + 1)*V7423 + (EFT74 + 2)*V7424 + (EFT74 + 3)*V7425 + (EFT74 + 4)*V7426 + (EFT74 + 5)*V7427;$$

### !Restrição 9 - Disponibilidade de recursos;

$$(J111*V1102*Ed1) + (J121*V1202*Ed1) + (J131*V1302*Ed1) + (J141*V1402*Ed1) <= FDT1;$$

$$(J211*V2105*Ed1) + (J221*V2205*Ed1) + (J231*V2305*Ed1) + (J241*V2405*Ed1) <= FDT2;$$

$$(J311*V3116*Ed1) + (J321*V3216*Ed1) + (J331*V3316*Ed1) + (J341*V3416*Ed1) <= FDT3;$$

$$(J411*V4127*Ed1) + (J421*V4225*Ed1) + (J431*V4327*Ed1) + (J441*V4427*Ed1) <= FDT4;$$

(J511\*V5119\*Ed1) + (J511\*V5120\*Ed1) + (J511\*V5121\*Ed1) + (J511\*V5122\*Ed1) +  
(J511\*V5123\*Ed1) + (J511\*V5124\*Ed1) +

(J511\*V5125\*Ed1) + (J511\*V5126\*Ed1) + (J511\*V5127\*Ed1) +

(J521\*V5217\*Ed1) + (J521\*V5218\*Ed1) + (J521\*V5219\*Ed1) + (J521\*V5220\*Ed1) +  
(J521\*V5221\*Ed1) + (J521\*V5222\*Ed1) + (J521\*V5223\*Ed1) +

(J521\*V5224\*Ed1) + (J521\*V5225\*Ed1) +

(J531\*V5319\*Ed1) + (J531\*V5320\*Ed1) + (J531\*V5321\*Ed1) + (J531\*V5322\*Ed1) +  
(J531\*V5323\*Ed1) + (J531\*V5324\*Ed1) +

(J531\*V5325\*Ed1) + (J531\*V5326\*Ed1) + (J531\*V5327\*Ed1) +

(J541\*V5419\*Ed1) + (J541\*V5420\*Ed1) + (J541\*V5421\*Ed1) + (J541\*V5422\*Ed1) +  
(J541\*V5423\*Ed1) + (J541\*V5424\*Ed1) +

(J541\*V5425\*Ed1) + (J541\*V5426\*Ed1) + (J541\*V5427\*Ed1) <=FDT5;

(J611\*V6127\*Ed1) + (J621\*V6224\*Ed1) + (J621\*V6225\*Ed1)+ (J631\*V6327\*Ed1)+  
(J641\*V6427\*Ed1) <= FDT6;

(J711\*V7122\*Ed1) +(J711\*V7123\*Ed1) + (J711\*V7124\*Ed1) + (J711\*V7125\*Ed1) +  
(J711\*V7126\*Ed1) + (J711\*V7127\*Ed1)+

(J721\*V7218\*Ed1) + (J721\*V7219\*Ed1)+ (J721\*V7220\*Ed1)+ (J721\*V7221\*Ed1)+  
(J721\*V7222\*Ed1)+ (J721\*V7223\*Ed1)+

(J721\*V7224\*Ed1)+(J721\*V7225\*Ed1)+(J731\*V7322\*Ed1)+(J731\*V7323\*Ed1)+(J731\*V7324  
\*Ed1)+(J731\*V7325\*Ed1)+(J731\*V7326\*Ed1)+(J731\*V7327\*Ed1)+

(J741\*V7422\*Ed1) +(J741\*V7423\*Ed1) + (J741\*V7424\*Ed1) + (J741\*V7425\*Ed1) +  
(J741\*V7426\*Ed1) + (J741\*V7427\*Ed1)<=FDT7;

(J812\*V8141\*Ed2)+ (J822\*V8239\*Ed2)+ (J832\*V8337\*Ed2)+(J842\*V8441\*Ed2)<= FDT8;

**!Restrição 12 - Data de término da atividade;**

(LFT81\*V8141)+ (LFT82\*V8239) + (LFT83\*V8337) + (LFT84\*V8441)<= TT;

## EXEMPLO 2 – CONSTRUÇÃO DO NAVIO

### !DADOS DE ENTRADA;

DUEDATE = 34;

### !DURAÇÃO DAS ATIVIDADES NO MODO 1;

N11=5;

N21=5;!atividade acelerável;

N31=4;

N41=8;

N51=7;!atividade acelerável;

N61=5;

N71=4;

N81=2;

N91=1;

### !INICIO MAIS CEDO (EST) DAS ATIVIDADES NO MODO 1;

EST11 =0;

EST21 =5;

EST31 =5;

EST41 =10;

EST51 =18;

EST61 =25;

EST71 =30;

EST81 =34;

EST91 =36;

### !TERMINO MAIS CEDO (EFT) DAS ATIVIDADES NO MODO 1;

EFT11 =5;

EFT21 =10;

EFT31 =9;

EFT41 =18;

EFT51 =25;

EFT61 =30;

EFT71 =34;

EFT81 =36;

EFT91 =37;

### !INICIO MAIS TARDE (LST) DAS ATIVIDADES NO MODO 1;

LST11 = 0;

LST21 = 5;

LST31 = 6;

LST41 = 10;

LST51 = 18;

LST61 = 25;

LST71 = 30;

LST81 = 34;

LST91 = 36;

**!TERMINO MAIS TARDE (EFT) DAS ATIVIDADES NO MODO 1;**

LFT11= 5;  
LFT21= 10;  
LFT31= 10;  
LFT41= 18;  
LFT51= 25;  
LFT61= 30;  
LFT71= 34;  
LFT81= 36;  
LFT91= 37;

**!DURACAO DAS ATIVIDADES DO MODO 2 - COMPRESSÃO;**

N12 =5;  
N22 =3;  
N32 =4;  
N42 =8;  
N52 =5;  
N62 =5;  
N72 =4;  
N82 =2;  
N92 =1;

**!INICIO MAIS CEDO (EFT) DAS ATIVIDADES NO MODO 2;**

EST12 = 0;  
EST22 = 5;  
EST32 = 5;  
EST42 = 9;  
EST52 = 17;  
EST62 = 22;  
EST72 = 27;  
EST82 = 31;  
EST92 = 33;

**!INICIO MAIS TARDE (LST) DAS ATIVIDADES NO MODO 2;**

LST12 =0;  
LST22 =6;  
LST32 =5;  
LST42 =9;  
LST52 =17;  
LST62 =22;  
LST72 =27;  
LST82 =31;  
LST92 =33;

**!TERMINO MAIS CEDO (EFT) DAS ATIVIDADES NO MODO 2;**

EFT12 =5;  
EFT22 =8;  
EFT32 =9;  
EFT42 =17;  
EFT52 =22;  
EFT62 =27;  
EFT72 =31;  
EFT82 =33;  
EFT92 =34;

**!TERMINO MAIS TARDE (LFT) DAS ATIVIDADES NO MODO 2;**

LFT12=5;  
LFT22=9;  
LFT32=9;  
LFT42=17;  
LFT52=22;  
LFT62=27;  
LFT72=31;  
LFT82=33;  
LFT92=34;

**!DURAÇÃO DAS ATIVIDADES NO MODO 3;**

N13=5;  
N23=5;  
N33=4;  
N43=8;  
N53=7;  
N63=5;  
N73=2;  
N83=2;  
N93=1;

**!INICIO MAIS CEDO (EST) DAS ATIVIDADES NO MODO 3;**

EST13 =0;  
EST23 =5;  
EST33 =5;  
EST43 =10;  
EST53 =18;  
EST63 =25;  
EST73 =30;  
EST83 =32;  
EST93 =34;

**!TERMINO MAIS CEDO (EFT) DAS ATIVIDADES NO MODO 3;**

EFT13 =5;  
EFT23 =10;  
EFT33 =9;  
EFT43 =18;  
EFT53 =25;  
EFT63 =30;  
EFT73 =32;  
EFT83 =34;  
EFT93 =35;

**!INICIO MAIS TARDE (LST) DAS ATIVIDADES NO MODO 3;**

LST13 = 0;  
LST23 = 5;  
LST33 = 6;  
LST43 = 10;  
LST53 = 18;  
LST63 = 25;  
LST73 = 30;  
LST83 = 32;  
LST93 = 34;

**!TERMINO MAIS TARDE (EFT) DAS ATIVIDADES NO MODO 3;**

LFT13= 5;  
LFT23= 10;  
LFT33= 10;  
LFT43= 18;  
LFT53= 25;  
LFT63= 30;  
LFT73= 32;  
LFT83= 34;  
LFT93= 35;

**!DURAÇÃO DAS ATIVIDADES NO MODO 4 - INTERRUPÇÃO;**

**!DURAÇÃO DAS ATIVIDADES NO MODO 4;**

N14=5;  
N24=5;  
N34=4;  
N44=8;  
N54=7;  
N64=5;  
N74=4;  
N84=2;  
N94=1;

**!INICIO MAIS CEDO (EST) DAS ATIVIDADES NO MODO 4;**

EST14 =0;  
EST24 =5;  
EST34 =5;



EST44 =10;  
EST54 =18;  
EST64 =25;  
EST74 =30;  
EST84 =34;  
EST94 =36;

**!TERMINO MAIS CEDO (EFT) DAS ATIVIDADES NO MODO 4;**

EFT14 =5;  
EFT24 =10;  
EFT34 =9;  
EFT44 =18;  
EFT54 =25;  
EFT64 =30;  
EFT74 =34;  
EFT84 =36;  
EFT94 =37;

**!INICIO MAIS TARDE (LST) DAS ATIVIDADES NO MODO 4;**

LST14 = 0;  
LST24 = 5;  
LST34 = 6;  
LST44 = 10;  
LST54 = 18;  
LST64 = 25;  
LST74 = 30;  
LST84 = 34;  
LST94 = 36;

**!TERMINO MAIS TARDE (LFT) DAS ATIVIDADES NO MODO 4;**

LFT14= 5;  
LFT24= 10;  
LFT34= 10;  
LFT44= 18;  
LFT54= 25;  
LFT64= 30;  
LFT74= 34;  
LFT84= 36;  
LFT94= 37;

**!Número de atividades;**

NN = 9;

**!Custo Unitário dos Recursos;**

Ed1 = 25; **!PINTOR;**

Ed2 = 10; **!Operário;**

**!Tempo de Overlap;**

FF = 4;

!Consumo de recursos pelo modo 1 - Normal;

J111 = 0;  
J211 = 0;  
J311 = 0;  
J411 = 0;  
J511 = 0;  
J611 = 0;  
J711 = 0;  
J811 = 10000000;  
J911 = 0;

!Consumo de recursos pelo modo 2 - COMPRESSÃO;

J121 = 110;  
J221 = 6;!Pode ser acelerada;  
J321 = 0;  
J421 = 4;!Pode ser acelerada;  
J521 = 0;!Pode ser acelerada;  
J621 = 0;!Pode ser acelerada;  
J721 = 0;!Pode ser acelerada;  
J821 = 0;  
J921 = 0;

!Consumo de recursos pelo modo 3 - OVERLAPING;

J131 = 6;  
J231 = 6;  
J331 = 300;  
J431 = 30;  
J531 = 10;  
J631 = 1000;  
J731 = 0;  
J831 = 0;  
J931 = 6;

!Consumo de recursos pelo modo 4 - Splitting;

J141 = 110;  
J241 = 10;  
J341 = 0;  
J441 = 10;  
J541 = 0;  
J641 = 6000;  
J741 = 4;  
J841 = 100000;  
J941 = 0;

!Disponibilidade de recursos;

Fdt1 = 1000;  
Fdt2 = 1000;  
Fdt3 = 1000;  
Fdt4 = 1000;  
Fdt5 = 1000;

Fdt6 = 1000;  
Fdt7 = 1000;  
Fdt8 = 1000;  
Fdt9 = 1000;

$$\begin{aligned} \text{MIN} = & (\text{Ed1}*\text{J111}*\text{V1105})+ (\text{Ed1}*\text{J121}*\text{V1205})+ (\text{Ed1}*\text{J131}*\text{V1305})+ (\text{Ed1}*\text{J141}*\text{V1405})+ \\ & (\text{Ed1}*\text{J211}*\text{V2110})+ (\text{Ed1}*\text{J221}*\text{V2208})+(\text{Ed1}*\text{J221}*\text{V2209})+ \\ & (\text{Ed1}*\text{J231}*\text{V2310})+(\text{Ed1}*\text{J241}*\text{V2410})+ \\ & (\text{Ed1}*\text{J311}*\text{V3109})+ (\text{Ed1}*\text{J311}*\text{V3110})+(\text{Ed1}*\text{J321}*\text{V3209})+ \\ & (\text{Ed1}*\text{J331}*\text{V3309})+(\text{Ed1}*\text{J331}*\text{V3310})+ (\text{Ed1}*\text{J341}*\text{V3409})+ (\text{Ed1}*\text{J341}*\text{V3410})+ \\ & (\text{Ed1}*\text{J411}*\text{V4118})+ (\text{Ed1}*\text{J421}*\text{V4217})+ (\text{Ed1}*\text{J431}*\text{V4318})+ (\text{Ed1}*\text{J441}*\text{V4418})+ \\ & (\text{Ed1}*\text{J511}*\text{V5125}) +(\text{Ed1}*\text{J521}*\text{V5222})+ (\text{Ed1}*\text{J531}*\text{V5325})+ (\text{Ed1}*\text{J541}*\text{V5425})+ \\ & (\text{Ed1}*\text{J611}*\text{V6130})+ (\text{Ed1}*\text{J621}*\text{V6227})+ (\text{Ed1}*\text{J631}*\text{V6330})+ (\text{Ed1}*\text{J641}*\text{V6430})+ \\ & (\text{Ed1}*\text{J711}*\text{V7134})+ (\text{Ed1}*\text{J721}*\text{V7231})+ (\text{Ed1}*\text{J731}*\text{V7332})+ (\text{Ed1}*\text{J741}*\text{V7434})+ \\ & (\text{Ed1}*\text{J811}*\text{V8136})+ (\text{Ed1}*\text{J821}*\text{V8233})+ (\text{Ed1}*\text{J831}*\text{V8334})+ (\text{Ed1}*\text{J841}*\text{V8436})+ \\ & (\text{Ed1}*\text{J911}*\text{V9137})+ (\text{Ed1}*\text{J921}*\text{V9234}) + (\text{Ed1}*\text{J931}*\text{V9335})+(\text{Ed1}*\text{J941}*\text{V9437}); \end{aligned}$$

!Cada atividade deve terminar uma só vez e usar um só modo;

$$\text{V1105} + \text{V1205} + \text{V1305} + \text{V1405} = 1;$$

$$\text{V2110} + \text{V2208} + \text{V2209} + \text{V2310} + \text{V2410} = 1;$$

$$\text{V3109} + \text{V3110} + \text{V3209} + \text{V3309} + \text{V3310} + \text{V3409} + \text{V3410} = 1;$$

$$\text{V4118} + \text{V4217} + \text{V4318} + \text{V4418} = 1;$$

$$\text{V5125} + \text{V5222} + \text{V5325} + \text{V5425} = 1;$$

$$\text{V6130} + \text{V6227} + \text{V6330} + \text{V6430} = 1;$$

$$\text{V7134} + \text{V7231} + \text{V7332} + \text{V7434} = 1;$$

$$\text{V8136} + \text{V8233} + \text{V8334} + \text{V8436} = 1;$$

$$\text{V9137} + \text{V9234} + \text{V9335} + \text{V9437} = 1;$$

### !RESTRIÇÃO RELATIVA AO TÉRMINO DO PROJETO;

V1105 + V1205 + V1305 + V1405 + V2110 + V2208 + V2209 + V2310 + V2410 + V3109 + V3110 + V3209 + V3309 + V3310 + V3409 + V3410 + V4118 + V4217 + V4318 + V4418+ V5125 + V5222 + V5325 + V5425 + V6130 + V6227 + V6330 + V6430+ V7134 + V7231 + V7332 + V7434+ V8136 + V8233 + V8334 + V8436 + V9137 + V9234 + V9335 + V9437 = NN;

### !RELAÇÕES DE PRECEDENCIA PARA ATIVIDADES ACELERÁVEIS;

$(EFT21 - N21)*V2110 - (EFT11*V1105) + (((EFT22 - N22)*V2208)+(EFT22+1) - N22)*V2209 - (EFT12*V1205) + (EFT23 - N23)*V2310 - (EFT13*V1305) + (EFT24 - N24)*V2410 - (EFT14*V1405) \geq 0;$

$((EFT31 - N31)*V3109) + (((EFT31 + 1) - N31)*V3110) - (EFT11*V1105)+(EFT32 - N32)*V3209 - (EFT12*V1205) +$

$((EFT33 - N33)*V3309) + (((EFT33 + 1) - N33)*V3310) - (EFT13*V1305) + ((EFT34 - N34)*V3409) + (((EFT34 + 1) - N34)*V3410) - (EFT14*V1405) \geq 0;$

$(EFT41 - N41)*V4118 - (EFT21*V2110) + ((EFT42 - N42)*V4217) - ((EFT22*V2208)+(LFT22*V2209)) + ((EFT43-N43)*V4318) - (EFT23*V2310) + (EFT44 - N44)*V4418 - (EFT24*V2410) \geq 0;!$   
 $(EFT41 - N41)*V4118 - ((EFT31)*V3109 + (EFT31+1)*V3110) + (EFT42 - N42)*V4217 - (EFT32*V3209) + (EFT43 - N43)*V4318 - ((EFT33)*V3309 + (EFT33+1)*V3310) + (EFT44 - N44)*V4418 - ((EFT34)*V3409 + (EFT34+1)*V3410) \geq 0;$

$(EFT51 - N51)*V5125 - (EFT41*V4118) + (EFT52 - N52)*V5222 - (EFT42*V4217) + (EFT53 - N53)*V5325 - (EFT43*V4318) + (EFT54 - N54)*V5425 - (EFT44*V4418) \geq 0;$

$(EFT61 - N61)*V6130 - (EFT41*V4118) + (EFT62 - N62)*V6227 - (EFT42*V4217) + (EFT63 - N63)*V6330 - (EFT43*V4318) + (EFT64 - N64)*V6430 - (EFT44*V4418) \geq 0;$

$(EFT61 - N61)*V6130 - (EFT51*V5125) + (EFT62 - N62)*V6227 - (EFT52*V5222) + (EFT63 - N63)*V6330 - (EFT53*V5325) + (EFT64 - N64)*V6430 - (EFT54*V5425) \geq 0;$

$(EFT71 - N71)*V7134 - (EFT61*V6130) + (EFT72 - N72)*V7231 - (EFT62*V6227) + (EFT73 - N73+OL1)*V7330 - (EFT63*V6330) + (EFT74 - N74)*V7434 - (EFT64*V6430) \geq 0;$

$(EFT81 - N81)*V8136 - (EFT71*V7134) + (EFT82 - N82)*V8233 - (EFT72*V7231) + (EFT83 - N83)*V8332 - (EFT73*V7330) + (EFT84 - N84)*V8436 - (EFT74*V7434) \geq 0;$

$((EFT91 - N91)*V9137 - (EFT81*V8134)) + ((EFT92 - N92)*V9234 - (EFT82*V8233)) + ((EFT93 - N93)*V9335 - (EFT83*V8332)) + ((EFT94 - N94)*V9437 - (EFT84*V8434)) \geq 0;$

### !RELAÇÕES DE PRECEDENCIA PARA ATIVIDADES OVERLLAPABLES;

$(EFT71 - N71)*V7134 - (EFT61*V6130) + (EFT72 - N72)*V7231 - (EFT62*V6227) + (EFT73 - N73+OL1)*V7330 - (EFT63*V6330) \geq 0;$

**!RELAÇÕES DE PRECEDENCIA PARA ATIVIDADES SPLITTABLES;**  
 $(LST44*S4410) - (EFT34*V3409) + ((EFT34+1)*V3410) \geq 0;$

**!Restrição 5 - Relação Funcional entre a duração da atividade e o retrabalho;**

$Re = 0.10*OL1;$

**!Controle dos periodos ativos deve estabelecer-se entre o inicio da atividade;**

$(EST34+1-1)*Y3405 \geq (EST34*S3405 + EST34*S3405+1);$

$(EST34+1)*Y3406 \geq (EST34*S3405+EST34*S3405+1);$

**! E o fim da atividade;**

$EFT34*Y3409 \leq (EFT34*V3409) + ((EFT34 + 1)*V3410);$

$(EFT34 + 1)*Y3410 \leq (EFT34*V3409) + ((EFT34 + 1)*V3410);$

**!Duração das atividades splittables;**

$N34 = Y3406 + Y3407 + Y3408 + Y3409 + Y3410;$

**!RESTRICAO DE RECURSOS;**

$(Ed1 * J111 * V1105) + (Ed1 * J121 * V1205) + (Ed1 * J131 * V1305) + (Ed1 * J141 * V1405) \leq FDT1;$

$(Ed1 * J211 * V2110) + (Ed1 * J221 * V2208) +$   
 $(Ed1 * J221 * V2209) + (Ed1 * J231 * V2310) + (Ed1 * J241 * V2410) \leq FDT2;$

$(Ed1 * J311 * V3109) + (Ed1 * J311 * V3110) + (Ed1 * J321 * V3209) + (Ed1 * J331 * V3309) +$   
 $(Ed1 * J331 * V3310) + (Ed1 * J341 * V3409) + (Ed1 * J341 * V3410) \leq FDT3;$

$(Ed1 * J411 * V4118) + (Ed1 * J421 * V4217) + (Ed1 * J431 * V4318) + (Ed1 * J441 * V4418) \leq FDT4;$

$(Ed1 * J511 * V5125) + (Ed1 * J521 * V5222) + (Ed1 * J531 * V5325) + (Ed1 * J541 * V5425) \leq FDT5;$

$(Ed1 * J611 * V6130) + (Ed1 * J621 * V6227) + (Ed1 * J631 * V6330) + (Ed1 * J641 * V6430) \leq FDT6;$

$(Ed1 * J711 * V7134) + (Ed1 * J721 * V7231) + (Ed1 * J731 * V7330) + (Ed1 * J741 * V7434) \leq FDT7;$

$(Ed1 * J811 * V8136) + (Ed1 * J821 * V8233) + (Ed1 * J831 * V8332) + (Ed1 * J841 * V8436) \leq FDT8;$

$(Ed1 * J911 * V9137) + (Ed1 * J921 * V9234) + (Ed1 * J931 * V9335) + (Ed1 * J941 * V9437) \leq FDT9;$

**!DUEDATE;**

$(LFT91 * V9137) + (LFT92 * V9234) + (LFT93 * V9335) + (LFT94 * V9437) \leq DUEDATE;$

**!VARIÁVEIS BINÁRIAS;**