

OTIMIZAÇÃO APLICADA AO ROTEAMENTO DO TRÁFEGO DE CHAMADAS  
TELEFÔNICAS INTERNACIONAIS – UM MODELO UTILIZANDO PROGRAMAÇÃO  
ROBUSTA

Renato Gomes Ferraz

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS  
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS  
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA DE  
PRODUÇÃO.

Aprovada por:

---

Prof. Marcos Pereira Estellita Lins, D.Sc.

---

Prof. Virgílio José Martins Ferreira Filho, D.Sc.

---

Prof. Nélio Domingues Pizzolato, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL  
DEZEMBRO DE 2005

FERRAZ, RENATO GOMES

Otimização aplicada ao roteamento do tráfego de chamadas telefônicas internacionais – Um modelo utilizando Programação Robusta [Rio de Janeiro] 2005

X, 136 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc.,  
Engenharia de Produção, 2005)

Dissertação - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Roteamento do tráfego de chamadas internacionais
2. Programação Robusta

I. COPPE/UFRJ II. Título ( série )

## DEDICATÓRIA

Este trabalho é dedicado à minha família, pelo amor incondicional e pelo apoio em todas as conquistas passadas e futuras.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador, Prof. Roberto Diéguez Galvão, por ter compartilhado seus conhecimentos e experiência. O seu apoio foi essencial para a conclusão desta dissertação.

Aos demais professores e funcionários da COPPE, os quais deram as bases para obtenção do meu aprendizado.

Aos meus gestores na TELEMAR ao longo do período em que permaneci na COPPE, por terem acreditado na importância da conclusão do Programa de Mestrado para o meu desenvolvimento. Em especial aos senhores Cláudio Trindade Simões da Motta e Plínio Guilherme da Silva Filho.

Ao Prof. Paulo Fernando Hamacher, da PUC-Rio, por ter despertado em mim o interesse pela Pesquisa Operacional e a vontade de aprofundar os meus conhecimentos na área.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

OTIMIZAÇÃO APLICADA AO ROTEAMENTO DO TRÁFEGO DE CHAMADAS  
TELEFÔNICAS INTERNACIONAIS – UM MODELO UTILIZANDO PROGRAMAÇÃO  
ROBUSTA

Renato Gomes Ferraz

Dezembro/2005

Orientador: Roberto Diéguez Galvão

Programa: Engenharia de Produção

Este trabalho apresenta o problema do roteamento do tráfego de chamadas telefônicas internacionais. O problema difere dos problemas de roteamento amplamente abordados na literatura por apresentar restrições comerciais e técnicas bastante específicas e uma elevada complexidade devido à sua dimensão. Inicialmente é realizada uma breve revisão da literatura e do estado da arte. Verificou-se que até a presente data os trabalhos desenvolvidos abordam exclusivamente aspectos econômicos e regulatórios do mercado, e que as soluções adotadas pelas operadoras de telefonia buscam unicamente automatizar processos de implantação do roteamento. Não são fornecidos por essas subsídios para auxiliar no processo decisório propriamente dito. A seguir, é desenvolvido um modelo de otimização para o problema determinístico. O mesmo é posteriormente estendido utilizando-se uma técnica conhecida como Programação Robusta, a qual utiliza diversos cenários discretos e tem por objetivo reduzir os impactos das incertezas na qualidade da solução apresentada. Foram definidas algumas instâncias do problema baseadas em dados reais, e resultados obtidos utilizando-se um software comercial de otimização. Realizaram-se também diversas análises e comparações entre os resultados dados pela formulação determinística e por algumas variações de formulação robusta, destacando os benefícios na utilização desta técnica.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

OPTIMIZATION APPLIED TO THE ROUTING OF INTERNATIONAL VOICE TRAFFIC  
– A ROBUST PROGRAMMING MODEL

Renato Gomes Ferraz

December/2005

Advisor: Roberto Diéguez Galvão

Department: Industrial Engineering

This work presents the international voice traffic routing problem. This problem differs from other routing problems widely discussed in literature, having very specific commercial and technical constraints and a high level of complexity due to its size. Initially a review of the existing literature and the state-of-the-art is presented. It is verified that the work developed until now focuses exclusively on economical and regulatory aspects of the market and that the solutions currently adopted by carriers aim solely on automating processes related to the routing implementation. No subsidies whatsoever are provided by those solutions to assist during the decision process itself. Following that, an optimization model is developed for the deterministic problem. This same model is subsequently extended using a technique known as Robust Programming, which involves discrete scenarios in order to reduce the impacts of uncertainties in the quality of the solution provided. A few instances of the problem are defined, based on real data, and results are obtained by means of commercial optimization software. Several analyses and comparisons are performed between the results obtained by the deterministic and robust formulations, emphasizing the advantages of using this technique.

## ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO.....	1
2. REVISÃO DA LITERATURA E O ESTADO DA ARTE.....	4
2.1 Revisão da literatura.....	4
2.2 O estado da arte.....	8
3. O PROBLEMA DO ROTEAMENTO DO TRÁFEGO DE CHAMADAS TELEFÔNICAS INTERNACIONAIS.....	10
3.1 Modelagem.....	10
3.2 Variáveis de decisão.....	11
3.3 Parâmetros de entrada e considerações.....	15
3.3.1 Preço.....	15
3.3.2 ASR.....	18
3.3.3 ACD.....	19
3.3.4 Capacidade disponível.....	21
3.3.5 Compromissos existentes.....	23
3.3.6 Volume de chamadas.....	25
3.4 Restrições.....	26
3.5 Formulação matemática determinística.....	28
3.6 Implementação OPL da formulação determinística.....	30
3.6.1 OPL Studio.....	30
3.6.2 Código OPL.....	32
3.7 Formulações alternativas.....	35
3.7.1 Penalidade pelo não cumprimento de compromissos.....	35
3.7.2 Preços incrementais.....	36
3.7.3 Descontos por faixa.....	39
3.7.4 CLI.....	42
4. O PROBLEMA ESTOCÁSTICO.....	43
4.1 Modelagem de incertezas.....	43
4.2 Incertezas do problema.....	46
4.3 Programação Robusta.....	48
4.3.1 Modelos de arrependimento.....	50
4.3.2 Modelos de variabilidade.....	50
4.3.3 Formulação robusta geral.....	51
4.4 Formulação matemática robusta.....	55
4.5 Implementação OPL da formulação robusta.....	60
5. RESULTADOS COMPUTACIONAIS.....	64

5.1 Definição das instâncias .....	64
5.2 Definição dos cenários .....	66
5.3 Resultados da formulação determinística.....	70
5.4 Resultados das formulações robustas.....	77
5.5 Resultados para instâncias maiores .....	87
6. AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS .....	90
6.1 Análise dos resultados da Instância 1 .....	90
6.2 Análise dos resultados da Instância 2 .....	95
6.3 Análise dos resultados da Instância 3 .....	95
7. PROPOSTAS FUTURAS .....	97
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	99
9. APÊNDICES .....	102
9.1 Glossário.....	102
9.2 Códigos OPL completos .....	106
9.2.1 Formulação determinística.....	106
9.2.2 Formulação de valor esperado .....	108
9.2.3 Formulação robusta de GUTIERREZ, KOUVELIS e KURAWARWALA....	112
9.2.4 Formulação robusta de KOUVELIS e YU .....	115
9.2.5 Formulação robusta de BUTLER, AMMONS e SOKOL .....	119
9.2.6 Formulação robusta de AHMED e SAHINIDIS .....	122
9.2.7 Formulação robusta de minimização do valor esperado do desvio relativo do ótimo .....	126
9.2.8 Script e Modelo para resolução dos cenários utilizando a formulação determinística .....	129

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 - Diagrama simplificado das rotas diretas e indiretas de uma operadora .....	13
Figura 2 - Representação gráfica do preço incremental.....	38
Figura 3 - Representação gráfica do custo total incremental .....	39
Figura 4 - Representação gráfica dos preços por faixa.....	41
Figura 5 - Representação gráfica do custo total por faixa .....	41
Figura 6 - Gráfico desvio relativo e custo médio por formulação Instância 1 .....	81
Figura 7 - Gráfico desvio relativo e custo médio por formulação Instância 2 .....	84
Figura 8 - Gráfico desvio relativo e custo médio por formulação Instância 3 .....	87

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 - Exemplo de possível subdivisão para o destino Reino Unido.....	14
Tabela 2 - Exemplo de possível subdivisão para o destino Brasil, com suas respectivas faixas de numeração .....	15
Tabela 3 - Variáveis, parâmetros e restrições do modelo .....	27
Tabela 4 - Total de variáveis e restrições na formulação determinística.....	30
Tabela 5 - Variáveis e parâmetros da formulação robusta geral.....	51
Tabela 6 - Definição dos cenários .....	67
Tabela 7 - Exemplo de volumes realizados, utilizados no cálculo das variações percentuais .....	68
Tabela 8 - Exemplo de definição dos cenários de volume .....	69
Tabela 9 - Resultados cenários Instância 1.....	71
Tabela 10 - Resultados cenários Instância 2.....	72
Tabela 11 - Resultados cenários Instância 3.....	73
Tabela 12 - Impacto no custo e nas restrições de qualidade da Instância 1.....	74
Tabela 13 - Impacto no custo e nas restrições de qualidade da Instância 2.....	75
Tabela 14 - Impacto no custo e nas restrições de qualidade da Instância 3.....	76
Tabela 15 - Número total de variáveis e restrições para as instâncias definidas.....	78
Tabela 16 - Resultados das formulações robustas Instância 1 .....	79
Tabela 17 - Desvio relativo por cenário e formulação Instância 1 .....	80
Tabela 18 - Resultados das formulações robustas Instância 2 .....	82
Tabela 19 - Desvio relativo por cenário e formulação Instância 2.....	83
Tabela 20 - Resultados das formulações robustas Instância 3 .....	85
Tabela 21 - Desvio relativo por cenário e formulação Instância 3.....	86
Tabela 22 - Número total de variáveis e restrições para instâncias maiores .....	89
Tabela 23 - Tempo computacional por instância e formulação .....	89

## 1. INTRODUÇÃO

Uma área do mercado de telecomunicações que sofreu grandes mudanças ao longo dos últimos anos foi a da compra e venda no atacado de minutos de chamadas telefônicas internacionais. Essas mudanças foram motivadas em grande parte por um movimento de desregulamentação da indústria de telecomunicações mundial iniciado no início dos anos 90 (no Brasil iniciou-se em 1997), e também por avanços tecnológicos. Operadoras de telecomunicações monopolistas de diversos países, que existiam em um regime muito próximo ao de cartel, começaram a ter que competir em um novo mercado extremamente agressivo. Os preços tanto no atacado (preços cobrados de outras operadoras para terminação de chamadas em sua rede ou na rede de outras operadoras com as quais estejam interconectadas) quanto no varejo (preços cobrados de clientes próprios para terminação de chamadas nas redes de outras operadoras) despencaram e as margens ficaram cada vez mais reduzidas.

Um grande número de novas operadoras entrou no mercado no final da década de 90 e devido às consolidações, fusões e aquisições a indústria assume cada vez mais um caráter global.

Operadoras de todos os países compram e vendem minutos de chamadas telefônicas internacionais umas das outras, para que possam garantir aos seus clientes a possibilidade de completar chamadas para outros países e operadoras. Algumas operadoras atuam fortemente no mercado de atacado, servindo como intermediárias para a terminação de chamadas das demais.

O total de minutos de chamadas telefônicas internacionais trafegados no mundo continua a crescer rapidamente, tendo atingido a significativa marca de 230 bilhões de minutos em 2004 (excluem chamadas PC para PC e em redes corporativas). Entre 1997 e 2004 houve um crescimento médio anual de 12,5%, taxa impressionante para um mercado até então considerado maduro. Desse total de minutos, cerca de 40 bilhões já são em VOIP, uma nova tecnologia que promete transformar ainda mais esse mercado ao longo dos próximos anos (BECKERT, STRONGE, MAULDIN, *et al.*, 2004).

Os preços para terminação de chamadas telefônicas internacionais têm caído rapidamente como consequência dessas mudanças. Essa queda tem sido compensada pelo aumento do volume de tráfego. Com isso, as receitas aferidas têm

caído apenas marginalmente. De 2002 para 2003 houve uma queda de 54,5 bilhões USD para 54,2 bilhões USD (BECKERT, STRONGE, MAULDIN, *et al.*, 2004) nas receitas de terminação de chamadas (receitas referentes à venda de terminação para outras operadoras, excluindo valores cobrados de clientes finais pela realização de chamadas de longa distância internacional), número ainda bastante expressivo.

Apesar de todos os números expressivos apresentados, as grandes operadoras mundiais ainda utilizam em sua maioria sistemas primitivos para gerenciamento da compra e venda de minutos internacionais. Mesmo sendo clara a necessidade de sistemas adequados para apoiar as atividades associadas com maior velocidade e confiabilidade, em muitos casos são utilizadas planilhas e sistemas rudimentares para acompanhamento dos volumes, custos, receitas, qualidade, compromissos etc. A falta de ferramentas adequadas pode levar a grandes perdas financeiras, que muitas vezes sequer são detectadas. Nesse mercado onde as margens são cada vez menores e onde para se viabilizar uma operação torna-se necessário trabalhar com volumes cada vez maiores de chamadas e com regras de negócio cada vez mais complexas, as operadoras necessitam de toda a ajuda possível. As operadoras devem interagir com um número cada vez maior de outras operadoras, não apenas como competidores, mas também como parceiros e clientes umas das outras. Essa interação necessita ser feita com um melhor suporte de sistemas adequados.

Esta dissertação de mestrado irá buscar modelar de forma abrangente o problema das operadoras, utilizando Programação Matemática. Todos os principais objetivos, restrições e incertezas do problema serão mapeados e levados em consideração. Será também proposta uma forma eficiente de solução para o modelo, através de técnicas exatas, utilizando-se software de otimização disponível comercialmente. Esse modelo deverá poder ser posteriormente inserido em um sistema mais completo de gerenciamento das operações de compra e venda de minutos internacionais de uma operadora.

Inicia-se a dissertação, no Capítulo 2, com uma breve revisão da literatura e do estado da arte. No Capítulo 3, vai ser dada uma visão de como as operadoras gerenciam as atividades relacionadas à compra e venda de minutos internacionais, e apresentada uma formulação do problema determinístico. O intuito é familiarizar o leitor com termos e práticas comumente utilizados nesse mercado. No Capítulo 4, discutir-se-ão técnicas para tratar das incertezas presentes no problema. A formulação determinística proposta anteriormente será estendida para tal. Os resultados computacionais serão

apresentados no Capítulo 5 e analisados no Capítulo 6. Conclui-se a dissertação com algumas sugestões para trabalhos futuros, no Capítulo 7.

A visão dada do problema será baseada em minha experiência no gerenciamento dessas atividades, assim como no contato diário com profissionais do setor de outras operadoras. Obviamente, existem nuances em como as diversas operadoras atuam. SILVA e SALONEN (2002) fornecem também uma análise bem detalhada das práticas. Entretanto, devem-se levar em consideração algumas mudanças ocorridas no mercado e nas práticas desde a conclusão do referido trabalho, em Fevereiro de 2002. Esse é um mercado em constante mutação.

## 2. REVISÃO DA LITERATURA E O ESTADO DA ARTE

### 2.1. Revisão da literatura

A literatura disponível sobre o tráfego de chamadas telefônicas internacionais é relativamente extensa, havendo uma concentração de publicações na década de 90. A concentração coincide com o período em que o mercado iniciou o processo de desregulamentação e experimentou as suas maiores taxas de crescimento. Essas publicações endereçam os aspectos econômicos e regulatórios do mercado, abordando os efeitos causados pela entrada de novos competidores e as estratégias adotadas pelos antigos monopolistas e governos.

EINHORN (2002) faz uma revisão da literatura disponível sobre o mercado de telefonia internacional. O autor discute como as operadoras determinam os seus preços de terminação e como a competição no mercado doméstico e as restrições regulatórias afetam o volume de chamadas, o roteamento do tráfego e os preços. Também foram pesquisados os impactos dos preços, das condições econômicas e dos fatores demográficos no volume de chamadas.

WALLSTEN (2001) estuda os efeitos dos preços de terminação no volume de chamadas e nos investimentos em infra-estrutura de telecomunicações. Utilizando dados de 179 países entre os anos de 1985 e 1998, o autor observou que os preços de terminação estão negativamente correlacionados com o volume de chamadas, sugerindo que preços menores poderiam estimular o tráfego. Ele também contesta o argumento de que os preços de terminação elevados ajudam no financiamento da infra-estrutura dos países em desenvolvimento, utilizando para tal dados sobre a penetração de telefonia nesses países e sobre as importações de equipamentos de telecomunicações.

ROSSOTTO, WELLENIUS, LEWIN, *et al.* (2004) apontam o surgimento da competição no mercado de telecomunicações como um fenômeno global, abordam as principais justificativas e motivos utilizados pelos governos de alguns países para não abrir os seus mercados e enumeram as exigências regulatórias para que se tenha competição real. São exploradas as razões pelas quais em alguns países as chamadas internacionais são muito baratas enquanto que em outros (geralmente os países mais pobres) os preços são exorbitantes. Os autores estimam que mais de 80% do tráfego de chamadas telefônicas internacionais já seja originado em mercados competitivos,

apesar de apenas 26% dos países em desenvolvimento terem aberto seus mercados. Os motivos desse baixo percentual são: falta de capacidade técnica, regulatória e administrativa para implantação da competição; medo de quebrar a operadora monopolista; medo de redução na arrecadação de impostos; falta de influência política dos órgãos de defesa do consumidor; corrupção; restrição ao livre fluxo de informações. Por fim, os autores comentam a importância dos baixos preços das chamadas internacionais para o aumento da competitividade econômica dos países, facilitação do comércio, integração regional e geração de empregos.

Uma decisão importante que as operadoras devem tomar é quanto tráfego enviar por meio de acordos bilaterais tradicionais, onde as partes estabelecem compromissos para troca de tráfego, e quanto por acordos alternativos. GALBI (1997) apresenta um modelo de equilíbrio para auxiliar as operadoras nessa decisão.

MASON (1998) avalia como a telefonia pela Internet afeta os preços de terminação. O autor revisa o tratamento regulatório e compara os custos e preços de se realizar chamadas pela Internet com os das redes de telefonia comutada tradicionais.

ACTON e VOGELSANG (1992) buscam explicar os minutos originados e terminados entre os EUA e outros 17 países europeus. As variáveis independentes nas equações incluem: preços no varejo durante o horário comercial em ambos os países; número de linhas telefônicas instaladas no país de origem; PIB de ambos os países; volume de comércio entre os países; dimensão dos diversos setores da economia (agricultura, restaurantes, hotéis, bancos, indústrias e transportes). São utilizadas para esse fim séries históricas com dados entre 1979 e 1986. Os autores encontram que a elasticidade dos preços praticados no país de origem do tráfego é bastante negativa. Eles também observam que a elasticidade dos preços praticados nos países de terminação do tráfego (para que seja efetuada uma chamada no sentido inverso) é insignificante, rejeitando com isto a tese de substituição do tráfego. Já os coeficientes do número de linhas telefônicas instaladas e do PIB são significativamente positivos, enquanto que o volume de comércio entre os países não é significativo para o total de chamadas.

SANDBACH (1996) analisa o tráfego entre os países europeus e outros 20 países. Ele modela o tráfego originado e terminado em 140 rotas. As variáveis exógenas incluem três variáveis de preço, o número de linhas telefônicas instaladas nos países de origem e terminação, o PIB, uma variável *“dummy”* para um idioma comum entre os

países, o número de horas de diferença de fuso-horário e o inverso da distância geográfica. As três variáveis de preço buscam capturar a possibilidade de arbitragem.

WRIGHT (1999) estuda os preços praticados entre as operadoras dos EUA e de outras 167 de diversos países durante o período de 1980 a 1996. Ele explica os preços como uma função das diferenças entre a renda per capita, a distância entre os países, a dimensão do país estrangeiro, a população do país estrangeiro, o nível de competição no mercado dos EUA e uma variável “*dummy*” binária representando se há ou não competição no mercado do país estrangeiro. O autor conclui que os níveis de preço praticados e o desbalanço de tráfego (diferença do volume total de tráfego originado e terminado entre dois países) são positivamente relacionados.

O interesse pelos aspectos operacionais do mercado se intensificou apenas nos últimos cinco anos. Com o aumento da competitividade e a diminuição das margens, as operadoras começaram a buscar obter ganhos de eficiência operacional. Nesse mesmo período surgiram os sistemas de suporte para auxiliar no gerenciamento das atividades relacionadas à compra e venda de minutos de chamadas telefônicas internacionais. Os fornecedores desses sistemas de suporte publicaram alguns estudos com o intuito de expor possíveis ganhos a serem obtidos e de promover seus produtos.

SANDBERG (2004), da empresa ASCADE AB, explica a evolução de uma nova classe de sistemas de informática orientados a processos e voltados às necessidades das operadoras internacionais. São os chamados BOS (“*Business Operations Systems*”). Ele comenta os desafios enfrentados pelas operadoras e introduz alguns requisitos típicos e benefícios associados aos BOS. O autor argumenta que, para obterem uma vantagem competitiva, as operadoras precisam ser capazes de prover serviços a custos mais baixos, de se adaptar a novos modelos de negócio e de implementar decisões de maneira automática e rápida.

BROWNE (2004), da empresa PRIME CARRIER, comenta que as operadoras são constantemente desafiadas a gerar maiores margens em seus negócios e que cada vez mais elas olham para seus processos internos como forma de obter estes ganhos. O autor avalia que não basta serem efetuadas excelentes negociações comerciais se elas não forem refletidas rapidamente no roteamento do tráfego das operadoras. Também devem ser considerados outros fatores como a qualidade da rede, o gerenciamento de congestionamentos e uma maior visibilidade dos custos e margens

reais. São identificados quatro desafios principais para o aumento das margens: melhoria da negociação dos preços de compra e venda de minutos; capacidade para resolução de problemas de roteamento complexos; redução de custos pela maior eficiência da rede; mudança da cultura de tomada de decisão reativa para proativa. Ao tentar gerenciar um equilíbrio entre cada um desses pontos, as operadoras se deparam com um grande volume de informações e processos manuais. Com isso acabam por criar uma cultura de operação com restrições. Essas restrições se manifestam de diversas formas, incluindo: por não conseguir processar de maneira eficiente todos os destinos, as operadoras focam apenas nos 20 com maior volume de tráfego e ignoram grandes oportunidades para reduções de custo; limitam o número de alterações na programação do roteamento que são feitas nas Centrais Gateways internacionais, simplesmente porque o processo é muito demorado, e com isto perdem dinheiro; revendem terminação para alguns destinos com prejuízo por não terem uma visibilidade adequada das margens até que seja tarde demais; tomam decisões de milhões de dólares com base em premissas erradas.

Em outro estudo publicado pela empresa PRIME CARRIER (PRIME CARRIER, 2004) são exemplificadas possíveis perdas que podem ocorrer caso as operadoras definam o roteamento do seu tráfego levando em consideração apenas o parâmetro custo.

GLEAVE (2005), da empresa INTEC, observa uma mudança de paradigma no mercado, que deixa de enxergar o tráfego de chamadas telefônicas internacionais como um serviço prestado de forma conjunta pelas operadoras de dois países para se tornar uma *“commodity”* negociada de forma agressiva e afetada pelas forças de mercado. O autor critica a utilização de sistemas não integrados no gerenciamento e monitoração do tráfego de chamadas e acompanhamento dos acordos comerciais.

Em sua dissertação de Mestrado, SILVA e SALONEN (2002) investigam e analisam como as operadoras lidam com as atividades relacionadas à compra e venda de minutos internacionais. Foram conduzidas entrevistas com 26 operadoras de diferentes países e modos de atuação. Os dados obtidos foram compilados e utilizados para a definição de uma segmentação de mercado: grandes *“incumbents”*; pequenas *“incumbents”*; operadoras de atacado; novas entrantes; operadoras móveis. O termo *“incumbent”* vem do idioma inglês e é utilizado para referenciar as operadoras que no passado eram monopolistas estatais (ou ainda o são) em um dado mercado. As operadoras dentro de um mesmo segmento possuem as mesmas necessidades relacionadas às atividades de compra e venda de minutos internacionais. Os autores

utilizam esses resultados no desenvolvimento de uma estratégia de mercado para o sistema de suporte Carrier Cockpit<sup>1</sup>, da empresa ASCADE AB.

Por fim, tem-se o que talvez seja a maior e mais confiável fonte de dados estatísticos sobre esse mercado. O anuário estatístico TeleGeography (BECKERT, STRONGE, MAULDIN, *et al.*, 2004) está disponível desde 1989. Ele fornece dados completos sobre os fluxos de tráfego internacional entre os países, estatísticas sobre os preços praticados no mercado de atacado, custos e “*market-share*” das principais operadoras de 118 países. Os dados são coletados diretamente das operadoras através de questionários. Também são realizadas análises sobre tendências do mercado, como a expansão da telefonia móvel e o seu impacto no volume de tráfego internacional e a entrada de novas tecnologias como o VOIP.

Não foram localizadas publicações sobre quaisquer dos temas acima citados que tenham sido realizadas no Brasil, apesar da grande competitividade existente hoje no mercado brasileiro de telecomunicações para chamadas telefônicas internacionais.

## 2.2. O estado da arte

Hoje já existem no mercado mundial alguns grandes fornecedores que disponibilizam sistemas de suporte para auxiliar no gerenciamento das atividades relacionadas à compra e venda de minutos de tráfego internacional. Entretanto, a adoção desses sistemas pelas operadoras tem se mostrada lenta. Muitas relutam em alterar a forma como já trabalham. Outras alegam que as soluções disponíveis no mercado não se adequam às suas necessidades e que o processo de customização é lento e de elevado custo. Um ponto a se destacar é que esses sistemas se preocupam principalmente com a atividade de monitoramento do tráfego (totais de minutos, indicadores de qualidade etc.) e com a automatização de tarefas (implementação automática de alterações de programação nas Centrais Gateways internacionais). Não é dada ênfase significativa para a otimização das decisões de roteamento do tráfego internacional, buscando simultaneamente diminuir custos, aumentar as receitas, manter a qualidade necessária e ao mesmo tempo cumprir todas as restrições técnicas e de negócio que são impostas às operadoras.

---

<sup>1</sup> Carrier Cockpit é uma marca registrada da ASCADE AB.

Entre os sistemas disponíveis no mercado tem-se o já citado Carrier Cockpit da empresa ASCADE AB, o MOST V<sup>2</sup> da empresa Prime Carrier, o Interconnect OR<sup>3</sup> da empresa INTEC e o iXTools<sup>4</sup> da Telarix. Esses sistemas apresentam funcionalidades muito similares, e uma análise detalhada de cada uma delas foge ao escopo desta dissertação. Certamente, a utilização de qualquer um deles pode trazer benefícios para as operadoras. Porém, benefícios maiores poderiam ser obtidos caso uma maior atenção fosse dada à otimização das decisões. Os decisores são providos de informações precisas e completas, mas ainda cabe a eles analisar estas informações e tirar conclusões.

---

<sup>2</sup> MOST V é uma marca registrada da PRIME CARRIER.

<sup>3</sup> Interconnect OR é uma marca registrada da INTEC Independent Technology Systems Ltd.

<sup>4</sup> iXTools é uma marca registrada da Telarix Inc.

### 3. O PROBLEMA DO ROTEAMENTO DO TRÁFEGO DE CHAMADAS TELEFÔNICAS INTERNACIONAIS

Neste capítulo será apresentado o problema do roteamento do tráfego de chamadas telefônicas internacionais. Inicia-se com uma breve discussão sobre a sua modelagem, na Seção 3.1. A seguir, discutir-se-ão as variáveis de decisão, na Seção 3.2, os parâmetros de entrada, na Seção 3.3, e as restrições, na Seção 3.4. Com base no que foi apresentado nas seções anteriores, na Seção 3.5 vai ser proposta uma formulação matemática para o problema determinístico. Na Seção 3.6, a formulação matemática será reescrita na linguagem OPL (HENTENRYCK, 1999, ILOG, 2003). Por fim, abordar-se-ão possíveis variações do problema e seus reflexos na formulação matemática proposta.

#### 3.1. Modelagem

O problema em questão consiste em se tomar uma decisão ótima, do ponto de vista comercial (menor custo), de como deverá ser programado nas Centrais Gateways internacionais o roteamento do tráfego de chamadas para os diversos destinos internacionais. A decisão tomada deve também respeitar a diversos critérios técnicos.

A periodicidade na qual essa decisão é tomada pode variar significativamente entre diferentes operadoras. Enquanto que em algumas operadoras, com presença forte no mercado atacadista, as alterações de programação podem ser feitas diariamente, em uma grande maioria elas ainda são apenas mensais.

O roteamento do tráfego de chamadas é feito de acordo com uma árvore de encaminhamento, previamente programada nas Centrais Telefônicas. Nessa árvore ficam armazenadas informações de qual rota (ou rotas) deverá ser utilizada para o tráfego destinado a diferentes localidades.

Cada localidade possui uma faixa de numeração associada, que em última instância indica quais os telefones que pertencem a ela. Através da análise do número discado pelo cliente e da comparação deste com a árvore de encaminhamento, é possível se identificar a que localidade o número pertence e como a chamada deverá ser roteada.

Normalmente, a análise da árvore de encaminhamento se restringe aos primeiros dígitos do telefone discado. A profundidade da análise dependerá de quão

segmentado é o roteamento. Para o tráfego telefônico destinado a outros países, muitas vezes observa-se apenas o código do país, que pode possuir dois ou três dígitos. Mas também é comum que sejam feitas segmentações do tipo da rede (telefonia fixa ou móvel) e também das grandes cidades.

Uma ampla gama de problemas de decisão pode ser modelada utilizando-se variáveis inteiras e restrições lineares. Caso se tenha apenas variáveis inteiras no modelo, o mesmo é denominado um modelo de Programação Inteira Pura. Mais comumente ocorrem os modelos de Programação Inteira Mista, onde além das variáveis inteiras, há também variáveis contínuas. Restringindo as variáveis inteiras a dois valores, zero ou um, pode-se representar decisões de não e sim. Conexões lógicas entre essas decisões podem ser impostas através de restrições lineares.

Problemas de Programação Inteira requerem muito mais cálculos que um problema de Programação Linear de mesmo tamanho. A dificuldade dos problemas inteiros em comparação com os problemas contínuos envolvendo números reais e racionais é bem conhecida na Matemática. Enquanto que um problema de Programação Linear, envolvendo milhares de restrições e variáveis, pode ser resolvido quase que de maneira garantida em um período de tempo aceitável, utilizando-se computador e software adequados, a mesma coisa não pode ser dita dos problemas de Programação Inteira. Mesmo com os recentes avanços nas técnicas de modelagem e nos softwares disponíveis e com os computadores cada vez mais rápidos, para muitos problemas reais ainda é necessária a utilização de heurísticas e metaheurísticas.

Para evitar a experiência frustrante de se formular um modelo e posteriormente descobrir que não é possível resolvê-lo em um período de tempo aceitável, deve-se prestar bastante atenção na hora de formulá-lo. Muitas vezes é possível influenciar a maneira de condução dos cálculos em benefício próprio.

O problema do roteamento do tráfego de chamadas internacionais é um problema de decisão que pode ser modelado utilizando-se Programação Inteira Mista, conforme será demonstrado a seguir.

### 3.2. Variáveis de decisão

Em muitos modelos as variáveis de decisão podem assumir somente dois valores, zero ou um. Na modelagem que será proposta, serão adotadas variáveis de decisão

$\gamma_{ij}$  que podem assumir valores inteiros entre zero e 10, representando o percentual do tráfego para cada um dos destinos que deverá ser enviado por cada uma das rotas disponíveis. As Centrais Telefônicas possuem uma funcionalidade denominada “*quota system*”, a qual permite a distribuição do tráfego para um dado destino entre várias rotas em módulos de 10%. Logo, um  $\gamma_{ij} = 10$  significa que 100% do tráfego para o dado destino deve ser enviado pela rota, um  $\gamma_{ij} = 9$  significa 90% e assim por diante.

Conforme será mostrado em maiores detalhes a seguir, um destino não necessariamente significa um país. Um mesmo país pode conter diversos destinos.

Geralmente, as rotas disponíveis estão associadas a diferentes operadoras com as quais há uma interconexão. De maneira simplificada, pode-se encarar uma interconexão como um ponto de interface entre a rede de duas operadoras. Essa interface pode ser feita através de circuitos físicos (fibra óptica), por satélite ou, mais recentemente, através da nuvem da Internet (VOIP). Podem existir casos em que duas operadoras possuam mais de uma rota entre elas.

As interconexões físicas são feitas na sua maioria em países que funcionam como centros para esse mercado (por exemplo, EUA). Operadoras de todo o mundo possuem circuitos de fibra ótica indo de seus países de origem até “*carrier hotels*” (hotéis de operadoras) nesses centros, onde as mesmas hospedam equipamentos que ligam suas redes às das demais. Também são muito utilizadas interconexões fronteiriças entre países vizinhos.

Uma importante pergunta a ser considerada é quais as operadoras que podem completar uma dada chamada para um dado destino. As grandes operadoras de telecomunicações podem estar interconectadas diretamente a um total que varia de 10 a mais de 300 outras operadoras. Na prática, a maioria dessas operadoras é capaz de terminar tráfego em todos os destinos do mundo, seja diretamente (rota direta) ou indiretamente (rota indireta) através da utilização de alguma outra operadora. A situação é exemplificada no diagrama abaixo, um grafo conexo não orientado. Cada operadora do mundo é um nó do grafo, e as rotas que interconectam as operadoras são as arestas. Qualquer operadora que esteja interconectada diretamente ao menos a uma operadora da rede estará interconectada indiretamente a todas as demais.



**Figura 1 - Diagrama simplificado das rotas diretas e indiretas de uma operadora**

Nesse mercado a maioria dos países é subdividida em destinos menores, levando o total de destinos possíveis a mais de 1000. Não há uma padronização na oferta das operadoras, mas é comum trabalhar-se com cerca de 500 destinos. Enquanto algumas subdividem os países apenas em destinos de telefonia fixa e móvel, outras também separam as principais cidades e redes de telefonia móvel, oferecendo preços e qualidades diferenciadas. Abaixo é mostrado um exemplo de subdivisão (também chamado de “quebras” ou “breakouts”) utilizado por uma operadora para o país Reino Unido, com seus respectivos preços por minuto:

<b>Destinos</b>	<b>USD/min</b>
Reino Unido Fixo	0,0150
Reino Unido, Londres	0,0110
Reino Unido Móvel, O2	0,1500
Reino Unido Móvel, Orange	0,1500
Reino Unido Móvel, outras	0,1800
Reino Unido Móvel, números pessoais	0,2800
Reino Unido Móvel, T-Mobile	0,1650
Reino Unido Móvel, Vodafone	0,1600
Reino Unido, NTS 845	0,0650
Reino Unido, NTS 870	0,1330

**Tabela 1 - Exemplo de possível subdivisão para o destino Reino Unido**

Aos destinos está sempre associada uma faixa de numeração. Elas permitirão identificar quais os números telefônicos que correspondem a cada um deles. O conjunto de faixas de numeração de um país compõe o seu plano de numeração.

O plano de numeração de um dado país pode ser um documento extremamente complexo. Até entre operadoras de um mesmo país, é comum haver pequenas divergências. As operadoras trocam esses documentos entre si, mas não existe um plano de numeração mundial oficial. As divergências que ocorrem podem acabar por gerar disputas entre as operadoras com relação a valores devidos.

Por restrições de processamento e de memória, são programadas nas árvores de encaminhamento das Centrais Gateways internacionais versões simplificadas dos planos de numeração. Apenas os destinos mais importantes de um dado país são programados separadamente, sendo os demais agrupados. Normalmente, são separados destinos para onde haja maior volume de tráfego (grandes cidades) e destinos para os quais haja grande diferença nos custos (redes de telefonia móvel).

Por motivos claros, é importante que a programação feita busque se adequar da melhor maneira possível às ofertas recebidas das operadoras com as quais se está interconectado. De nada adianta separar na programação um destino que nenhuma outra operadora separa e para o qual não será possível obter preço melhor ou qualidade diferenciada.

A seguir, é mostrado um exemplo de possível subdivisão para o Brasil, com suas respectivas faixas de numeração:

<b>Destinos</b>	<b>Códigos</b>
Brasil Móvel	55 xx 7 ; 55 xx 8 ; 55 xx 9
Belo Horizonte Fixo	55 31
Brasília Fixo	55 61
Curitiba Fixo	55 41
Porto Alegre Fixo	55 51
Rio de Janeiro Fixo	55 21
Salvador Fixo	55 71
São Paulo Fixo	55 11
Resto do Brasil Fixo	55

**Tabela 2 - Exemplo de possível subdivisão para o destino Brasil, com suas respectivas faixas de numeração**

Como não há padronização nas subdivisões ofertadas pelas operadoras, existe a possibilidade de se realizar arbitragem. Em um caso extremo, suponha que uma operadora ofereça um preço único para todo um país. Esse preço será uma média entre destinos mais caros e mais baratos dentro do país, levando em consideração um perfil de tráfego (distribuição do tráfego entre as subdivisões) esperado. Pode-se optar por trafegar por essa operadora apenas as chamadas para as quais não se conseguir preços separados melhores de outras operadoras. Essa prática é conhecida no mercado como “*grooming*”. Apesar de não ser bem aceita, ainda é utilizada. Como o perfil de tráfego não será o esperado, a operadora que ofereceu um preço único provavelmente terá grandes prejuízos.

Por outro lado, caso seja oferecido por uma operadora um preço extremamente baixo para um dado destino que não está programado, não será possível tirar proveito da oportunidade.

### 3.3. Parâmetros de entrada e considerações

#### 3.3.1. Preço

O primeiro parâmetro a ser considerado no modelo é o preço ofertado para cada destino por cada operadora  $c_{ji}$ .

As operadoras trocam entre si tabelas de preço para os destinos que oferecem. O mercado é extremamente sensível a preços, e a periodicidade em que as tabelas são enviadas pode variar de anual até semanal, dependendo de como uma operadora se posiciona no mercado. É muito comum que os preços estejam atrelados ao volume de tráfego comprometido. Quanto maior o volume, maior o desconto dado.

Por comprometido entenda-se um contrato assinado onde uma dada operadora se compromete a enviar determinados volumes mínimos de tráfego para certos destinos com os preços fixos, em um período de tempo predefinido. Os destinos que costumam ser comprometidos são os de maior volume de tráfego. O termo utilizado no mercado para essa modalidade de compromissos é o *“send or pay”*. Mesmo que o tráfego não seja enviado, ao final do período o mesmo deverá ser pago. Por outro lado, caso o volume seja excedido, é prática conceder-se um desconto adicional.

A prática de compromissos é geralmente feita de forma bilateral. Por exemplo, uma operadora do Brasil pode comprometer todo o seu tráfego para a Alemanha com uma operadora deste país e em troca receber todo tráfego desta para o Brasil. Mas não necessariamente os compromissos são apenas para os países de origem das operadoras. Para destinos comprometidos de forma bilateral, é normal que os preços sejam um pouco superiores aos menores disponíveis no mercado. Abre-se mão do benefício de um melhor preço para o tráfego enviado em troca da garantia do recebimento de tráfego em retorno.

Para os destinos de menor volume e não comprometidos, são aplicados preços independentes do volume de tráfego enviado. O tráfego para esses destinos é denominado de *“hubbing”*.

Outra possibilidade, ainda remanescente da época em que o mercado era dominado por operadoras monopolistas estatais, é o chamado *“settlement rate”*. Nessa modalidade é acordado um preço único para o tráfego trocado entre duas operadoras. Esse preço é sempre bem mais elevado que o praticado pelo mercado. O ajuste é feito nos volumes acordados. Caso os volumes sejam iguais de ambas as partes, o preço se tornará irrelevante e ninguém pagará nada a ninguém.

A justificativa por trás dessa prática vem do fato de que cada uma das operadoras ficava responsável pela metade do custo do circuito internacional utilizado para a

interconexão. Portanto, nada mais justo que os custos fossem divididos. Porém, com o fim do paradigma da distância (preços proporcionais à distância entre os países), a tendência é que essa prática seja extinta. Hoje os custos dos circuitos internacionais são irrelevantes perante aos demais custos associados à prestação do serviço, como custos de marketing, de interconexão no próprio país etc. Outro aspecto interessante com relação ao “*settlement rate*” é o problema que ele sempre representou para as grandes operadoras americanas. Os EUA são responsáveis pela originação de 34% do tráfego de chamadas internacionais do mundo, mas recebem apenas 15% (BECKERT, STRONGE, MAULDIN, *et al.*, 2004). Dessa forma, sempre tiveram relações desbalanceadas e acabavam por pagar quantias substanciais para operadoras de outros países devido a preços inflados artificialmente. O tráfego de chamadas internacionais representou uma importante fonte de receita para diversos países em desenvolvimento ao longo de muitos anos.

Por fim, algumas operadoras também oferecem preços diferenciados por faixa horária (horário normal e horário de pico), seguindo a política de preços praticada no país de destino. Como exemplo pode-se citar o horário reduzido no Brasil, quando é cobrado apenas um pulso por chamada independente de sua duração. Obviamente nesses horários podem ser praticados preços menores. Por outro lado, essa prática eleva ainda mais o grau de complexidade do problema.

As tabelas de preço de cada operadora não são padronizadas, mas delas costumam constar as subdivisões utilizadas pela operadora, as faixas de numeração associadas (com horários associados se for o caso), os preços por minuto e o período de validade destes. Em alguns casos são também incluídos parâmetros de qualidade para os destinos. Geralmente as tabelas são enviadas por meio eletrônico, em planilhas.

A moeda mais comum é o Dólar Americano, porém o Euro vem sendo cada vez mais utilizado. Menos usual mas ainda presente é o SDR, uma moeda criada pelo FMI e que tem o seu valor baseado na cotação de uma cesta de moedas (Euro, Yen, Libra Esterlina e o Dólar Americano). A utilização do SDR ajuda na proteção contra variações súbitas das taxas de câmbio.

Tem-se no modelo um número de preços  $c_{ij}$  igual ao número de destinos utilizados, multiplicado pelo total de rotas diretas disponíveis, ou seja, igual ao número de variáveis de decisão.

### 3.3.2. ASR

As operadoras podem ser mais ou menos sensíveis à qualidade, dependendo de seu posicionamento no mercado. O usual é que elas estabeleçam qual a qualidade mínima aceitável para um dado destino. Para os maiores destinos, com grandes volumes de tráfego, é exigida uma melhor qualidade.

A partir desse limite inferior de qualidade estabelecido é buscada a melhor condição comercial possível, seja o menor preço no caso do tráfego de “*hubbing*” ou um maior retorno pelo envio do tráfego em um acordo bilateral.

A qualidade de uma rota para um dado destino pode ser medida através de parâmetros objetivos facilmente mensuráveis e de outros subjetivos.

O parâmetro mais utilizado é o ASR, sigla para “*Average Seizure Ratio*” (taxa média de completamento). O ASR indica o percentual de chamadas completadas em relação ao número de tentativas realizadas. Diversos fatores podem levar ao não completamento de uma chamada, incluindo congestionamento na rede, linha ocupada e o não atendimento da chamada no número de destino.

O ASR é medido através da análise dos CDR’s (“*Call Detailed Record*”), registros de uso que são gerados pelas Centrais Telefônicas. Os CDR’s são gerados toda vez que uma chamada telefônica é realizada e servem como base para que as mesmas sejam tarifadas e posteriormente cobradas. Nos seus diversos campos ficam registradas informações como o número originador, o número de destino, a duração da chamada caso a mesma tenha completado, entre outras. É possível, através de campos específicos, identificar o motivo caso a chamada não complete.

Os CDR’s gerados são armazenados em grandes bases de dados. Através do processamento das informações dessas bases é possível a identificação do ASR para todos os destinos por cada uma das rotas (assumindo que tenham sido realizadas chamadas). O processamento dessas informações e o monitoramento do ASR são realizados de forma constante pela maioria das operadoras, através da geração de relatórios com periodicidade diária ou menor.

Nos casos em que não existem chamadas suficientes para a medição adequada do ASR, podem vir a ser enviadas pequenas quantidades de chamadas de teste com esta

finalidade. Todas as medições realizadas ficam registradas para servirem de base em futuras decisões.

As operadoras não oferecem garantias quanto ao ASR para um determinado destino no tráfego de “*hubbing*”. Mesmo que o ASR esperado dos destinos seja apresentado nas tabelas de preço, esta informação deve ser encarada apenas como uma referência. As operadoras podem realizar testes conjuntos para tentar endereçar eventuais problemas que possam levar a um baixo ASR, mas caso uma solução não seja encontrada a única opção para a operadora originadora do tráfego é buscar uma rota alternativa.

No modelo tem-se um número de ASR's  $asr_{ij}$  medidos igual ao número de destinos utilizados multiplicado pelo total de rotas diretas disponíveis. Para destinos com pequeno volume de tráfego, em que não haja medições disponíveis para todas as rotas, pode-se utilizar uma média das demais. Futuramente, caso uma rota para a qual não se possuía medição venha a ser selecionada para o envio do tráfego, podem ser realizados testes. Caso o valor real fique abaixo do aceitável, deverá ser tomada nova decisão de roteamento.

É atribuído no modelo um ASR mínimo  $min\_asr_i$  para cada um dos destinos considerados, representando a qualidade mínima aceitável. Caso o envio de tráfego para o destino venha a ser dividido entre duas ou mais operadoras, valerá a média ponderada do ASR. Pode-se optar por enviar parte do tráfego a um preço mais baixo e com qualidade inferior ao mínimo, e o restante com preço mais elevado e qualidade maior, de maneira que na média se obtenha a qualidade desejada.

### 3.3.3. ACD

Outro parâmetro muito utilizado é o ACD, sigla para “*Average Call Duration*” (duração média das chamadas). Assim como ocorre com o ASR, o ACD é medido através do processamento das informações contidas nos CDR's.

O ACD serve como uma forma de se mensurar aspectos subjetivos da qualidade oferecida por uma rota para um destino, entre eles eco, ruídos etc. Caso um usuário, ao realizar uma chamada, considere que a qualidade da mesma não é aceitável, é provável que ele venha a encerrar a mesma rapidamente. Se o problema de qualidade

persistir haverá uma grande ocorrência de chamadas com curta duração, reduzindo o ACD da rota para o destino.

Caso seja identificado um baixo ACD, podem ser realizadas chamadas de teste entre as operadoras para verificar se as curtas durações são devido a problemas na qualidade ou a algum outro motivo.

As operadoras possuem dados históricos do ACD, os quais servem como base de comparação para identificação de problemas. Através desses dados é possível se identificar alguns comportamentos usuais: chamadas para celulares costumam apresentar durações mais curtas; chamadas nos finais de semana costumam apresentar durações maiores que durante a semana etc.

No modelo tem-se um número de ACD's  $acd_{ij}$  medidos igual ao número de destinos utilizados multiplicado pelo total de rotas diretas disponíveis.

É atribuído no modelo um ACD mínimo  $min\_acd_i$  para cada um dos destinos considerados, representando a qualidade mínima aceitável. Assim como no caso do ASR, é possível a utilização de diversas operadoras para um dado destino com o objetivo de se atingir o ACD mínimo ao menor custo possível.

O CLI, "*Calling Line Identification*" (identificação do número originador), é um atributo de qualidade que começa a ser exigido por muitas operadoras. Faz-se aqui uma distinção entre parâmetro e atributo. Um parâmetro pode ser mensurado em uma escala, e atributo é algo disponibilizado ou não. A identificação do número originador da chamada, comum de se ver na tela dos celulares, ainda é rara em chamadas internacionais. Devido à falta de padronização entre as operadoras na sinalização que é transmitida com essa informação, muitas optam por suprimi-la. Para que a informação seja trocada corretamente, as operadoras precisam fazer ajustes e programações específicas em suas Centrais Telefônicas. Por outro lado, a disponibilidade do CLI é encarada como um benefício oferecido que justifica o pagamento de um preço maior.

A disponibilidade ou não de CLI não será considerada no modelo. Porém, o mesmo poder ser facilmente adaptado para tal caso desejado.

#### 3.3.4. Capacidade disponível

As interconexões entre as operadoras são feitas através de circuitos com capacidade limitada. Podem ser utilizados múltiplos E1's, T1's, DS3's ou algum circuito com outra capacidade.

No Brasil, o mais comum é que sejam utilizados E1's. Um E1 é um meio físico com capacidade de transmissão de 2MB/s. Ele é composto de 32 canais de 64kb, sendo 30 alocados para voz e dois para sinalização. Cada chamada utiliza um canal, sendo assim possíveis 30 chamadas simultâneas em um E1.

O dimensionamento de uma rota, a determinação do número de E1's a ser utilizado, deve ser feito considerando os momentos de utilização de pico. As áreas de planejamento de rede em conjunto com as áreas comerciais das operadoras estimam quanto tráfego deverá ser trocado quando estabelecem uma nova rota e já levam em consideração previsões de crescimento do tráfego. Isso porque o estabelecimento de um circuito internacional pode ser um processo longo. Dessa forma evita-se ter que realizar uma expansão na capacidade em um curto período de tempo. Mas também é tomado cuidado para que não seja instalada muita capacidade ociosa, o que oneraria os custos da rota desnecessariamente.

Capacidades usuais para rotas internacionais variam entre 2 e 30 E1's. Em uma rota de 30 E1's é possível trafegar simultaneamente 900 chamadas. Os circuitos podem ser configurados para serem bidirecionais, permitindo chamadas em ambas as direções, ou unidirecionais, permitindo apenas uma direção. O mais comum é o primeiro caso, sendo o segundo utilizado apenas quando se deseja assegurar que a capacidade para uma dada direção será mantida em um determinado nível.

Os cálculos de dimensionamento são feitos utilizando-se Erlangs. Um Erlang é uma unidade de medida da densidade de chamadas em um sistema de telecomunicações. Ele representa o volume total, em minutos, de chamadas realizadas em uma hora. Com o Erlang é possível avaliar os padrões de tráfego para um destino e determinar quantos E1's são necessários para uma rota. O modelo mais comum é o Erlang B, que calcula a capacidade necessária com base na utilização de pico.

Com base nesses cálculos é possível avaliar o total de minutos que pode ser trafegado em uma rota, levando-se em conta os padrões de tráfego, sem que ocorram

congestionamentos. O total pode variar de 300 mil minutos por mês por E1, nas rotas onde há uma maior concentração de chamadas em determinados dias e horários, até mais de 800 mil minutos por mês por E1 nas rotas com uma distribuição relativamente uniforme das chamadas.

Caso seja enviado um volume de tráfego muito maior do que o planejado no dimensionamento da rota, irão ocorrer problemas de capacidade. Quando ocorrem congestionamentos, as chamadas não são perdidas. Elas são automaticamente encaminhadas pela Central Telefônica para uma outra rota com capacidade disponível, seguindo uma priorização definida. Apenas caso todas as rotas estejam congestionadas uma chamada deixará de ser completada. O grande problema para as operadoras nesses casos está no fato de que a decisão de roteamento original não é respeitada. A operadora pode acabar por pagar mais caro, ter uma qualidade inferior ou deixar de cumprir algum compromisso acordado. Logo, é importante que os congestionamentos sejam evitados ao máximo.

No modelo será assumido que a capacidade disponível em cada rota já está definida, assim como as rotas propriamente ditas. As decisões de se estabelecer uma nova rota, através de um novo relacionamento comercial, ou de se expandir uma já existente possuem caráter estratégico. O estabelecimento de um novo relacionamento é sempre precedido de um longo período de negociações contratuais e comerciais. O objetivo do modelo é auxiliar em decisões de caráter operacional, apontando uma programação ótima nas Centrais Gateways para o roteamento do tráfego das chamadas internacionais, com uma periodicidade mensal ou inferior.

Pelos mesmos motivos não serão considerados no modelo custos fixos. Os circuitos internacionais possuem custos fixos associados à sua operação e manutenção. Porém, esses custos são muito inferiores aos variáveis (do tráfego de chamadas) e não podem ser modificados em um curto horizonte de tempo.

É atribuída no modelo uma capacidade  $e_j$  para cada uma das rotas diretas disponíveis, representando uma estimativa do total de minutos que pode ser enviado pela rota no período considerado.

### 3.3.5. Compromissos existentes

As operadoras estabelecem basicamente dois tipos de compromissos. São acordados compromissos de volume para um dado destino e compromissos de receita, neste caso para um grupo de destinos. Em ambos os casos os compromissos costumam ser bilaterais, porém, podem existir acordos em que apenas uma das partes se comprometa.

O compromisso de volume bilateral é a modalidade de compra e venda de tráfego que predomina nesse mercado. As operadoras trocam todo (ou parte de) seu tráfego para o país da outra. As razões da preferência por essa modalidade são diversas: qualidade melhor e estável, já que não são utilizados intermediários entre a rede de origem da chamada e a de destino; preços competitivos, novamente pela ausência de intermediários; aspecto político, afinal, ao se estabelecer uma rota com outra operadora é de se esperar que o tráfego entre as redes das mesmas seja enviado sem o intermédio de terceiros. Existem exceções como, por exemplo, nos casos em que uma operadora possui mais de uma rota para um dado país (muito comum para os EUA).

Nos compromissos de volume bilaterais eventualmente podem ser incluídos países que não os de origem das próprias operadoras. Algumas operadoras se especializam em determinados mercados (ex: América Latina, Ásia, Leste europeu etc.) e buscam captar todo o tráfego possível para os destinos que o compõe como forma de ganhar escala. Como possuem grandes volumes para esses mercados, tem rotas com qualidade estável e preços competitivos.

Na maioria das vezes uma grande parte do volume de tráfego das operadoras está concentrada em poucos destinos. Tipicamente os 20 maiores destinos recebem 75% ou mais do tráfego de uma operadora (BECKERT, STRONGE, MAULDIN, *et al.*, 2004). Esses são justamente os destinos para os quais são buscados acordos de compromisso bilateral. Essa concentração pode ocorrer devido a laços culturais, econômicos, comunidades de imigrantes etc.

Os compromissos de receita são, por sua vez, feitos com base no tráfego de “*hubbing*”. Nesse caso a receita referida é o pagamento efetuado por uma operadora a outra, ou seja, uma operadora se compromete a gastar determinado valor com a outra. Não faz sentido estabelecer compromissos específicos para destinos de pequeno

volume. Eles são muitos e seus volumes são mais susceptíveis a sofrerem variações bruscas de um mês para o outro, tornando o cumprimento de acordos difícil de ser assegurado. Por outro lado, quando considerados em conjunto, eles ainda representam um volume e principalmente um custo significativo para as operadoras. O preço de se enviar uma chamada para esses destinos é em média bem mais elevado do que para os destinos principais. Geralmente são países pequenos, onde o mercado de telecomunicações ainda não é muito desenvolvido e a competição é limitada.

Os compromissos de receita são estabelecidos, portanto, sem que sejam especificados destinos específicos. O objetivo é que um determinado patamar mínimo de receita seja atingido dentro de um período predefinido. Os destinos são selecionados periodicamente com base nas tabelas de preço recebidas das operadoras.

O tráfego originado por uma operadora, seja através de seus clientes próprios no varejo ou da revenda para outras operadoras no mercado de atacado, é uma importante ferramenta para a captação de tráfego de retorno para sua rede. As operadoras buscam obter compromissos que as garantam o máximo de receita possível.

Não é fácil identificar qual o percentual ótimo do tráfego total que deve ser comprometido, considerando-se as diversas incertezas presentes: volume de tráfego para os diversos destinos; preços; problemas de qualidade; câmbio etc. Um compromisso não atingido pode gerar grandes prejuízos para uma operadora. Os volumes e/ou receitas não enviados no período acordado deverão ser pagos da mesma forma. Em situações extremas, caso uma operadora perceba que não irá cumprir um compromisso a tempo, ela pode até optar por vender tráfego para certos destinos abaixo de custo. Essa é uma forma de captar tráfego adicional no mercado de maneira agressiva, para buscar minimizar as perdas. Obviamente, essas situações devem ser evitadas ao máximo.

Quando se vê anúncios de promoções para chamadas internacionais a preços muito baixos, é provável que a operadora esteja apenas tentando captar tráfego adicional para cumprir algum compromisso que esteja por se encerrar. Dessa forma ela recebe ao menos alguma receita em troca das chamadas que terá de pagar para a outra e

pode vir a conquistar novos clientes aumentando o seu “*market-share*”. Possivelmente esse aumento, ou parte dele, irá permanecer após o fim da promoção.

Os compromissos de volume são inseridos no modelo através de parâmetros  $m_{ij}$ , que representam o volume mínimo de minutos a ser enviado para um destino por uma operadora.

Os compromissos de receita com cada uma das operadoras são, por sua vez, inseridos no modelo através de parâmetros  $r_j$ .

### 3.3.6. Volume de chamadas

No modelo são considerados também os volumes totais estimados de tráfego, em um dado período, para cada um dos destinos. Eles são representados por parâmetros  $v_i$ .

Dentre todos os parâmetros enumerados, esse é provavelmente o mais importante e também o mais afetado por incertezas. O volume de tráfego pode variar significativamente devido a um grande número de fatores: ações de concorrentes; sazonalidade; promoções e ações de marketing; feriados e datas especiais; substituição por novas tecnologias (internet); desempenho da economia; imigração; câmbio; entre outros.

Alguns dos fatores só terão influência significativa no longo prazo. Outros podem causar oscilações bruscas com efeitos imediatos. O modelo tem por finalidade auxiliar na tomada de decisões operacionais de curto prazo, logo deve ser dada especial atenção às variações bruscas. Tendências de tráfego no longo prazo devem ser observadas quando da realização do planejamento estratégico da rede, o que foge ao escopo do modelo proposto.

Nesta dissertação não serão discutidas metodologias para previsão do tráfego futuro. Para tal poderiam ser utilizadas técnicas de regressão, redes neurais, média móvel, entre outras. Devido ao grande número de fatores influenciadores e de destinos que deveriam ser analisados, a obtenção de resultados confiáveis é uma tarefa bastante complexa. Entretanto, serão propostas metodologias para se minimizar o impacto das possíveis variações bruscas.

### 3.4. Restrições

O problema do roteamento do tráfego de chamadas internacionais está sujeito às restrições de continuidade, comerciais e de qualidade.

#### *Continuidade:*

- Todo o tráfego deve ser escoado;
- Capacidade máxima das rotas não deve ser excedida;

#### *Comerciais:*

- Compromissos mínimos de volume devem ser atingidos;
- Compromissos mínimos de receita (pagamentos a outras operadoras) devem ser atingidos;
- O tráfego para um destino deve ser enviado apenas por operadoras que tenham apresentado preço para o mesmo (não necessariamente todas as operadoras apresentam preços para todos os destinos);

#### *Qualidade:*

- ASR mínimo estipulado para o destino deve ser atingido;
- ACD mínimo estipulado para o destino deve ser atingido;

A tabela a seguir resume as variáveis, parâmetros e restrições do modelo:

<b>Tipo</b>	<b>Sigla</b>	<b>Significado</b>	<b>Quantidade</b>
Subscrito	i	Destinos	i
Subscrito	j	Operadoras	j
Variável de decisão inteira	$\gamma_{ij}$	Percentual do tráfego para o destino i enviado pela operadora j	i x j
Variável de desvio	$x_j$	Variável de desvio para a restrição de compromisso de receita	j
Variável de desvio	$y_{ij}$	Variável de desvio para a restrição de compromisso de volume	i x j
Parâmetro	$c_{ij}$	Preço do minuto para o destino i pela operadora j	i x j
Parâmetro	$asr_{ij}$	ASR do destino i pela operadora j	i x j
Parâmetro	$min\_asr_i$	ASR mínimo para o destino i	i
Parâmetro	$acd_{ij}$	ACD do destino i pela operadora j	i x j
Parâmetro	$min\_acd_i$	ACD mínimo para o destino i	i
Parâmetro	$e_j$	Capacidade de minutos da rota com a operadora j	j
Parâmetro	$m_{ij}$	Volume mínimo de minutos para o destino i que deve ser enviado pela operadora j	i x j
Parâmetro	$r_j$	Compromisso mínimo de receita a ser enviada para a operadora j	j
Parâmetro	$v_i$	Volume total de minutos estimado para o destino i	i
Restrição	(3.5.2)	Escoar todo o tráfego	i
Restrição	(3.5.4)	Respeitar capacidade máxima das rotas	j
Restrição	(3.5.5)	Atingir compromissos de volume	i x j
Restrição	(3.5.3)	Atingir compromissos de receita	j
Restrição	(3.5.6)	Utilizar apenas operadoras com preço para o destino	i x j
Restrição	(3.5.7)	Garantir ASR mínimo	i
Restrição	(3.5.8)	Garantir ACD mínimo	i

**Tabela 3 - Variáveis, parâmetros e restrições do modelo**

As siglas das restrições correspondem aos números de suas equações, conforme será apresentado a seguir. As variáveis de desvio  $x_j$  e  $y_{ij}$  terão os seus significados discutidos adiante.

### 3.5. Formulação matemática determinística

O problema determinístico pode ser modelado como:

*Minimizar custo total*

$$\sum_i \sum_j (v_i c_{ij} \frac{\gamma_{ij}}{10}) + \sum_j (x_j) + \sum_i \sum_j (y_{ij} c_{ij}) \quad (3.5.1)$$

S.A.

$$\sum_j (\gamma_{ij}) = 10 \quad \text{para todo } i \quad (3.5.2)$$

$$\sum_i (v_i c_{ij} \frac{\gamma_{ij}}{10}) + x_j \geq r_j \quad \text{para todo } j \quad (3.5.3)$$

$$\sum_i (v_i \frac{\gamma_{ij}}{10}) \leq e_j \quad \text{para todo } j \quad (3.5.4)$$

$$(v_i \frac{\gamma_{ij}}{10}) + y_{ij} \geq m_{ij} \quad \text{para todo } i \text{ e } j \quad (3.5.5)$$

$$c_{ij} + \gamma_{ij} \leq M \quad \text{para todo } i, j \text{ e } M \text{ muito grande} \quad (3.5.6)$$

$$\sum_j (\frac{\gamma_{ij}}{10} \text{ asr}_{ij}) \geq \text{min\_asr}_i \quad \text{para todo } i \quad (3.5.7)$$

$$\sum_j (\frac{\gamma_{ij}}{10} \text{ acd}_{ij}) \geq \text{min\_acd}_i \quad \text{para todo } i \quad (3.5.8)$$

$$v_i, c_{ij}, x_j, y_{ij}, r_j, e_j, m_{ij}, M, \text{ asr}_{ij}, \text{ min\_asr}_i, \text{ acd}_{ij}, \text{ min\_acd}_i \geq 0$$

$$0 \leq \gamma_{ij} \leq 10 \quad \text{e inteiro}$$

A Função Objetivo (3.5.1) visa minimizar o custo total do tráfego. Faz-se um somatório, para cada destino e para cada operadora, do volume total de tráfego estimado multiplicado pelo preço por minuto e pelo respectivo percentual do tráfego. Como as  $\gamma_{ij}$  são variáveis que assumem valores entre zero e 10, devem ser divididas por 10 para que venham a representar o percentual de tráfego (o 10 equivalendo a 100%).

Os outros dois termos da Função Objetivo correspondem, respectivamente, às penalidades pelo não cumprimento dos compromissos de receita e pelo não cumprimento dos compromissos de volume.

As variáveis de desvio  $x_j$  representam o valor de receita compromissada que deixei de enviar para cada uma das operadoras. Como há um compromisso e esse valor deverá ser pago, ele é somado diretamente na Função Objetivo.

As variáveis de desvio  $y_{ij}$ , por sua vez, representam o número de minutos compromissados para cada destino por cada uma das operadoras que deixei de enviar. Esses minutos também deverão ser pagos. O custo deles é calculado multiplicando-se o valor de  $y_{ij}$  pelos seus respectivos preços por minuto  $c_{ij}$ , sendo o total somado na Função Objetivo.

A restrição (3.5.2) garante que, para cada destino, a soma dos percentuais alocados as diversas operadoras totalize 100%.

O cumprimento dos compromissos de receita é assegurado pela restrição (3.5.3). Tem-se que, para cada uma das operadoras, o somatório em todos os destinos do volume total de tráfego estimado, multiplicado pelo seu preço por minuto, e pelo seu respectivo percentual de tráfego alocado deve ser maior ou igual ao compromisso assumido. Nessa restrição são inseridas as variáveis de desvio  $x_j$  já discutidas.

A capacidade máxima de minutos em cada uma das rotas não é ultrapassada graças à restrição (3.5.4). Tem-se que, para cada uma das operadoras, o somatório em todos os destinos do volume total de tráfego estimado, multiplicado pelo seu respectivo percentual de tráfego alocado, deve ser menor ou igual à capacidade máxima.

Na restrição (3.5.5) é garantido o cumprimento dos compromissos de volume. Para cada um dos destinos e cada uma das operadoras, é calculado o volume de minutos alocado. Esse deverá ser maior ou igual ao mínimo estipulado pelos compromissos (se existirem). Nada impede que seja enviado mais tráfego que o mínimo comprometido. Nessa restrição são inseridas as variáveis de desvio  $y_{ij}$ , já discutidas.

Na restrição (3.5.6), o  $M$  representa um número muito grande em comparação com os  $c_{ij}$ . Sempre que uma operadora não apresentar preço para algum destino, faz-se este preço igual a  $M$ . Dessa forma, a restrição irá impedir que algum destino venha a ser enviado por uma operadora que não tenha apresentado preço para o mesmo. A  $\gamma_{ij}$  correspondente deverá ser zero para que a restrição seja atendida.

As restrições (3.5.7) e (3.5.8) são similares. A primeira assegura que o ASR mínimo estipulado para cada um dos destinos será atingido e a segunda o mesmo com relação ao ACD. Tem-se que, para cada um dos destinos, o somatório em todas as operadoras do respectivo percentual de tráfego alocado multiplicado pelo ASR (ACD) correspondente deve ser maior ou igual ao ASR (ACD) mínimo estipulado.

O número total de restrições é igual a  $3i + 2j + 2ij$ .

	<b>Mínimo</b>	<b>Máximo</b>
<b>Rotas Diretas</b>	10	300
<b>Destinos</b>	450	1.000
<b>Variáveis de decisão</b>	4.500	300.000
<b>Variáveis de desvio</b>	4.510	300.300
<b>Restrições</b>	10.370	603.600

**Tabela 4 - Total de variáveis e restrições na formulação determinística**

### 3.6. Implementação OPL da formulação determinística

#### 3.6.1. OPL Studio

A formulação matemática do modelo discutida na seção anterior foi implementada utilizando-se a linguagem OPL (*“Optimization Programming Language”*), uma linguagem própria para problemas de otimização combinatória (HENTENRYCK, 1999, ILOG, 2003). A OPL foi motivada por linguagens de modelagem mais tradicionais,

como AMPL (FOURER, GAY, KERNIGHAN, 2002) e GAMS (BROOKE, KENDRICK, MEERAUS, *et al.*, 1998), mas possui algumas vantagens. Entre elas está a possibilidade de se especificar um procedimento de busca customizado para o problema em questão.

A linguagem OPL é utilizada pelo ambiente de desenvolvimento para aplicações de otimização combinatória OPL Studio 3.7<sup>5</sup>. Devido ao grande número de variáveis e restrições do modelo, torna-se imprescindível a utilização de uma linguagem que simplifique a modelagem e resolução de diversas instâncias do problema.

O OPL Studio 3.7 faz uso do CPLEX 9.0<sup>6</sup>, um “*solver*” que possui os mais modernos algoritmos para problemas de otimização, sendo capaz de resolver, após poucos minutos, instâncias de problemas com milhares de variáveis inteiras em um computador pessoal.

O OPL Studio também oferece uma linguagem de “*script*”, chamada de OPLScript. Com ela é possível automatizar a resolução de diversas instâncias do problema, alterar os dados de entrada e formatar os dados de saída entre outras possibilidades.

ATAMTURK e SAVELSBERGH (2004) discutem os avanços obtidos ao longo da última década nos softwares de otimização, seus algoritmos e parâmetros de configuração que podem influenciar de forma significativa no tempo de resolução dos problemas. Em particular são abordados o CPLEX, o LINDO<sup>7</sup> (LINDO SYSTEMS, 2002) e o XPRESS-MP<sup>8</sup> (DASH OPTIMIZATION, 2004).

A Programação Linear está no cerne dos métodos de “*branch and bound*” para Programação Inteira. BIXBY, FENELON, GU, *et al.* (2002) verificaram que o CPLEX apresentou um ganho de velocidade de 2360 vezes entre 1998 e 2002, e que no mesmo período um ganho adicional de 800 vezes foi obtido devido a avanços nos processadores dos computadores. É bem provável que instâncias reais do modelo proposto não fossem passíveis de solução em tempo aceitável até poucos anos atrás.

---

<sup>5</sup> OPL Studio é uma marca registrada da ILOG S.A.

<sup>6</sup> CPLEX é uma marca registrada da ILOG S.A.

<sup>7</sup> LINDO é uma marca registrada da Lindo Systems Inc.

<sup>8</sup> XPRESS-MP é uma marca registrada da Dash Optimization Ltd.

### 3.6.2. Código OPL

O código OPL completo para a formulação determinística proposta se encontra nos Apêndices. A seguir, serão comentados alguns segmentos mais relevantes do código.

- É definido um novo tipo de dados, denominado de *Boolean*, que pode assumir valores inteiros entre zero e 10. Esse tipo será utilizado para as variáveis de decisão  $\gamma_{ij}$ .

```
range Boolean 0..10;
```

- Os dados das instâncias foram armazenados em planilhas por simplicidade. Outras alternativas seriam as utilizações de um banco de dados ou de arquivos texto formatados. São carregados em seqüência: lista de destinos considerados  $i$ ; lista de operadoras  $j$ ; preços  $c_{ij}$ ; volumes  $v_i$ ; compromissos de receita  $r_j$ ; capacidades das rotas  $e_j$ ; compromissos de volume  $m_{ij}$ ; asr mínimo  $min\_asr_i$ ; acd mínimo  $min\_acd_i$ ; asr do destino pela operadora  $asr_{ij}$ ; acd do destino pela operadora  $acd_{ij}$ .

```
enum i ...;
enum j ...;

float+ c[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "Rates!B4:U453");
float+ v[i]
    from SheetRead(sheet_database, "Volumes!B4:B453");
float+ r[j]
    from SheetRead(sheet_database, "Commitments!B4:B23");
float+ e[j]
    from SheetRead(sheet_database, "Capacity!C4:C23");
float+ m[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "Open!B4:U453");
float+ min_asr[i]
    from SheetRead(sheet_database, "Volumes!C4:C453");
float+ min_acd[i]
    from SheetRead(sheet_database, "Volumes!D4:D453");
float+ asr[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ASR!B4:U453");
float+ acd[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ACD!B4:U453");
```

- A OPL fornece o comando “*assert*” para verificação da consistência dos dados utilizados. Com isso é possível evitar problemas devido ao uso de dados

incorretos e economizar tempo. No bloco a seguir são realizadas as seguintes verificações: todos os destinos possuem ao menos um preço sendo oferecido por alguma das operadoras (é utilizado o valor 9.9999 para representar  $M$ , um número muito grande, quando uma operadora não apresenta preço para um destino), ou seja, existe ao menos uma opção de envio do tráfego para todos os destinos; somente podem ser estabelecidos compromissos de volume quando há um preço sendo oferecido pela operadora para o destino; o volume total do tráfego a ser enviado não ultrapassa a capacidade total disponível nas rotas; há sempre ao menos uma operadora oferecendo o ASR mínimo exigido para um destino; há sempre ao menos uma operadora oferecendo o ACD mínimo exigido para um destino; todos os destinos para os quais há compromisso de volume atendem a exigência de ASR mínimo; todos os destinos para os quais há compromisso de volume atendem a exigência de ACD mínimo.

```

assert forall(q in i)
  min(o in j) c[q,o] < 9.9999;

assert forall(q in i, o in j)
  if m[q,o] > 0 then c[q,o] < 9.9999 endif;

assert sum(q in i) v[q] <= (sum(o in j)
  e[o]);

assert forall(q in i)
  max(o in j) asr[q,o] >= min_asr[q];

assert forall(q in i)
  max(o in j) acd[q,o] >= min_acd[q];

assert forall(q in i, o in j)
  if m[q,o] > 0 then asr[q,o] >= min_asr[q] endif;

assert forall(q in i, o in j)
  if m[q,o] > 0 then acd[q,o] >= min_acd[q] endif;

```

Antes de iniciar o processo de otimização o OPL já nos informa se alguma das verificações acima falhar, interrompendo a sua execução.

- Todas as estimativas de volume iguais a zero são alteradas para um valor muito pequeno. Com o volume zerado a Função Objetivo não é penalizada e qualquer operadora poderia ser escolhida, sem se levar em conta os preços. Caso haja um pequeno volume de tráfego, uma possibilidade já que se está utilizando uma estimativa, tem-se um custo adicional desnecessário.

```

initialize
  forall(q in i)
    if v[q] = 0 then v[q] = 0.1 endif;

```

- São declaradas as variáveis de desvio  $x_j$  e  $y_{ij}$ , assim como as variáveis de decisão  $\gamma_{ij}$ . As variáveis de decisão são do tipo *Boolean*, podendo assumir valores entre zero e 10.

```

var float+ x[j];
var float+ y[i,j];
var Boolean gama[i,j];

```

- A Função Objetivo e as restrições são apresentadas com seus respectivos números (conforme a Tabela 3) para comparação com a formulação matemática.

```

(3.5.1)
minimize
  sum(q in i, o in j) (v[q] * c[q,o] * gama[q,o]/10) +
  sum(o in j) (x[o]) +
  sum(q in i, o in j) (y[q,o] * c[q,o])

subject to {

```

```

(3.5.2)
forall(q in i)
  sum(o in j) gama[q,o] = 10;

```

```

(3.5.3)
forall(o in j)
  sum(q in i) (v[q] * c[q,o] * gama[q,o]/10) + x[o] >= r[o];

```

```

(3.5.4)
forall(o in j)
  sum(q in i) (v[q] * gama[q,o]/10) <= e[o];

```

```

(3.5.5)
forall(q in i, o in j)
  (gama[q,o]/10 * v[q]) + y[q,o] >= m[q,o];

```

```

(3.5.6)
forall(q in i, o in j)
  if c[q,o] = 9.9999 then
    gama[q,o] = 0
  endif;

```

```

(3.5.7)
forall(q in i)
  sum(o in j) (gama[q,o]/10 * asr[q,o]) >= min_asr[q];

(3.5.8)
forall(q in i)
  sum(o in j) (gama[q,o]/10 * acd[q,o]) >= min_acd[q];

};

```

A única diferença com relação à formulação matemática está na restrição (3.5.6). A OPL fornece comandos condicionais *if-then-else* que tornam a representação da restrição mais intuitiva.

- O segmento final do código serve para a realização de algumas contas, que serão utilizadas posteriormente na análise dos resultados, e para a formatação e gravação dos resultados obtidos.

Utilizando-se a linguagem OPL é possível representar o modelo de forma compacta e intuitiva, apesar do grande número de variáveis e restrições envolvidas.

### 3.7. Formulações alternativas

A formulação proposta procura cobrir os principais parâmetros, restrições e critérios de decisão utilizados pelas operadoras. Entretanto, podem existir pequenas diferenças no tratamento do problema entre as operadoras. Apesar de bastante completo, o modelo não esgota todas as possibilidades. A seguir, serão sugeridas algumas alterações que podem ser feitas ao modelo para adequá-lo a necessidades específicas.

#### 3.7.1. Penalidade pelo não cumprimento de compromissos

É pouco provável que na prática uma operadora pague para outra o valor integral dos compromissos de receita ou de volume que venham a ser descumpridos. É possível que as mesmas venham a renegociar os acordos, prorrogando o prazo, substituindo os destinos por outros ou simplesmente pagando um valor menor do que o valor integral. Como o tráfego não foi enviado, a operadora de destino não teve custos associados ao mesmo. Pode-se argumentar que o justo seria apenas pagar a margem que a operadora de destino teria com esse tráfego.

Uma alternativa possível na modelagem do problema é a de se incluir fatores redutores na Função Objetivo associados aos termos que representam as penalidades pelo não cumprimento desses compromissos. A Função Objetivo fica sendo:

$$\sum_i \sum_j (v_i c_{ij} \frac{\gamma_{ij}}{10}) + \pi_r \sum_j (x_j) + \pi_v \sum_i \sum_j (y_{ij} c_{ij}) \quad (3.7.1)$$

Aqui  $\pi_r$  representa o fator redutor associado ao compromisso de receita e  $\pi_v$  representa o associado ao de volume. Ambos podem assumir valores entre zero e um.

Uma análise de sensibilidade pode ser feita através da resolução do modelo para diferentes valores de  $\pi_r$  e  $\pi_v$ . Com os resultados obtidos pode-se construir uma fronteira de eficiência.

Deve-se ter em mente, por outro lado, que o não cumprimento dos compromissos poderá causar desgaste no relacionamento entre as operadoras e prejudicar futuras negociações. Essas situações devem ser evitadas ao máximo, o que pode justificar a não utilização desses fatores.

### 3.7.2. Preços incrementais

Na modelagem proposta foram considerados preços constantes. Entretanto, podem ocorrer situações em que os preços variem.

Nos acordos com compromisso de volume é comum que haja um desconto no preço uma vez que o volume mínimo de minutos seja atingido. Esse preço com desconto é denominado preço incremental e é válido apenas para os minutos que excedem o compromisso (minutos incrementais).

Essa situação pode ser modelada com a utilização de variáveis binárias  $\delta 1_{ij}$  e  $\delta 2_{ij}$ , de variáveis  $v\_inc_{ij}$ , de parâmetros  $c\_inc_{ij}$  e de novas restrições. As variáveis  $v\_inc_{ij}$  representam os minutos incrementais e os parâmetros  $c\_inc_{ij}$  os preços incrementais. A Função Objetivo (3.5.1) e a restrição (3.5.3) devem também ser alteradas, respectivamente para:

$$\sum_i \sum_j ( m_{ij} c_{ij} \delta_{1ij} + v_i \frac{\gamma_{ij}}{10} c_{ij} \delta_{2ij} + v\_inc_{ij} c\_inc_{ij} ) + \sum_j ( x_j ) + \sum_i \sum_j ( y_{ij} c_{ij} ) \quad (3.7.2)$$

$$\sum_i ( m_{ij} c_{ij} \delta_{1ij} + v_i \frac{\gamma_{ij}}{10} c_{ij} \delta_{2ij} + v\_inc_{ij} c\_inc_{ij} ) + x_j \geq r_j \quad \text{para todo } j \quad (3.7.3)$$

As restrições que devem ser adicionadas são:

$$\delta_{1ij} + \delta_{2ij} = 1 \quad \text{para todo } i \text{ e } j \quad (3.7.4)$$

$$m_{ij} - M \delta_{2ij} \leq v_i \frac{\gamma_{ij}}{10} \quad \text{para todo } i, j \text{ e } M \text{ muito grande} \quad (3.7.5)$$

$$m_{ij} + M \delta_{1ij} > v_i \frac{\gamma_{ij}}{10} \quad \text{para todo } i, j \text{ e } M \text{ muito grande} \quad (3.7.6)$$

$$v\_inc_{ij} = ( v_i \frac{\gamma_{ij}}{10} - m_{ij} ) \delta_{1ij} \quad \text{para todo } i \text{ e } j \quad (3.7.7)$$

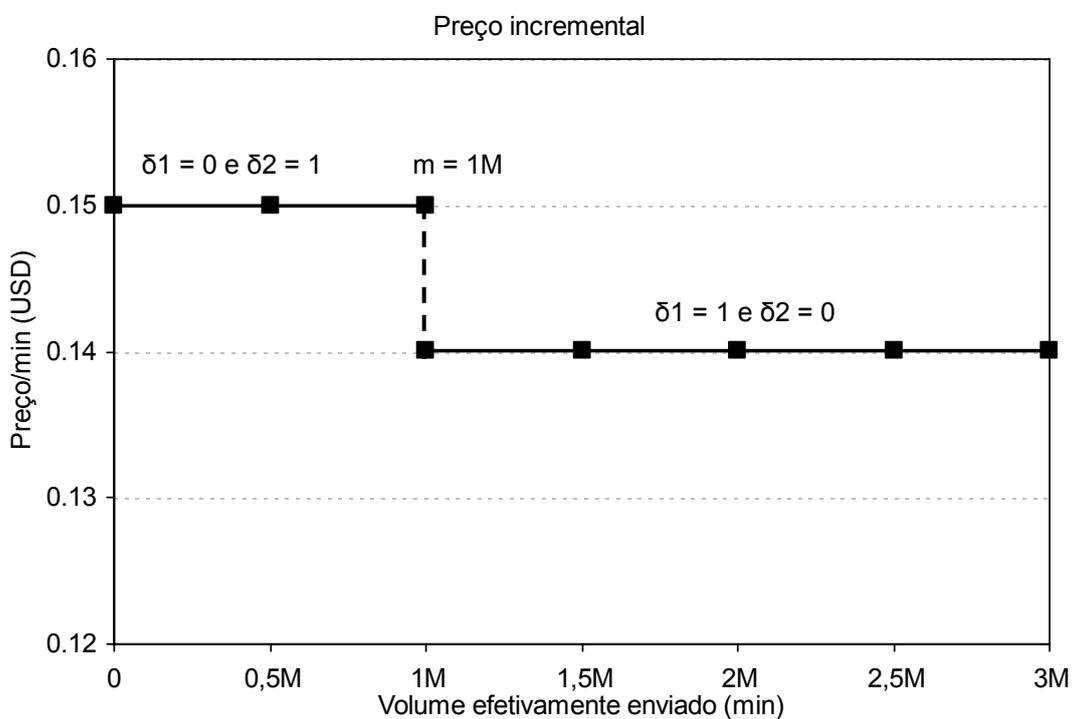
$$\delta_{1ij}, \delta_{2ij} \in \{0, 1\}$$

$$v\_inc_{ij}, c\_inc_{ij} \geq 0$$

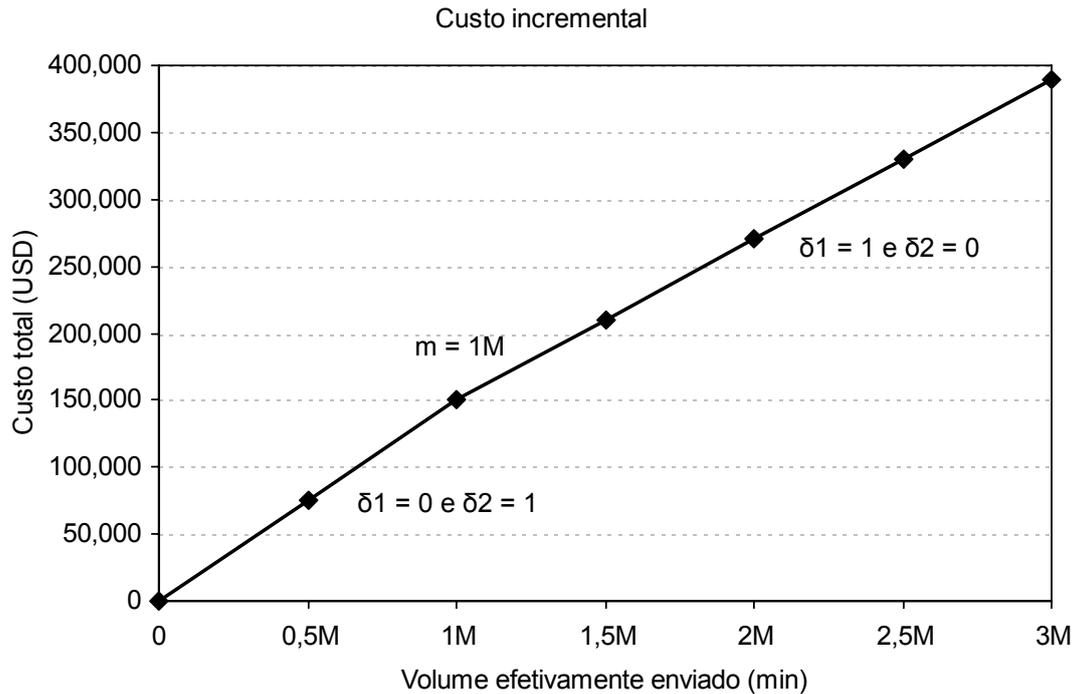
As variáveis binárias  $\delta_{1ij}$  e  $\delta_{2ij}$  servem como artifício para que seja considerado na Função Objetivo apenas o menor valor entre  $m_{ij}$  e  $v_i \gamma_{ij} / 10$ . Caso o compromisso de volume  $m_{ij}$  seja maior do que o tráfego efetivamente enviado  $v_i \gamma_{ij} / 10$ , deve-se considerar apenas o tráfego efetivamente enviado. Caso o tráfego efetivamente enviado seja maior do que o compromisso de volume, é considerado o preço  $c_{ij}$  para o tráfego comprometido e o preço  $c\_inc_{ij}$  para os minutos incrementais. A restrição (3.7.4) garante que apenas uma das variáveis binárias assumirá o valor um.

As restrições (3.7.5) e (3.7.6) forçam  $\delta_{2_{ij}}$  igual a um e  $\delta_{1_{ij}}$  igual a zero quando o compromisso de volume for maior que o tráfego efetivamente enviado. O contrário ocorre quando o tráfego enviado for maior do que o compromisso.

A restrição (3.7.7) calcula os minutos incrementais  $v_{inc_{ij}}$ . Eles serão iguais a zero, caso o volume de tráfego efetivamente enviado seja menor que o compromisso de volume, ou iguais à diferença entre o tráfego efetivamente enviado e o compromisso, caso contrário. Todas as demais restrições permanecem inalteradas. Os gráficos a seguir representam o procedimento para um dado destino e operadora:



**Figura 2 - Representação gráfica do preço incremental**



**Figura 3 - Representação gráfica do custo total incremental**

Ao todo estarão sendo adicionadas ao modelo 4ij restrições, ij variáveis e 2ij variáveis binárias.

### 3.7.3. Descontos por faixa

Para o tráfego de “*hubbing*” podem ser ofertados preços de variam de acordo com o volume de minutos enviado. São estabelecidas duas ou mais faixas de volume. Ao final do período, dependendo da faixa que seja atingida para cada destino, é aplicado um preço diferenciado (quanto maior o volume de minutos menor o preço por minuto). Esse preço vale para todos os minutos enviados para o destino no período.

Considerando-se duas faixas de volume, e se definindo a matriz  $T_{ij}$  como representando, para cada destino e operadora, a partir de qual volume de minutos há uma redução no preço, deve-se alterar a Função Objetivo (3.5.1) e as restrições (3.5.3) e (3.5.6) respectivamente para:

$$\sum_i \sum_j (v_i \frac{\gamma_{ij}}{10}) (c1_{ij} \lambda1_{ij} + c2_{ij} \lambda2_{ij}) + \sum_j (x_j) + \sum_i \sum_j (y_{ij} c1_{ij}) \quad (3.7.8)$$

$$\sum_i (v_i \frac{\gamma_{ij}}{10}) (c1_{ij} \lambda1_{ij} + c2_{ij} \lambda2_{ij}) + x_j \geq r_j \quad \text{para todo } j \quad (3.7.9)$$

$$c1_{ij} + \gamma_{ij} \leq M \quad \text{para todo } i, j \text{ e } M \text{ muito grande} \quad (3.7.10)$$

Além disso, devem ser adicionadas as seguintes restrições:

$$\lambda1_{ij} + \lambda2_{ij} = 1 \quad \text{para todo } i \text{ e } j \quad (3.7.11)$$

$$\lambda1_{ij} \frac{\gamma_{ij}}{10} v_i \leq T_{ij} \quad \text{para todo } i \text{ e } j \quad (3.7.12)$$

$$\lambda2_{ij} T_{ij} < \frac{\gamma_{ij}}{10} v_i \quad \text{para todo } i \text{ e } j \quad (3.7.13)$$

$$\lambda1_{ij}, \lambda2_{ij} \in \{0, 1\}$$

$$T_{ij} \geq 0$$

As variáveis binárias  $\lambda1_{ij}$  e  $\lambda2_{ij}$  servem como artifício para que apenas um preço seja considerado ( $c1_{ij}$  ou  $c2_{ij}$ ), dependendo do volume de minutos enviado pela operadora para o destino. A restrição (3.7.11) garante que apenas uma delas assumirá o valor um. As demais restrições permanecem inalteradas.

Essa proposta, apesar de permitir que sejam incluídos descontos por faixa no modelo, adiciona enorme complexidade ao mesmo. Nessa nova formulação, tem-se mais 3ij restrições e mais 2ij variáveis binárias.

O procedimento descrito pode ser facilmente generalizado para mais do que duas faixas de volume, através da utilização de variáveis  $\lambda3_{ij}$ , de parâmetros  $c3_{ij}$  e de uma outra matriz  $T2_{ij}$ . Entretanto, o custo computacional para resolução do modelo ficaria

ainda mais proibitivo. Os gráficos abaixo representam o procedimento para um dado destino e operadora:

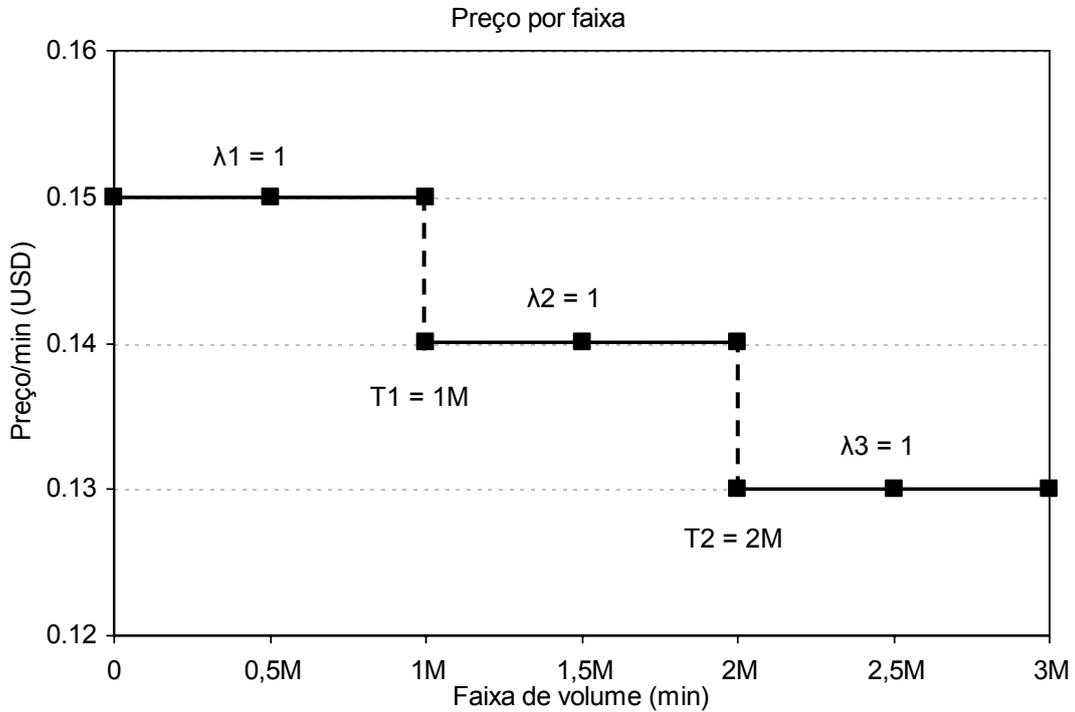


Figura 4 - Representação gráfica dos preços por faixa

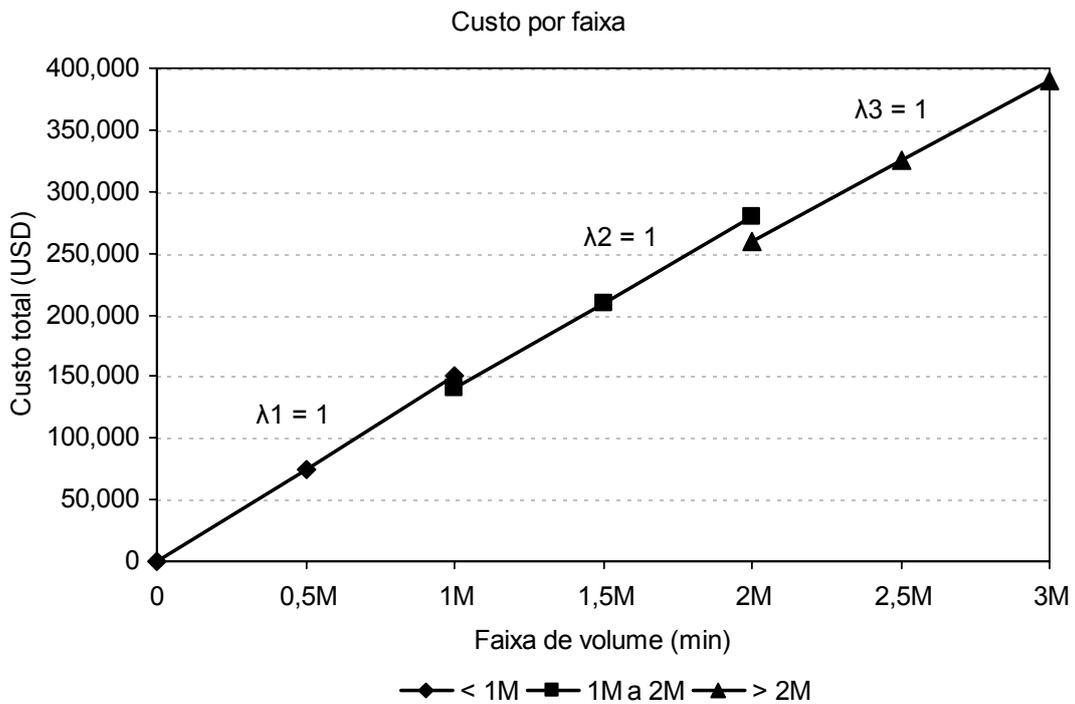


Figura 5 - Representação gráfica do custo total por faixa

### 3.7.4. CLI

Particularmente para os destinos mais importantes e com maior volume, as operadoras têm buscado rotas de melhor qualidade. Um atributo cada vez mais considerado é o CLI, a identificação do número originador.

Pode-se definir um vetor binário  $min\_cli_i$  e uma matriz binária  $cli_{ij}$  como parâmetros do modelo. Um elemento do vetor  $min\_cli_i$  assumirá o valor um sempre que o CLI for exigido para o destino em questão e zero caso contrário. A matriz  $cli_{ij}$  indicará para cada destino e operadora que o CLI está disponível quando o seu elemento correspondente assumir o valor um, assumindo o valor zero caso contrário.

Com a adição da seguinte restrição pode-se garantir que a solução do modelo irá contemplar a exigência de CLI, quando existir:

$$\begin{aligned} \gamma_{ij} cli_{ij} &\geq min\_cli_i \quad \text{para todo } i \text{ e } j && (3.7.14) \\ cli_{ij}, min\_cli_{ij} &\in \{0, 1\} \end{aligned}$$

A Função Objetivo e as demais restrições permanecem inalteradas. Ao todo estarão sendo adicionadas ao modelo  $ij$  restrições.

## 4. O PROBLEMA ESTOCÁSTICO

O modelo proposto vai ser estendido, neste capítulo, a fim de passar a endereçar as diversas incertezas que afetam o problema do roteamento do tráfego de chamadas telefônicas internacionais.

Primeiro, serão discutidas, brevemente, na Seção 4.1, as técnicas que podem ser adotadas para incorporar e tratar incertezas em um contexto de otimização, depois, na Seção 4.2, abordadas as diversas incertezas que afetam o problema. Na Seção 4.3, a Programação Robusta, técnica utilizada para minimizar o impacto das incertezas na solução do modelo, ganhará uma introdução, seguida pela apresentação da formulação matemática robusta, na Seção 4.4. Finalmente, a formulação matemática robusta será reescrita na linguagem OPL, na Seção 4.5.

### 4.1. Modelagem de incertezas

No capítulo anterior foi proposto um modelo para o problema do roteamento do tráfego de chamadas telefônicas internacionais, no qual se assumiu que os diversos parâmetros de entrada eram determinísticos.

Em problemas reais, salvo raras exceções, não se tem controle sobre diversos parâmetros que influenciam no resultado final de um modelo. Depara-se com muitas incertezas, dados incompletos e uma gama de possíveis decisões muito ampla. Em aplicações ligadas à administração, os dados incertos prevalecem. A demanda por um produto ou serviço, os custos e o consumo de recursos são exemplos típicos de dados que costumam ser conhecidos com incerteza e associados a alguma distribuição de probabilidade. Nas ciências sociais os dados são geralmente incompletos como, por exemplo, em um censo parcial da população. Na Física e na Engenharia os dados são muitas vezes afetados por erros de medição.

Em contraste, o universo da Programação Matemática ainda é em grande parte determinístico. Uma das maneiras mais utilizadas para se endereçar incertezas nos problemas de otimização ainda é resolver o problema determinístico com os valores esperados dos parâmetros. Entretanto, a solução ótima baseada nesse cenário pode estar distante da ótima caso um outro cenário ocorra (KOUVELIS, YU, 1997).

BAI, CARPENTER e MULVEY (1997) sugerem, para conciliar as contradições entre o mundo real e o universo da Programação Matemática, que sejam feitas análises de sensibilidade nos parâmetros afetados pela incerteza. Caso se verifique que as recomendações dadas pela solução ótima obtida são sensíveis a esses parâmetros, deve-se buscar uma solução viável alternativa. Por outro lado, se forem relativamente pouco afetadas por perturbações nos parâmetros, o problema é considerado solucionado. Mas a análise de sensibilidade dos parâmetros, feita individualmente, ainda ignora a interação que ocorre entre os diversos parâmetros, quando estes variam de forma simultânea. Além disso, ela é sempre reativa, descobrindo o impacto das incertezas somente nas recomendações dadas pela solução obtida. MULVEY, VANDERBEI e ZENIOS (1995) acreditam que é necessária uma abordagem proativa. São necessárias formulações que, de cara, forneçam soluções menos sensíveis às incertezas dos parâmetros que as formulações clássicas da Programação Matemática.

BAI, CARPENTER e MULVEY (1997) comentam uma outra metodologia, que é a utilização de restrições subjetivas em partes do modelo. Por exemplo, um investidor com aversão a risco pode querer limitar os recursos de sua carteira que são alocados em ações a 40% do total, devido à volatilidade do mercado.

Pode-se também adotar a utilização de cenários pessimistas (pior caso) para os parâmetros. As soluções obtidas dessa forma podem ser muito conservadoras e potencialmente muito caras.

Existem ainda diversas outras abordagens para se incorporar e tratar as incertezas em um contexto de otimização. Dois exemplos são a Programação Estocástica (DANTZIG, 1955, KALL, WALLACE, 1994) e a Programação Dinâmica (BERTSEKAS, 1987).

Os modelos de Programação Estocástica utilizam distribuições de probabilidade para os parâmetros e requerem sua descrição completa. Com isso crescem de tamanho muito rapidamente e se tornam de difícil solução. Geralmente é feita uma decomposição em dois ou mais estágios, com o intuito de se reduzir o tempo computacional necessário. No primeiro estágio são tomadas as decisões iniciais (decisões de projeto). Essas são seguidas por eventos aleatórios e novas decisões (decisões operacionais) com base nestes eventos. O processo se repete para cada um dos estágios adicionais. Mesmo quando existem dados históricos, a identificação correta das distribuições de probabilidade associadas aos parâmetros pode ser

bastante difícil. Essa dificuldade fica ainda mais acentuada quando se está lidando com problemas que envolvam um elevado número de parâmetros.

As abordagens citadas, apesar de considerarem as incertezas presentes nos problemas reais, não levam em consideração a aversão a risco como definida pela teoria clássica da decisão. Segundo BAI, CARPENTER e MULVEY (1997) existem diversos motivos que explicam essa falta de atenção à aversão a risco. Profissionais treinados em otimização possuem pouca experiência com ferramentas de análise da decisão e especialmente com o processo de se definir uma função utilidade. Além disso, pesam as premissas adotadas e o fato de que os indivíduos são geralmente inconsistentes e tendenciosos ao tomar decisões em ambientes de incerteza.

A Programação Robusta, sugerida por MULVEY, VANDERBEI e ZENIOS (1995), integra formulações de Programação por Metas com uma descrição dos parâmetros do modelo baseada em cenários discretos. Ela gera uma série de soluções, próximas à ótima, que são progressivamente menos afetadas por mudanças de cenários dos parâmetros. A Programação Robusta tem uma aplicabilidade maior que a Programação Estocástica e trata a questão da aversão a risco, apesar de também possuir limitações.

A descrição dos parâmetros incertos através de cenários discretos pode ser feita com a ajuda de especialistas. A definição dos cenários é uma tarefa difícil, exigindo que o especialista identifique quais os principais fatores que causam incerteza e depois descreva a relação entre eles. O entendimento dessas relações ajuda a eliminar cenários pouco realistas (KOUVELIS, YU, 1997). Deve-se buscar reduzir o número de cenários para manter a complexidade do modelo em um nível aceitável. Uma vez que os cenários estejam definidos, cada um deve receber uma probabilidade de ocorrência. Essas probabilidades podem variar ou serem todas iguais. A análise de sensibilidade das probabilidades ajuda a garantir que a solução obtida não depende de valores exatos.

BEM-TAL e NEMIROVSKI (2000) estudaram 90 problemas da coleção NETLIB<sup>9</sup> quanto à estabilidade das soluções. Assumindo que os dados dos problemas NETLIB são aproximações com 0,1% de precisão, eles verificaram qual seria o efeito da incerteza na viabilidade da solução ótima apontada. Ao realizar essa análise para cada

---

<sup>9</sup> <http://www.netlib.org>

um dos problemas da coleção, observaram violações de até 450% em algumas restrições. Quando a violação observada foi muito grande, eles aplicaram a Programação Robusta e obtiveram uma nova solução mais estável. Também foi feita uma análise do custo dessa estabilidade. Os autores concluíram que, ao se passar da solução ótima convencional para uma com maior estabilidade, muitas vezes o custo adicional será insignificante. Para os problemas estudados e com as perturbações de 0,1%, o custo adicional não passou de 1% em nenhum dos casos.

#### 4.2. Incertezas do problema

Conforme discutido no capítulo anterior, o objetivo do modelo proposto é auxiliar em decisões de caráter operacional que são geralmente tomadas com uma periodicidade mensal ou até inferior. Por esse motivo, no âmbito do modelo, só faz sentido considerar variações nos parâmetros que ocorram dentro desse horizonte de tempo e que possam ter influência significativa nos resultados apontados.

As fontes de incerteza são muitas e as operadoras podem possuir maior ou menor controle sobre elas: os equipamentos utilizados podem falhar; a operadora e/ou os seus concorrentes podem tomar ações de marketing para tentar conquistar uma fatia maior do mercado; as taxas de câmbio podem oscilar; o ambiente regulatório pode sofrer modificações; o desempenho da economia de um país pode melhorar ou piorar; novas tecnologias podem ser utilizadas pelas operadoras para melhorar o desempenho e reduzir custos na prestação do serviço; novas tecnologias podem ser utilizadas pelos clientes finais, eliminando a necessidade do serviço da operadora; as comunidades de imigrantes podem crescer ou diminuir; as relações comerciais entre dois países podem expandir ou reduzir etc.

Algumas dessas fontes de incerteza provavelmente só terão uma influência significativa no longo prazo. Outras podem ter efeitos imediatos, alterando os parâmetros do modelo dentro do horizonte de tempo considerado. Uma vez que os parâmetros sejam alterados, é grande a possibilidade de que a solução apontada não seja mais ótima. Porém, ainda precisaria-se saber se a distância do ótimo é relevante ou pode ser desconsiderada.

Os parâmetros do modelo com comportamento estocástico, afetados por incertezas, são: o volume total de minutos para um destino  $v_i$ ; a capacidade de minutos da rota

com uma operadora  $e_j$ ; o ASR oferecido por uma operadora para um dado destino  $asr_{ij}$ ; o ACD oferecido por uma operadora para um dado destino  $acd_{ij}$ .

O volume total de minutos para um destino  $v_i$  refere-se ao tráfego que cursa pela rede da operadora, e não ao tráfego do mercado como um todo para o dado destino. As operadoras possuem controle limitado sobre o volume total de minutos para um destino que cursa pela sua rede e um controle menor ainda sobre o tráfego total do mercado. O tráfego total do mercado para um destino pode ser influenciado pelas operadoras através de reduções de preço ao cliente final sustentáveis no longo prazo e que possam estimular a geração de tráfego novo. Promoções tendem a estimular a migração temporária do tráfego entre as redes de diferentes operadoras, e não a geração de tráfego novo. O “bolo” continua do mesmo tamanho, apenas a divisão das “fatias” é que é alterada. As promoções são obviamente ferramentas muito utilizadas por trazerem resultados no curto prazo. Mas deve-se ter em mente que outras operadoras atuantes no mercado irão utilizar os mesmos artifícios para tentar recuperar qualquer espaço perdido. O volume total de minutos para os destinos é sem dúvida a maior e mais relevante fonte de incerteza do modelo.

O número de E1's que compõem a rota entre duas operadoras não irá variar no horizonte de tempo que está sendo considerado. Porém, deve-se lembrar que é usual os canais dos E1's serem configurados de maneira bidirecional, aceitando o tráfego em ambas as direções. Portanto, como o volume de tráfego enviado pela outra operadora pode variar, variam também o número de canais disponíveis. A capacidade de minutos da rota com uma operadora  $e_j$  deve ser estimada levando-se em conta a previsão de envio de tráfego por parte da outra operadora. Caso o real fique acima da estimativa poderá haver congestionamento na rota, influenciando de forma negativa nos resultados do modelo. As operadoras monitoram a utilização das rotas e podem tomar ações conjuntas para corrigir eventuais problemas. Logo há um bom grau de controle sobre essa fonte de incerteza.

É natural que o ASR  $asr_{ij}$  e o ACD  $acd_{ij}$  oferecidos pelas operadoras para os diversos destinos apresentem pequenas variações ao longo do tempo. Esses indicadores de qualidade são afetados por fatores como congestionamentos, linhas ocupadas e falhas em equipamentos entre outros. As operadoras estabelecem níveis mínimos aceitáveis para ambos. As pequenas variações não causam preocupação, uma vez que dificilmente são suficientes para que os níveis mínimos sejam desrespeitados. Os problemas maiores geralmente ocorrem com o tráfego de “hubbing”. O tráfego pode

passar pela rede de mais operadoras no seu caminho até o destino final. Isso eleva o número de possíveis locais para falhas. A resolução de problemas de qualidade pode exigir a interface entre diversas operadoras e incluir a troca de equipamentos, a expansão de capacidade etc. Na prática, quando confrontadas com uma baixa qualidade em uma rota para um determinado destino, as operadoras passam a utilizar outra até que a falha seja solucionada. A solução da falha pode demorar de dias até meses. Essa é também uma fonte de incerteza relevante. O seu grau de importância será maior ou menor dependendo do posicionamento da operadora no mercado e de quanto ela valorizar a qualidade em suas rotas.

Uma tarefa muito difícil, senão impossível, é avaliar de maneira correta qual o efeito que todos esses fatores podem ter na solução apontada pelo modelo quando atuam simultaneamente (o que sempre ocorrerá na prática). Mas um especialista pode, de forma criteriosa, definir um universo de cenários para as variações dos parâmetros. Para tal ele conta, além de sua experiência, com bases de dados confiáveis mantidas pelas operadoras. Uma vez que não é possível eliminar os fatores que causam incerteza, devem-se buscar soluções que se apresentem estáveis diante delas.

#### 4.3. Programação Robusta

A Programação Robusta foi desenvolvida com o intuito de fornecer uma abordagem prática para se lidar com incertezas. A idéia chave é definir-se um universo de cenários plausíveis para os parâmetros do modelo. Ela introduz na Função Objetivo um termo para garantir que as recomendações do modelo são próximas ao ótimo, independentemente de qual cenário se realizar. Quando isso ocorre diz-se que a solução é robusta no universo dos cenários (LAGUNA, 1998). A robustez do modelo, por outro lado, indica que a solução do modelo é sempre viável ou quase viável para todo o universo de cenários.

Existem diversas diferenças fundamentais entre a Programação Estocástica e a Programação Robusta. Ambas tentam utilizar informações sobre a incerteza em problemas de Programação Inteira Mista. Entretanto, a Programação Estocástica considera somente a minimização do custo esperado ou a maximização do lucro esperado, deixando de considerar a variabilidade na solução. Por esse motivo, a solução obtida pela Programação Estocástica pode ser distante da ótima se os parâmetros do problema sofrerem alterações. A programação Estocástica necessita de distribuições de probabilidade completas, enquanto que a Programação Robusta

utiliza cenários discretos para descrever os parâmetros incertos. Adicionalmente, a Programação Robusta pode ser utilizada por decisores com aversão a risco.

As decisões tomadas com base nos resultados dos modelos de Programação Robusta requerem menor atenção que as da Programação Estocástica, já que não é tão crítica a realização de ajustes uma vez que os parâmetros incertos se realizem. Aplicada em um problema de planejamento de pessoal, a Programação Estocástica irá indicar uma força de trabalho que possa ser ajustada (através de contratações e demissões) para atender a demanda pelo menor custo. Mas a importante consideração de se manter estabilidade na força de trabalho não é capturada. O modelo de Programação Robusta irá indicar uma força de trabalho que precise de poucos ajustes para atender a demanda em todos os cenários. Porém, o custo resultante será maior que o da Programação Estocástica (LAGUNA, 1998).

Outra importante distinção entre a Programação Robusta e a Programação Estocástica é a forma como são tratadas as restrições do modelo. Os programas estocásticos buscam encontrar valores para as variáveis de projeto (decididas antes do evento aleatório) de maneira que seja sempre possível alguma configuração das variáveis operacionais (decididas após o evento aleatório) que satisfaça a todas as restrições. Caso contrário, o modelo de Programação Estocástica é declarado inviável. O modelo de Programação Robusta, por outro lado, permite explicitamente que as restrições sejam violadas. Através da utilização de termos de penalidade na Função Objetivo, ele encontrará a solução que menos viole as restrições (LAGUNA, 1998). As distinções entre Programação Robusta e Programação Estocástica são claras, sendo que cada uma destas metodologias possui o seu domínio de aplicações.

A Programação Robusta não deve ser encarada como uma panacéia da Programação Matemática frente a parâmetros incertos. As suas formulações são mais complexas e computacionalmente mais exigentes que os modelos tradicionais. Mas a necessidade de robustez nas soluções tem sido reconhecida em um número cada vez maior de aplicações, o que justifica a sua utilização crescente.

BUTLER, AMMONS e SOKOL (2003) propõem que os modelos de Programação Robusta sejam subdivididos em duas categorias básicas, modelos de arrependimento (*“regret models”*) e modelos de variabilidade (*“variability models”*). O *“arrependimento”* de um cenário é medido como a diferença entre o custo da solução adotada e o custo da solução ótima para este cenário. A diferença pode ser expressa em termos

absolutos ou percentuais, e os modelos de arrependimento buscam minimizá-la ou limitá-la. Já os modelos de variabilidade controlam a distribuição dos custos através da inclusão do desvio padrão ou da variância na Função Objetivo. Os autores também propõem uma formulação robusta geral e demonstram que os modelos de arrependimento e variabilidade podem ser derivados dela. A seguir, serão discutidas as duas categorias e a formulação geral em maiores detalhes.

#### 4.3.1. Modelos de arrependimento

KOUVELIS e YU (1997) definem dois critérios de arrependimento. A decisão de desvio robusto (*“robust deviation decision”*) é aquela que exhibe o menor desvio do ótimo no pior caso, considerando-se todas as decisões e cenários possíveis. Eles também definem a decisão robusta relativa (*“relative robust decision”*) como sendo a que exhibe o menor desvio relativo do ótimo no pior caso. Esses critérios servem para controlar, considerando-se o cenário mais negativo, o que pode acontecer com base nas decisões tomadas.

GUTIERREZ, KOUVELIS e KURAWARWALA (1996) desenvolvem um outro critério de arrependimento. Ao invés de endereçar o pior caso, eles propõem que a solução adotada esteja a  $p\%$  da solução ótima para qualquer cenário possível. Eles adicionam uma nova restrição ao modelo para assegurar a robustez da solução.

#### 4.3.2. Modelos de variabilidade

Uma abordagem alternativa para a robustez de um modelo é encontrar uma solução próxima da ótima e que não seja muito sensível à realização de nenhum dos cenários possíveis (BAI, CARPENTER, MULVEY, 1997). Esses modelos de Programação Robusta incluem uma medida da variabilidade ao invés de arrependimento. O objetivo é se minimizar os custos esperados (ou maximizar o lucro esperado) e ao mesmo tempo reduzir a variabilidade no universo de possíveis cenários. A variabilidade pode ser medida através da variância (MULVEY, VANDERBEI, ZENIOS, 1995) ou do desvio padrão (GOETSCHALCKX, AHMED, SHAPIRO, *et al.*, 2001), sendo que nos dois casos a Função Objetivo se torna não linear. Ambos os métodos também assumem uma penalidade simétrica, sendo igualmente ruim que o resultado esteja acima ou abaixo do esperado. Também já foram utilizadas outras medidas de variabilidade para permitir uma penalidade assimétrica como, por exemplo, a função de utilidade esperada de von Neumann-Morganstern (BAI, CARPENTER, MULVEY, 1997) e a

média parcial superior (AHMED, SAHINIDIS, 1998). Mas essas medidas são geralmente difíceis de serem computadas. Adicionalmente, quando os coeficientes em um modelo são incertos, as restrições podem não ser satisfeitas para todos os cenários. Em situações como essa, é conveniente que sejam introduzidas variáveis adicionais para representar a folga nas restrições. Essas variáveis são incluídas na Função Objetivo como uma penalidade pela não viabilidade (MULVEY, VANDERBEI, ZENIOS, 1995).

#### 4.3.3. Formulação robusta geral

Para esta formulação, proposta por BUTLER, AMMONS e SOKOL (2003), tem-se as seguintes definições adicionais:

Tipo	Sigla	Significado
Conjunto	$\Omega$	Conjunto de todos os cenários
Subscrito	$\omega$	Cenário $\omega \in \Omega$
Parâmetro	$\rho_\omega$	Probabilidade de ocorrência do cenário $\omega$
Parâmetro	$\lambda$	Penalidade de robustez
Parâmetro	$O^*_\omega$	Valor do lucro ótimo para o cenário $\omega$ . É obtido a partir da formulação determinística
Variável	$\alpha_\omega$	Desvio relativo robusto para o cenário $\omega$
Variável	$L_\omega$	Lucro robusto para o cenário $\omega$

**Tabela 5 - Variáveis e parâmetros da formulação robusta geral**

A formulação robusta geral é:

*Maximizar*

$$\sum_{\omega} ( \rho_{\omega} ( L_{\omega} - \lambda \alpha_{\omega} ) ) \quad (4.3.1)$$

S.A.

$$\text{medida de robustez} \leq \alpha_{\omega} \quad \text{para todo } \omega \quad (4.3.2)$$

$$\rho_{\omega}, \lambda, \alpha_{\omega}, \geq 0$$

A equação (4.3.1) é a Função Objetivo robusta e a equação (4.3.2) é denominada restrição de robustez geral. O termo  $\lambda \alpha_\omega$  em (4.3.1) é a penalidade na Função Objetivo, sendo multiplicado pela probabilidade de cada cenário. Por isso, um cenário com uma grande penalidade, mas pequena probabilidade de ocorrência, não influencia demasiadamente na solução apontada.

Utiliza-se apenas um valor do parâmetro  $\lambda$  para todos os cenários. Assim, há apenas um parâmetro para ser ajustado e pode ser criada uma fronteira de eficiência da solução, com diferentes valores de penalidade. O  $\lambda$  é um peso de Programação por Metas, medido em dinheiro, que representa o valor de se estar 100% distante da solução ótima. Portanto, o seu valor será da ordem do lucro. Quando é modificado, a importância relativa do valor esperado e a proximidade do valor ótimo para um cenário  $\omega$  podem ser controladas.

Pode-se obter a formulação de valor esperado fazendo  $\lambda = 0$  e não se utilizando a restrição de robustez geral:

*Maximizar*

$$\sum_{\omega} ( \rho_{\omega} L_{\omega} ) \quad (4.3.3)$$

$$\rho_{\omega} \geq 0$$

Considerando-se a variável  $\alpha_\omega = \alpha$ , onde  $\alpha$  é um parâmetro para o desvio relativo máximo do ótimo permitido, a formulação se iguala à de GUTIERREZ, KOUVELIS e KURAWARWALA (1996):

*Minimizar*

$$- \sum_{\omega} ( \rho_{\omega} L_{\omega} ) \quad (4.3.4)$$

S.A.

$$\frac{O_{\omega}^* - L_{\omega}}{|O_{\omega}^*|} \leq \alpha \quad \text{para todo } \omega \quad (4.3.5)$$

$$\rho_{\omega}, \alpha \geq 0$$

Para todos os cenários  $O_{\omega}^* - L_{\omega} \geq 0$ , uma vez que  $O_{\omega}^*$  é um limite superior para  $L_{\omega}$ . O módulo no denominador da equação (4.3.5) trata os casos em que se tenha um lucro negativo. Dessa forma, o desvio é positivo mesmo quando o lucro ótimo para um cenário é negativo.

KOUVELIS e YU (1997) minimizam os custos máximos. A formulação proposta é bastante conservadora e busca reduzir os efeitos do cenário mais negativo (pior caso) minimizando o maior desvio observado do ótimo para todos os cenários. Pode-se obtê-la considerando  $\alpha_{\omega} = \alpha$  e fazendo o parâmetro de penalidade de robustez  $\lambda$  suficientemente grande, de maneira que o pior cenário domine o valor esperado. Quando  $\alpha_{\omega} = \alpha$ , a restrição de robustez força  $\alpha$  igual ao maior desvio. Se  $\lambda > 1 / \alpha \sum_{\omega} ( \rho_{\omega} L_{\omega} )$ , o termo  $\lambda \alpha$  irá dominar a Função Objetivo e com isto será obtida a formulação minimax de robustez relativa:

*Maximizar*

$$- \alpha \quad (4.3.6)$$

S.A.

$$\frac{O_{\omega}^* - L_{\omega}}{|O_{\omega}^*|} \leq \alpha \quad \text{para todo } \omega \quad (4.3.7)$$

$$\alpha \geq 0$$

Pode-se, de maneira análoga, obter a formulação de desvio robusto de KOUVELIS e YU (1997). Para um  $\varepsilon$  tal que  $\alpha_\omega O_\omega^* \leq \varepsilon$  para todos os  $\omega$ , e para  $\lambda$  suficientemente grande, obtém-se:

*Maximizar*

$$- \varepsilon \quad (4.3.8)$$

S.A.

$$O_\omega^* - L_\omega \leq \varepsilon \quad \text{para todo } \omega \quad (4.3.9)$$

$$\varepsilon \geq 0$$

A formulação robusta geral também pode ser estendida para incluir os modelos de variabilidade. Para isso, deve-se utilizar na restrição geral de robustez uma medida de robustez que inclua o desvio do valor esperado:

$$\bar{L} = \sum_{\omega} \rho_{\omega} L_{\omega} \quad (4.3.10)$$

Para obter a formulação proposta por HODDER e DINCER (1986), deve-se substituir a medida de robustez pela variância. Entretanto, o modelo se torna não linear:

*Maximizar*

$$\sum_{\omega} ( \rho_{\omega} ( L_{\omega} - \lambda \alpha_{\omega} ) ) \quad (4.3.11)$$

S.A.

$$\sum_{\omega} ( \rho_{\omega} ( \bar{L} - L_{\omega} )^2 ) \leq \alpha_{\omega} \quad \text{para todo } \omega \quad (4.3.12)$$

$$\rho_{\omega}, \lambda, \alpha_{\omega}, \geq 0$$

A formulação de GOETSCHALCKX, AHMED, SHAPIRO, *et al.* (2001) é obtida utilizando-se o desvio padrão ao invés da variância:

Maximizar

$$\sum_{\omega} ( \rho_{\omega} ( L_{\omega} - \lambda \alpha_{\omega} ) ) \quad (4.3.13)$$

S.A.

$$\sqrt{\sum_{\omega} ( \rho_{\omega} ( \bar{L} - L_{\omega} )^2 )} \leq \alpha_{\omega} \quad \text{para todo } \omega \quad (4.3.14)$$

$$\rho_{\omega}, \lambda, \alpha_{\omega}, \geq 0$$

Por fim, a formulação de AHMED e SAHINIDIS (1998) é obtida utilizando-se a média parcial superior da seguinte forma. Quando  $L_{\omega}$  é maior que  $\bar{L}$ ,  $\alpha_{\omega} = 0$  e não há nenhuma penalidade. Quando é menor, tem-se que  $\alpha_{\omega} = \bar{L} - L_{\omega}$ . A formulação se torna:

Maximizar

$$\sum_{\omega} ( \rho_{\omega} ( L_{\omega} - \lambda \alpha_{\omega} ) ) \quad (4.3.15)$$

S.A.

$$\bar{L} - L_{\omega} \leq \alpha_{\omega} \quad \text{para todo } \omega \quad (4.3.16)$$

$$\rho_{\omega}, \lambda, \alpha_{\omega}, \geq 0$$

KOUVELIS e YU (1997) e outros assumem que todos os cenários ocorrem com a mesma probabilidade, o que pode ser obtido na formulação robusta geral fazendo-se  $\rho_{\omega} = 1 / \|\Omega\|$  para todo  $\omega$ .

#### 4.4. Formulação matemática robusta

As formulações encontradas na literatura e apresentadas na seção anterior serão agora adaptadas para o problema do roteamento do tráfego de chamadas telefônicas internacionais. Foram selecionadas apenas algumas das formulações encontradas. Apesar de serem diferentes em sua forma e complexidade, todas têm o mesmo objetivo final de fornecer soluções robustas. É de se esperar que os resultados obtidos não sejam muito diferentes entre elas.

Serão consideradas na medida de robustez da solução apenas as fontes de incerteza mais relevantes para o problema, que são o volume total de minutos para os destinos e os ASR e ACD oferecidos pelas operadoras para cada um deles. O volume total de minutos está diretamente ligado aos custos, e fará parte tanto da Função Objetivo quanto da restrição de robustez geral. Já os ASR e ACD oferecidos serão considerados apenas nas suas restrições originais. Para cada destino será buscada uma operadora que atenda as exigências mínimas de ASR e ACD em todo o universo de cenários considerado. Resumindo, os objetivos a serem atingidos pela utilização da formulação robusta são:

- Estabilidade da solução (pequenas variações no custo adicional) frente às variações de volume comumente observadas.
- Restrições de ASR e ACD sendo respeitadas em todo o universo de cenários.
- Pequeno custo adicional para obtenção da estabilidade e não violação das restrições de ASR e ACD.

Devem ser evitadas formulações com penalidade simétrica. Além disso, para assegurar que a solução robusta irá ter um bom desempenho em cenários com menor tráfego total, será utilizada uma medida de robustez relativa na formulação. Uma medida de robustez absoluta iria dar mais ênfase aos cenários com maior tráfego, o que não é justificável. A preocupação das operadoras é controlar o custo percentual adicional incorrido, o qual influi diretamente nas margens do negócio.

Considerando que  $L_\omega$  passe a representar o custo robusto para o cenário  $\omega$ , ao invés do lucro robusto, tem-se:

$$L_\omega = \sum_i \sum_j (v_{i\omega} c_{ij} \frac{\gamma_{ij}}{10}) + \sum_j (x_{j\omega}) + \sum_i \sum_j (y_{ij\omega} c_{ij}) \quad (4.4.1)$$

A equação (4.4.1) é similar à Função Objetivo da formulação matemática determinística. Nela,  $v_{i\omega}$ ,  $x_{j\omega}$  e  $y_{ij\omega}$  representam, respectivamente, o volume total de minutos estimado para o destino  $i$  no cenário  $\omega$ , a variável de desvio para a restrição de compromisso de receita no cenário  $\omega$  e a variável de desvio para a restrição de

compromisso de volume no cenário  $\omega$ . As variáveis de desvio devem ser distintas para cada cenário. Caso contrário, elas assumiriam o valor imposto pelo cenário com a maior violação. Considerando que todos os cenários ocorrem com a mesma probabilidade, a formulação de valor esperado se torna:

*Minimizar*

$$\frac{1}{\|\Omega\|} \sum_{\omega} L_{\omega} \quad (4.4.2)$$

S.A.

$$\sum_j (\gamma_{ij}) = 10 \quad \text{para todo } i \quad (4.4.3)$$

$$\sum_i (v_{i\omega} c_{ij} \frac{\gamma_{ij}}{10}) + x_{j\omega} \geq r_j \quad \text{para todo } j \text{ e } \omega \quad (4.4.4)$$

$$\sum_i (v_{i\omega} \frac{\gamma_{ij}}{10}) \leq e_j \quad \text{para todo } j \text{ e } \omega \quad (4.4.5)$$

$$(v_{i\omega} \frac{\gamma_{ij}}{10}) + y_{ij\omega} \geq m_{ij} \quad \text{para todo } i, j \text{ e } \omega \quad (4.4.6)$$

$$c_{ij} + \gamma_{ij} \leq M \quad \text{para todo } i, j \text{ e } M \text{ muito grande} \quad (4.4.7)$$

$$\sum_j (\frac{\gamma_{ij}}{10} asr_{ij\omega}) \geq \min\_asr_i \quad \text{para todo } i \text{ e } \omega \quad (4.4.8)$$

$$\sum_j (\frac{\gamma_{ij}}{10} acd_{ij\omega}) \geq \min\_acd_i \quad \text{para todo } i \text{ e } \omega \quad (4.4.9)$$

$$L_{\omega}, v_{i\omega}, c_{ij}, x_{j\omega}, y_{ij\omega}, r_j, e_j, m_{ij}, M, \\ asr_{ij\omega}, \min\_asr_i, acd_{ij\omega}, \min\_acd_i \geq 0 \\ 0 \leq \gamma_{ij} \leq 10 \quad \text{e inteiro}$$

Em comparação com a formulação determinística, o número de variáveis de desvio e de restrições cresce muito rapidamente com o número de cenários. Considerando-se uma instância simples do problema, com 10 rotas diretas, 500 destinos e 10 cenários, o número total de variáveis salta de 10010 para 55100 e o de restrições de 11520 para 65700. O número de variáveis inteiras permanece inalterado, uma vez que as variáveis de desvio são contínuas. A solução obtida será viável para todos os cenários.

Uma formulação similar à de GUTIERREZ, KOUVELIS e KURAWARWALA (1996) pode ser obtida com a mesma Função Objetivo (4.4.2) e adicionando-se a restrição de robustez geral. As restrições (4.4.3) a (4.4.9) permanecem inalteradas:

*Minimizar*

$$\frac{1}{\|\Omega\|} \sum_{\omega} L_{\omega} \quad (4.4.10)$$

S.A.

$$\frac{L_{\omega} - O_{\omega}^*}{O_{\omega}^*} \leq \alpha \quad \text{para todo } \omega \quad (4.4.11)$$

$$\alpha \geq 0$$

Para todos os cenários  $L_{\omega} - O_{\omega}^* \geq 0$ , uma vez que  $O_{\omega}^*$  é um limite inferior para  $L_{\omega}$ . O parâmetro  $\alpha$  representa o desvio relativo máximo do ótimo permitido. Nessa formulação fica assegurado que em nenhum dos cenários o desvio relativo irá ultrapassar o limite especificado. A solução obtida também será viável para todos os cenários.

Pode-se fazer a seguinte comparação entre a formulação de valor esperado e a proposta por GUTIERREZ, KOUVELIS e KURAWARWALA (1996). Na primeira é possível que, para um dado cenário, o desvio seja muito elevado. Mas na média ponderada de todos os cenários ele será baixo. Na segunda o desvio não será muito elevado em nenhum dos cenários, mas em contrapartida é possível que na média ponderada de todos os cenários ele seja maior do que na primeira.

A minimização dos custos máximos proposta por KOUVELIS e YU (1997), por sua vez, pode ser obtida com substituição da Função Objetivo (4.4.2) com a que segue. A restrição de robustez geral (4.4.11) e as restrições (4.4.3) a (4.4.9) permanecem inalteradas:

*Minimizar*

$$\alpha \tag{4.4.12}$$

O  $\alpha$  nessa formulação é uma variável que representa o desvio relativo máximo do ótimo entre todos os cenários. A solução obtida será viável para todos os cenários.

Quando se utiliza uma medida de robustez relativa, a formulação geral proposta por BUTLER, AMMONS e SOKOL (2003) se torna:

*Minimizar*

$$\frac{1}{\|\Omega\|} \sum_{\omega} (L_{\omega} + \lambda \alpha_{\omega}) \tag{4.4.13}$$

S.A.

$$\frac{L_{\omega} - O_{\omega}^*}{O_{\omega}^*} \leq \alpha_{\omega} \quad \text{para todo } \omega \tag{4.4.14}$$

$$\lambda, \alpha_{\omega} \geq 0$$

A variável  $\alpha_{\omega}$  representa o desvio relativo robusto para o cenário  $\omega$ . As restrições (4.4.3) a (4.4.9) permanecem inalteradas e a solução obtida será viável para todos os cenários.

Sendo  $\bar{L} = 1 / \|\Omega\| \sum_{\omega} L_{\omega}$  e as restrições (4.4.3) a (4.4.9) permanecendo inalteradas, obtém-se a formulação de variabilidade utilizando a média parcial superior proposta por AHMED e SAHINIDIS (1998):

*Minimizar custo total*

$$\frac{1}{\|\Omega\|} \sum_{\omega} (L_{\omega} + \lambda \alpha_{\omega}) \quad (4.4.15)$$

S.A.

$$L_{\omega} - \bar{L} \leq \alpha_{\omega} \quad \text{para todo } \omega \quad (4.4.16)$$

$$\lambda, \alpha_{\omega} \geq 0$$

Quando  $L_{\omega}$  é menor que  $\bar{L}$ ,  $\alpha_{\omega} = 0$  e não há nenhuma penalidade. Quando é maior, tem-se que  $\alpha_{\omega} = L_{\omega} - \bar{L}$ . Novamente a solução obtida será viável para todos os cenários.

Por fim, é proposta uma nova formulação que busca minimizar o valor esperado do desvio relativo do ótimo. Ela pode ser obtida com a Função Objetivo que se segue e sem a utilização da restrição de robustez geral. As restrições (4.4.3) a (4.4.9) permanecem inalteradas

*Minimizar*

$$\frac{1}{\|\Omega\|} \sum_{\omega} \left( \frac{L_{\omega} - O_{\omega}^*}{O_{\omega}^*} \right) \quad (4.4.17)$$

No próximo capítulo vão ser apresentados os resultados computacionais obtidos para algumas instâncias do problema utilizando-se as formulações robustas propostas.

#### 4.5. Implementação OPL da formulação robusta

As formulações matemáticas do modelo discutidas na seção anterior foram também implementadas utilizando-se a linguagem OPL. Os códigos OPL completos se encontram nos Apêndices. Serão vistas, a seguir, as novas Funções Objetivo e restrições.

- Formulação de valor esperado

(4.4.2)  
minimize

```
sum(t in omega) (  
  (sum(q in i, o in j) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o]/10)  
  + sum(o in j) (x[o,t])  
  + sum(q in i, o in j) (y[q,o,t] * c[q,o]))  
  * 1/k  
)
```

Aqui, o parâmetro *omega* representa o conjunto de cenários considerados, *k* é a cardinalidade deste conjunto e  $v[q,t]$  representa o volume total de minutos para o destino *q* no cenário *t*. As variáveis  $x[o,t]$  e  $y[q,o,t]$  representam, respectivamente, o desvio de receita da operadora *o* no cenário *t* e o desvio de volume para o destino *q* e operadora *o* no cenário *t*.

– Formulação de GUTIERREZ, KOUVELIS e KURAWARWALA (1996)

(4.4.10)  
minimize

```
sum(t in omega) (  
  (sum(q in i, o in j) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o]/10)  
  + sum(o in j) (x[o,t])  
  + sum(q in i, o in j) (y[q,o,t] * c[q,o]))  
  * 1/k  
)
```

(4.4.11)  
forall(t in omega)  
 (((sum(q in i, o in j) (v[q,t] \* c[q,o] \* gama[q,o]/10)  
 + sum(o in j) (x[o,t])  
 + sum(q in i, o in j) (y[q,o,t] \* c[q,o]))  
 - lcr[t]) / lcr[t]) <= alfa;

O parâmetro  $lcr[t]$  representa o valor do custo ótimo para o cenário *t*, obtido a partir da formulação determinística, e *alfa* representa o desvio relativo máximo do ótimo permitido.

– Formulação de KOUVELIS e YU (1997)

(4.4.12)  
minimize

alfa

Agora o *alfa* representa uma variável que deverá ser minimizada. Ela assumirá o valor do maior desvio relativo do ótimo entre todos os cenários.

- Formulação de BUTLER, AMMONS e SOKOL (2003)

(4.4.13)  
minimize

```
sum(t in omega) (
  (sum(q in i, o in j) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o]/10)
  + sum(o in j) (x[o,t])
  + sum(q in i, o in j) (y[q,o,t] * c[q,o])
  + (lambda * alfa[t])) * 1/k
)
```

(4.4.14)

```
forall(t in omega)
  (((sum(q in i, o in j) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o]/10)
  + sum(o in j) (x[o,t])
  + sum(q in i, o in j) (y[q,o,t] * c[q,o]))
  - lcr[t]) / lcr[t]) <= alfa[t];
```

A variável *alfa[t]* representa o desvio relativo para o cenário *t*.

- Formulação de AHMED e SAHINIDIS (1998)

(4.4.15)  
minimize

```
sum(t in omega) (
  (sum(q in i, o in j) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o]/10)
  + sum(o in j) (x[o,t])
  + sum(q in i, o in j) (y[q,o,t] * c[q,o])
  + (lambda * alfa[t])) * 1/k
)
```

(4.4.16)

```
forall(t in omega)
  ((sum(q in i, o in j) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o]/10)
  + sum(o in j) (x[o,t])
  + sum(q in i, o in j) (y[q,o,t] * c[q,o]))
  - L_) <= alfa[t];
```

O  $L_$  é o valor esperado do custo, sendo calculado como:

```

var float+ L_;
L_ = sum(t in omega)
  ((sum(q in i, o in j) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o]/10)
  + sum(o in j) (x[o,t]) + sum(q in i, o in j)
  (y[q,o,t] * c[q,o])) * 1/k);

```

- Formulação de minimização do valor esperado do desvio relativo do ótimo

(4.4.17)

minimize

```

sum(t in omega) (
  (((sum(q in i, o in j) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o]/10)
  + sum(o in j) (x[o,t])
  + sum(q in i, o in j) (y[q,o,t] * c[q,o]))
  - lcr[t]) / lcr[t]) * 1/k
)

```

## 5. RESULTADOS COMPUTACIONAIS

Neste capítulo serão obtidos resultados computacionais para o problema do roteamento do tráfego de chamadas telefônicas internacionais. Definir-se-ão, na Seção 5.1, algumas instâncias do problema e, na Seção 5.2, os cenários para cada uma delas. As instâncias vão ser resolvidas através da utilização da linguagem OPL e do software OPL Studio. Os resultados obtidos para a formulação determinística e para as diversas variações de formulação robusta serão apresentados, respectivamente, na Seção 5.3 e na Seção 5.4. Por fim, na Seção 5.5, será avaliada a possibilidade de se obterem resultados em tempo aceitável para instâncias maiores do problema. Todos os resultados vão ser tabulados para posterior análise e comparação.

### 5.1. Definição das instâncias

Para que se possa analisar e validar as formulações do modelo propostas, são necessários dados que sejam representativos e próximos à realidade. Devido a questões de confidencialidade e ao mercado extremamente competitivo, serão utilizados dados reais com pequenas modificações. Com o mesmo intuito, também vão ser omitidos os nomes das operadoras envolvidas e os períodos aos quais os dados se referem. Deve-se ter em mente que, apesar de representativos, os dados utilizados não detalham com exatidão a realidade de nenhuma operadora. Ao todo são definidas três instâncias do problema, cada uma delas com dados referentes a um período específico.

Relembrando o exposto até o momento, tem-se que uma instância do problema consiste de: lista de destinos  $i$ ; lista de operadoras  $j$ ; preço por minuto para cada um dos destinos por cada uma das operadoras  $c_{ij}$ ; ASR para cada um dos destinos por cada uma das operadoras  $asr_{ij}$ ; ASR mínimo exigido para cada um dos destinos  $min\_asr_i$ ; ACD para cada um dos destinos por cada uma das operadoras  $acd_{ij}$ ; ACD mínimo exigido para cada um dos destinos  $min\_acd_i$ ; capacidade de minutos da rota com cada uma das operadoras  $e_j$ ; volume mínimo de minutos que deve ser enviado para cada um dos destinos por cada uma das operadoras  $m_{ij}$ ; volume mínimo de receita que deve ser enviada por cada uma das operadoras  $r_j$ ; volume total de minutos estimado para cada um dos destinos  $v_i$ .

Foram utilizadas planilhas para armazenamento dos dados de cada uma das instâncias. Devido ao grande volume de dados de uma instância, os mesmos não serão anexados a este trabalho. Os dados poderão ser obtidos em meio digital mediante contato com o autor<sup>10</sup>.

As instâncias foram definidas com 450 destinos e rotas com 20 operadoras. Os 450 destinos representam aproximadamente um limite inferior do número com o qual as operadoras costumam trabalhar. Para se chegar a esse número os países são divididos em dois destinos cada, um para telefonia fixa e outro para móvel. Porém, não são separadas as principais cidades de cada país e nem é feita distinção entre as diversas redes de telefonia móvel que possam existir. Caso isso fosse feito, o número de destinos iria crescer de forma significativa. As rotas com outras 20 operadoras representam um número usual para operadoras que não atuam fortemente no mercado de atacado. Enquanto que algumas operadoras preocupam-se apenas em ter um número de rotas adequado para enviar o seu próprio tráfego (tráfego gerado pelos seus clientes de varejo, que realizam as chamadas internacionais), outras buscam ativamente coletar tráfego das demais. No primeiro caso não é necessário um número elevado de rotas, uma vez que a grande maioria do tráfego de uma operadora costuma estar concentrado em poucos países. O restante do tráfego, para os demais países, pode ser enviado por essas mesmas rotas de forma indireta. Mas no segundo caso é importante se ter um grande número de rotas, para que sejam coletados grandes volumes de tráfego e obtidos os ganhos de escala associados. Concluímos que as instâncias definidas representam operadoras que não atuam fortemente no atacado, situação esta a da maioria.

Os preços por minuto, ASR e ACD para cada um dos destinos por cada uma das operadoras e o volume total de minutos estimado para cada um dos destinos foram obtidos com base em dados reais de diferentes períodos e modificados pelos motivos já expostos. As modificações realizadas garantem a preservação da confidencialidade sem, no entanto, interferir com a representação de uma situação real. Inicialmente os nomes dos destinos foram reordenados de maneira aleatória. Assim os preços, ASR, ACD e volumes que constam das instâncias referem-se a outros destinos que não os destinos apontados. Nos casos em que o ASR e o ACD para um dado destino por uma dada operadora não estavam disponíveis, foi utilizada a média das demais operadoras para o destino. No caso da falta total de dados para um dado destino (por exemplo,

---

<sup>10</sup> Favor entrar em contato com o autor através do e-mail: [renatoferraz@hotmail.com](mailto:renatoferraz@hotmail.com)

devido à inexistência de tráfego) foi utilizada a média da operadora para todos os destinos. Como esses casos de falta de dados só ocorrem para destinos de pouca expressão, com pouco ou nenhum tráfego, a utilização da média não trará grandes impactos aos resultados apontados. Por fim, os volumes estimados também foram todos multiplicados por um fator constante.

Os ASR e ACD mínimos exigidos para cada um dos destinos foram definidos com base em dados históricos de diferentes períodos, levando-se em conta as suas realidades. O objetivo é o de se buscar a melhor qualidade possível sem que com isto se restrinja demais as opções de operadoras a serem utilizadas, o que poderia em última instância até levar à inviabilidade da solução. Dessa forma, o mínimo exigido em cada um foi um valor que exclui no máximo as quatro operadoras de menor qualidade (correspondendo a 20% das operadoras consideradas). Aqui também foi utilizada a mesma reordenação de nomes dos destinos já mencionada.

A capacidade de minutos das rotas com as operadoras, o volume mínimo de minutos que deve ser enviado para cada um dos destinos por cada uma das operadoras e o volume mínimo de receita que deve ser enviada por cada uma das operadoras foram todos multiplicados pelo mesmo fator constante mencionado anteriormente. Com isso, ficam preservadas as relações existentes entre o volume de tráfego, a capacidade das rotas e os compromissos de volume e receita.

## 5.2. Definição dos cenários

Em cada uma das instâncias foi definido um universo de cenários plausíveis para os parâmetros do modelo (além do cenário de valor esperado). Isso foi feito através da análise de dados históricos dos parâmetros e com o auxílio de especialistas.

Na definição do universo de cenários de uma instância foram considerados seis cenários de volume de minutos, dois cenários de ASR e dois cenários de ACD. Pela combinação dos cenários desses três parâmetros foram definidos 24 cenários, conforme demonstra a tabela a seguir:

Cenário	Volume	ASR	ACD
1	1	1	1
2	1	1	2
3	1	2	1
4	1	2	2
5	2	1	1
6	2	1	2
7	2	2	1
8	2	2	2
9	3	1	1
10	3	1	2
11	3	2	1
12	3	2	2
13	4	1	1
14	4	1	2
15	4	2	1
16	4	2	2
17	5	1	1
18	5	1	2
19	5	2	1
20	5	2	2
21	6	1	1
22	6	1	2
23	6	2	1
24	6	2	2

**Tabela 6 - Definição dos cenários**

Uma vez que nas formulações robustas o número de variáveis de desvio e de restrições cresce muito rapidamente com o número de cenários, os mesmos devem ser limitados sob pena de não mais se obter uma solução para a instância em tempo aceitável.

Conforme já dito, o volume de minutos para cada um dos destinos é a fonte de incerteza mais relevante com a qual se está lidando. Por isso, será considerado um maior número de cenários desse parâmetro. Os seis cenários de volume de minutos foram definidos com base no volume do mês corrente (“Mês 0”) e nas variações

percentuais observadas para cada um dos destinos nos seis meses que o antecedem (“Mês -1” a “Mês -6”). As tabelas a seguir exemplificam o procedimento para três cenários e para alguns destinos:

	<b>Realizado Mês 0</b>	<b>Realizado Mês -1</b>	<b>Realizado Mês -2</b>
<b>País</b>	<b>Volume</b>	<b>Volume</b>	<b>Volume</b>
Alemanha	614.354	635.204	611.439
Alemanha Móvel	200.466	213.424	191.760
Argentina	871.407	854.776	1.151.847
Argentina Móvel	106.356	132.098	253.087
Bélgica	58.130	49.169	43.773
Bélgica Móvel	70.618	68.945	58.054
EUA	6.796.484	7.110.697	7.350.712
Espanha	505.678	547.633	618.698
Espanha Móvel	1.181.310	1.465.232	2.360.581
França	649.460	717.621	715.011
França Móvel	257.485	236.939	226.798
Itália	744.078	787.362	840.524
Itália Móvel	934.131	918.804	1.008.170
Japão	129.441	136.252	143.609
Japão Móvel	179.831	191.758	182.533
Portugal	1.258.892	1.279.294	1.317.559
Portugal Móvel	2.535.913	2.793.905	3.213.932
Reino Unido	419.045	361.481	368.303
Reino Unido Móvel	269.353	191.982	216.493
Suíça	302.441	292.887	314.810
Suíça Móvel	209.752	224.550	249.696

**Tabela 7 - Exemplo de volumes realizados, utilizados no cálculo das variações percentuais**

País	Cenário 1	Cenário 2		Cenário 3	
	Volume	$\Delta v_{10}\%$	Volume	$\Delta v_{21}\%$	Volume
Alemanha	614.354	-3%	594.189	4%	638.232
Alemanha Móvel	200.466	-6%	188.294	11%	223.114
Argentina	871.407	2%	888.361	-26%	646.664
Argentina Móvel	106.356	-19%	85.631	-48%	55.512
Bélgica	58.130	18%	68.724	12%	65.294
Bélgica Móvel	70.618	2%	72.332	19%	83.867
EUA	6.796.484	-4%	6.496.155	-3%	6.574.565
Espanha	505.678	-8%	466.938	-11%	447.595
Espanha Móvel	1.181.310	-19%	952.404	-38%	733.249
França	649.460	-9%	587.772	0%	651.830
França Móvel	257.485	9%	279.812	4%	268.998
Itália	744.078	-5%	703.173	-6%	697.015
Itália Móvel	934.131	2%	949.713	-9%	851.327
Japão	129.441	-5%	122.971	-5%	122.810
Japão Móvel	179.831	-6%	168.646	5%	188.919
Portugal	1.258.892	-2%	1.238.816	-3%	1.222.331
Portugal Móvel	2.535.913	-9%	2.301.744	-13%	2.204.495
Reino Unido	419.045	16%	485.776	-2%	411.282
Reino Unido Móvel	269.353	40%	377.906	-11%	238.857
Suíça	302.441	3%	312.306	-7%	281.379
Suíça Móvel	209.752	-7%	195.929	-10%	188.628

**Tabela 8 - Exemplo de definição dos cenários de volume**

Na Tabela 7 tem-se os volumes de minutos realizados para o mês corrente e os dois meses que o antecedem. Esses volumes são utilizados para o cálculo das colunas  $\Delta v_{10}\%$  e  $\Delta v_{21}\%$  na Tabela 8, as quais representam, respectivamente, a variação percentual de volume entre o “Mês -1” e “Mês 0” e entre o “Mês -2” e “Mês -1”. Nos destinos de pequeno volume foram observadas em alguns casos variações superiores a  $\pm 100\%$ . Destinos de pequeno volume estão mais sujeitos a sofrerem variações bruscas, que podem ser causadas por eventos pontuais de diversas naturezas (“outliers”, ou pontos fora do padrão esperado). Em nossa análise esses eventos pontuais devem ser desconsiderados, e as variações serão limitadas a  $\pm 100\%$ . A noção de “outlier” pode ser um pouco subjetiva, e esse valor é apenas uma proposta considerada adequada com base nos dados das instâncias utilizadas.

O Cenário 1 é definido com os volumes realizados no mês corrente (ou seja, é assumido que os mesmos volumes se repetirão no mês seguinte). Os demais cenários são definidos através da aplicação de cada uma das colunas  $\Delta v\%$  aos volumes do mês corrente. O conceito é de que as variações nos volumes, do mês corrente para o seguinte (no qual se está interessado), serão semelhantes às variações que já tenham ocorrido no passado (no nosso caso nos últimos seis meses).

Os dois cenários de ASR e os dois cenários de ACD foram definidos utilizando-se uma metodologia similar à descrita para os cenários de volume de minutos. A única diferença é que foram considerados apenas o mês corrente e o seu antecessor. A opção pela utilização de um menor número de cenários de ASR e ACD está ligada à menor relevância destes parâmetros e a necessidade de se limitar o total de cenários.

### 5.3. Resultados da formulação determinística

Primeiramente, foram obtidos os resultados para a formulação determinística. Através da utilização da linguagem OPLScript, para automatização do processo, foram obtidas soluções ótimas para cada um dos 24 cenários das três instâncias. O código OPLScript completo se encontra nos Apêndices. Foram utilizadas planilhas para armazenamento dos resultados de cada uma das instâncias. Devido ao grande volume de variáveis de decisão, os valores das mesmas não serão anexados a este trabalho. Para obtê-los em meio digital, favor entrar em contato com o autor<sup>11</sup>. Os resultados para o custo ótimo  $O^*_\omega$  são apresentados nas tabelas a seguir, juntamente com o número de iterações e o tempo computacional gasto:

---

<sup>11</sup> Favor entrar em contato com o autor através do e-mail: [renatoferraz@hotmail.com](mailto:renatoferraz@hotmail.com)

<b>Cenário</b>	<b>O*<math>\omega</math> (USD)</b>	<b>Iterações</b>	<b>Tempo (s)</b>
1	2.005.820	1.263	2,8
2	2.005.933	1.185	1,7
3	2.006.670	1.379	3,0
4	2.006.720	1.402	4,0
5	1.971.369	1.538	5,2
6	1.971.293	1.250	3,5
7	1.971.901	1.963	8,2
8	1.972.026	1.693	5,9
9	1.910.773	1.533	4,2
10	1.911.012	1.733	6,0
11	1.910.828	1.243	3,1
12	1.910.948	1.169	3,0
13	2.349.654	2.119	7,6
14	2.349.196	2.227	7,6
15	2.350.834	3.931	13,1
16	2.350.437	2.934	8,5
17	1.800.645	3.479	12,0
18	1.801.018	2.863	8,9
19	1.800.395	1.736	4,7
20	1.800.664	3.103	10,1
21	2.205.924	2.072	7,1
22	2.206.245	1.462	4,5
23	2.206.485	2.192	7,6
24	2.206.897	2.359	8,6

**Tabela 9 - Resultados cenários Instância 1**

<b>Cenário</b>	<b>O*<math>\omega</math> (USD)</b>	<b>Iterações</b>	<b>Tempo (s)</b>
1	1.913.710	12.050	28,7
2	1.912.984	12.437	26,4
3	1.914.289	15.880	39,2
4	1.913.083	9.328	27,1
5	1.889.457	1.781	4,9
6	1.888.659	3.744	9,9
7	1.890.819	9.811	21,1
8	1.889.590	1.476	3,1
9	1.808.884	3.827	14,3
10	1.808.160	1.561	3,8
11	1.807.996	3.508	9,5
12	1.806.978	8.186	21,1
13	2.207.102	7.050	18,7
14	2.206.433	5.254	16,2
15	2.209.893	12.300	30,6
16	2.208.344	8.939	25,1
17	1.759.075	1.428	1,6
18	1.759.122	1.526	1,8
19	1.759.244	1.476	1,5
20	1.759.071	1.463	1,4
21	2.100.543	5.988	14,9
22	2.099.869	10.735	20,2
23	2.102.623	12.751	24,1
24	2.100.840	4.020	12,5

**Tabela 10 - Resultados cenários Instância 2**

Cenário	O* $\omega$ (USD)	Iterações	Tempo (s)
1	2.000.285	1.637	5,4
2	2.000.183	5.641	17,7
3	2.000.371	1.241	2,6
4	2.000.072	1.480	4,0
5	1.971.174	1.243	2,6
6	1.971.505	1.380	3,4
7	1.971.218	3.637	11,9
8	1.971.437	1.979	6,7
9	1.887.470	4.131	23,6
10	1.887.679	1.669	3,9
11	1.887.634	2.395	11,0
12	1.887.641	9.045	45,3
13	2.329.768	1.643	4,2
14	2.325.080	1.951	5,8
15	2.330.748	3.657	10,6
16	2.330.804	3.525	11,3
17	1.813.137	3.070	15,3
18	1.812.798	3.778	22,5
19	1.813.094	4.809	22,3
20	1.812.760	4.251	21,9
21	2.183.896	5.109	16,9
22	2.179.521	1.721	5,1
23	2.184.879	1.639	5,0
24	2.184.895	4.560	18,7

**Tabela 11 - Resultados cenários Instância 3**

Para obtenção dos resultados foi utilizado um computador com processador Intel Pentium 4<sup>12</sup> de 3,2GHz, 1Gb de memória RAM e o OPL Studio 3.7 com o CPLEX 9.0. A configuração do OPL Studio foi mantida em seu padrão. Os tempos computacionais gastos são baixos, variando entre 1,4s e 45,3s para os cenários utilizados. Esses valores foram reportados pelo próprio CPLEX. É interessante observar que os parâmetros de entrada do modelo podem influenciar significativamente no tempo gasto, tendo este variado por um fator de cerca de 30 vezes.

<sup>12</sup> Pentium 4 é uma marca registrada da Intel Corporation.

Foi também verificado qual seria o impacto, no custo e na violação das restrições de qualidade, caso fosse adotada a solução proposta pelo Cenário 1 (o cenário esperado) e ocorresse algum dos outros cenários da instância. Os cálculos foram realizados para todos os cenários e instâncias, novamente através da utilização da linguagem OPLScript. Os resultados são apresentados nas tabelas a seguir:

<b>Cenário</b>	<b>Custo tráfego (USD)</b>	<b>Custo déficit receita (USD)</b>	<b>Custo déficit minutos (USD)</b>	<b>Custo total (USD)</b>	<b>Custo adicional ao O*ω (USD)</b>	<b>ASR</b>	<b>ACD</b>
1	1.946.239	58	59.523	2.005.820	0	-	-
2	1.946.239	58	59.523	2.005.820	(114)	-	34
3	1.946.239	58	59.523	2.005.820	(851)	63	-
4	1.946.239	58	59.523	2.005.820	(900)	63	34
5	1.852.470	46.286	128.261	2.027.016	55.647	-	-
6	1.852.470	46.286	128.261	2.027.016	55.723	-	34
7	1.852.470	46.286	128.261	2.027.016	55.116	63	-
8	1.852.470	46.286	128.261	2.027.016	54.990	63	34
9	1.739.014	62.553	180.185	1.981.752	70.978	-	-
10	1.739.014	62.553	180.185	1.981.752	70.740	-	34
11	1.739.014	62.553	180.185	1.981.752	70.924	63	-
12	1.739.014	62.553	180.185	1.981.752	70.804	63	34
13	2.304.705	1.474	62.602	2.368.781	19.127	-	-
14	2.304.705	1.474	62.602	2.368.781	19.585	-	34
15	2.304.705	1.474	62.602	2.368.781	17.947	63	-
16	2.304.705	1.474	62.602	2.368.781	18.344	63	34
17	1.678.493	122.756	139.554	1.940.803	140.158	-	-
18	1.678.493	122.756	139.554	1.940.803	139.785	-	34
19	1.678.493	122.756	139.554	1.940.803	140.408	63	-
20	1.678.493	122.756	139.554	1.940.803	140.139	63	34
21	2.153.036	5.985	45.766	2.204.787	(1.137)	-	-
22	2.153.036	5.985	45.766	2.204.787	(1.458)	-	34
23	2.153.036	5.985	45.766	2.204.787	(1.698)	63	-
24	2.153.036	5.985	45.766	2.204.787	(2.110)	63	34

**Tabela 12 - Impacto no custo e nas restrições de qualidade da Instância 1**

<b>Cenário</b>	<b>Custo tráfego (USD)</b>	<b>Custo déficit receita (USD)</b>	<b>Custo déficit minutos (USD)</b>	<b>Custo total (USD)</b>	<b>Custo adicional ao O*ω (USD)</b>	<b>ASR</b>	<b>ACD</b>
1	1.839.841	44	73.826	1.913.710	0	-	-
2	1.839.841	44	73.826	1.913.710	726	-	30
3	1.839.841	44	73.826	1.913.710	(579)	74	-
4	1.839.841	44	73.826	1.913.710	627	74	30
5	1.764.861	29.097	139.656	1.933.614	44.157	-	-
6	1.764.861	29.097	139.656	1.933.614	44.955	-	30
7	1.764.861	29.097	139.656	1.933.614	42.795	74	-
8	1.764.861	29.097	139.656	1.933.614	44.024	74	30
9	1.660.029	43.623	185.105	1.888.757	79.873	-	-
10	1.660.029	43.623	185.105	1.888.757	80.597	-	30
11	1.660.029	43.623	185.105	1.888.757	80.761	74	-
12	1.660.029	43.623	185.105	1.888.757	81.779	74	30
13	2.159.077	5.239	71.328	2.235.644	28.542	-	-
14	2.159.077	5.239	71.328	2.235.644	29.210	-	30
15	2.159.077	5.239	71.328	2.235.644	25.750	74	-
16	2.159.077	5.239	71.328	2.235.644	27.299	74	30
17	1.597.939	90.423	151.457	1.839.819	80.744	-	-
18	1.597.939	90.423	151.457	1.839.819	80.697	-	30
19	1.597.939	90.423	151.457	1.839.819	80.575	74	-
20	1.597.939	90.423	151.457	1.839.819	80.748	74	30
21	2.033.294	13.204	57.444	2.103.942	3.398	-	-
22	2.033.294	13.204	57.444	2.103.942	4.072	-	30
23	2.033.294	13.204	57.444	2.103.942	1.318	74	-
24	2.033.294	13.204	57.444	2.103.942	3.101	74	30

**Tabela 13 - Impacto no custo e nas restrições de qualidade da Instância 2**

Cenário	Custo tráfego (USD)	Custo déficit receita (USD)	Custo déficit minutos (USD)	Custo total (USD)	Custo adicional ao $O^*_\omega$ (USD)	ASR	ACD
1	1.911.443	29	88.813	2.000.285	0	-	-
2	1.911.443	29	88.813	2.000.285	102	-	32
3	1.911.443	29	88.813	2.000.285	(86)	53	-
4	1.911.443	29	88.813	2.000.285	213	53	32
5	1.819.949	48.072	157.306	2.025.327	54.153	-	-
6	1.819.949	48.072	157.306	2.025.327	53.822	-	32
7	1.819.949	48.072	157.306	2.025.327	54.109	53	-
8	1.819.949	48.072	157.306	2.025.327	53.890	53	32
9	1.708.869	58.611	216.370	1.983.850	96.380	-	-
10	1.708.869	58.611	216.370	1.983.850	96.171	-	32
11	1.708.869	58.611	216.370	1.983.850	96.216	53	-
12	1.708.869	58.611	216.370	1.983.850	96.209	53	32
13	2.271.388	0	83.631	2.355.018	25.250	-	-
14	2.271.388	0	83.631	2.355.018	29.939	-	32
15	2.271.388	0	83.631	2.355.018	24.271	53	-
16	2.271.388	0	83.631	2.355.018	24.214	53	32
17	1.652.627	107.669	176.904	1.937.200	124.064	-	-
18	1.652.627	107.669	176.904	1.937.200	124.402	-	32
19	1.652.627	107.669	176.904	1.937.200	124.107	53	-
20	1.652.627	107.669	176.904	1.937.200	124.441	53	32
21	2.115.220	245	60.244	2.175.709	(8.187)	-	-
22	2.115.220	245	60.244	2.175.709	(3.812)	-	32
23	2.115.220	245	60.244	2.175.709	(9.171)	53	-
24	2.115.220	245	60.244	2.175.709	(9.187)	53	32

**Tabela 14 - Impacto no custo e nas restrições de qualidade da Instância 3**

A coluna *Custo tráfego USD* aponta o custo total do tráfego efetivamente enviado em cada cenário. A Coluna *Custo déficit receita (USD)* mostra o custo incorrido devido ao não cumprimento de compromissos de receita, enquanto que a coluna *Custo déficit minutos (USD)* mostra o custo incorrido pelo não cumprimento de compromissos de volume. Todos os custos são totalizados na coluna *Custo total (USD)*. Na coluna *Custo adicional ao  $O^*_\omega$  (USD)* é calculada a diferença entre o custo total e o valor de  $O^*_\omega$  para cada cenário, o qual já havia sido calculado anteriormente (Tabelas 9, 10 e 11 respectivamente). Como também se está trabalhando com cenários para as

restrições de qualidade de ASR e ACD, é interessante verificar se as mesmas são violadas. As colunas *ASR* e *ACD* indicam o número de destinos para os quais as restrições de ASR e ACD, respectivamente, não estão sendo respeitadas, em cada um dos cenários. Obviamente, tem-se que, nas três instâncias, o Cenário 1 não apresenta custo adicional ou violação das restrições de qualidade. Foi confrontada, nesses casos, a solução ótima obtida pela formulação determinística com o mesmo cenário que a gerou. Em alguns cenários é observado um custo adicional negativo, o que a primeira vista pode parecer estranho já que se está fazendo uma comparação com o custo ótimo. São duas as causas para isso. A primeira é o fato de que não necessariamente as restrições de qualidade estão sendo todas respeitadas, enquanto que na solução ótima elas sempre são. A segunda está ligada aos critérios de parada adotados pelo OPL Studio nos problemas de otimização utilizando Programação Inteira Mista. Esses critérios e seus possíveis impactos serão comentados em maiores detalhes no próximo capítulo.

#### 5.4. Resultados das formulações robustas

Considerando-se os 24 cenários definidos em cada uma das instâncias, foram resolvidas as formulações robustas e verificadas a robustez no universo dos cenários (solução próxima à ótima em todo o universo de cenários) e a robustez do modelo (solução sempre viável em todo o universo de cenários). O número de variáveis e de restrições cresce muito rapidamente na formulação de valor esperado e nas formulações robustas. Para a formulação determinística e para a de valor esperado foram obtidos os resultados ótimos de todas as instâncias em pouco tempo. Já para as formulações robustas isso nem sempre foi possível. O tempo de execução foi limitado em no máximo três horas. Esse limite foi considerado adequado, pois uma vez decorrido, tinha-se sempre que: já havia sido obtida a solução ótima; já havia sido provada a inviabilidade; ainda não havia sido obtida nenhuma solução viável ou provada a inviabilidade; o valor da melhor solução viável obtida e o do limite inferior não estavam mais convergindo e a diferença entre eles era inferior a 0,05%. A tabela a seguir apresenta o número total de variáveis e restrições de todas as formulações resolvidas, com as instâncias utilizadas (450 destinos, 20 operadoras e 24 cenários):

<b>Formulação</b>	<b>Variáveis</b>	<b>Restrições</b>
Determinística	18.020	19.390
Valor esperado	225.480	248.010
Gutierrez, Kouvelis e Kurawarwala	225.480	248.034
Kouvelis e Yu	225.481	248.034
Butler, Ammons e Sokol	225.504	248.034
Desvio Relativo	225.480	248.010

**Tabela 15 - Número total de variáveis e restrições para as instâncias definidas**

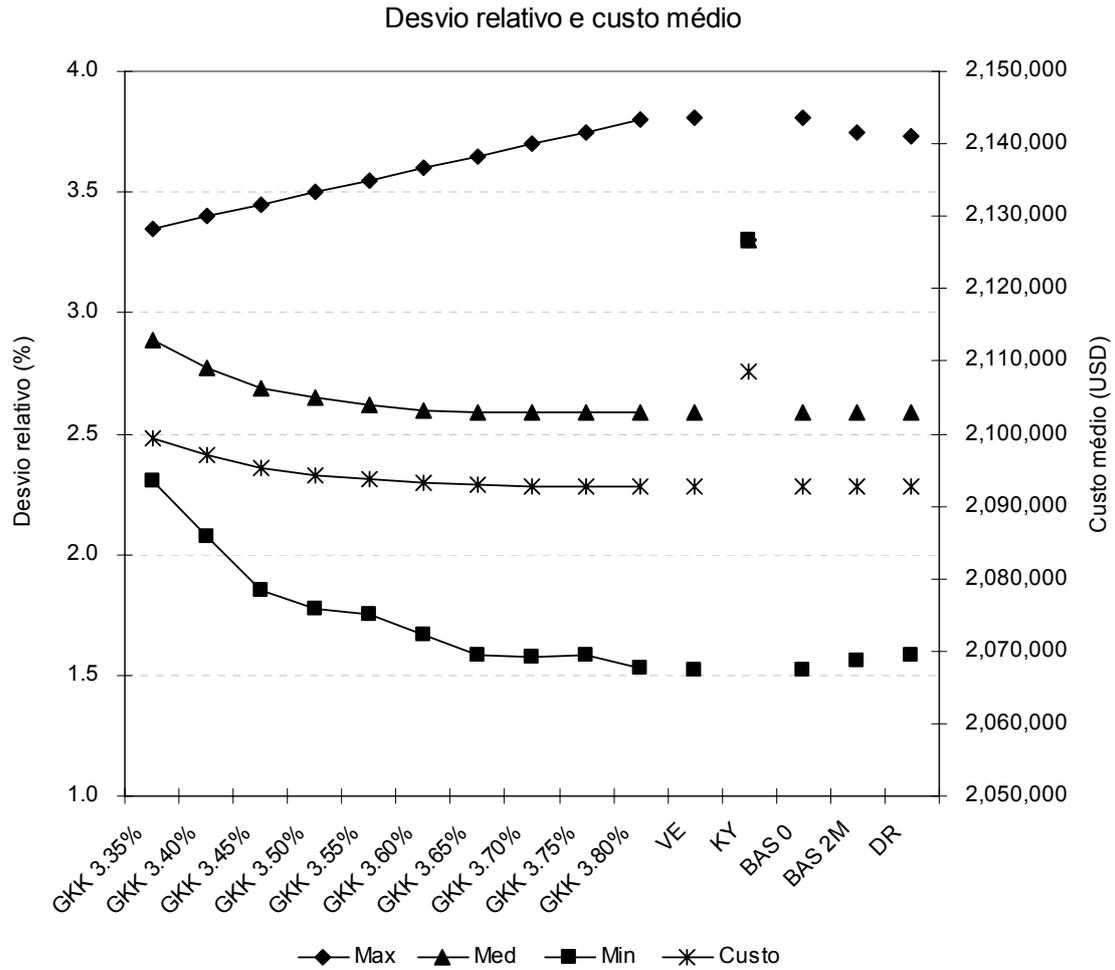
Os resultados obtidos se encontram nas próximas tabelas e gráficos, e serão discutidos juntamente com a escolha de parâmetros no próximo capítulo:

<b>Formulação</b>	<b>Custo médio (USD)</b>	<b>Tempo (s)</b>	<b>Custo adicional</b>	<b>Observação</b>
Determinística	2.088.160	2,8	-	Viola restrições de qualidade
Valor esperado	2.092.723	257,2	0,22%	-
Gutierrez, K. e K. $\alpha = 3,30\%$	-	-	-	Inviável
Gutierrez, K. e K. $\alpha = 3,35\%$	2.099.434	4.767,1	0,54%	Média $\alpha = 0.0289$
Gutierrez, K. e K. $\alpha = 3,40\%$	2.097.023	7.485,0	0,42%	Média $\alpha = 0.0277$
Gutierrez, K. e K. $\alpha = 3,45\%$	2.095.160	815,4	0,34%	Média $\alpha = 0.0269$
Gutierrez, K. e K. $\alpha = 3,50\%$	2.094.240	1.647,5	0,29%	Média $\alpha = 0.0265$
Gutierrez, K. e K. $\alpha = 3,55\%$	2.093.645	2.506,1	0,26%	Média $\alpha = 0.0262$
Gutierrez, K. e K. $\alpha = 3,60\%$	2.093.097	1.261,1	0,24%	Média $\alpha = 0.0260$
Gutierrez, K. e K. $\alpha = 3,70\%$	2.092.769	582,0	0,22%	Média $\alpha = 0.0259$
Gutierrez, K. e K. $\alpha = 3,80\%$	2.092.750	411,2	0,22%	Média $\alpha = 0.0259$
Kouvelis e Yu	2.108.454	10.800,0	0,97%	Melhor solução após 3h. $\alpha = 0.0331$
Butler, A. e S. $\lambda = 0$	2.092.723	262,9	0,22%	Igual à formulação de valor esperado
Butler, A. e S. $\lambda = 2M$	2.092.741	1.027,2	0,22%	Média $\alpha = 0.0259$
Desvio Relativo	2.092.765	10.800,0	0,22%	Melhor solução após 3h. F.O. = 0.0259

**Tabela 16 - Resultados das formulações robustas Instância 1**

Cenário		Desvio relativo (%) / Formulação												
	DET	VE	GKK 3.35	GKK 3.40	GKK 3.45	GKK 3.50	GKK 3.55	GKK 3.60	GKK 3.70	GKK 3.80	KY	BAS 0	BAS 2M	DR
1	-	2,64	2,82	2,79	2,72	2,68	2,68	2,65	2,65	2,64	3,31	2,64	2,64	2,63
2	(0,01)	2,63	2,81	2,79	2,72	2,67	2,67	2,64	2,64	2,63	3,31	2,63	2,63	2,62
3	(0,04)	2,59	2,78	2,75	2,68	2,63	2,63	2,61	2,61	2,59	3,31	2,59	2,59	2,59
4	(0,04)	2,59	2,77	2,75	2,68	2,63	2,63	2,60	2,60	2,59	3,31	2,59	2,59	2,58
5	2,82	2,51	3,00	2,76	2,68	2,64	2,57	2,56	2,50	2,51	3,31	2,51	2,50	2,53
6	2,83	2,51	3,00	2,77	2,68	2,65	2,58	2,56	2,50	2,51	3,31	2,51	2,50	2,54
7	2,80	2,48	2,97	2,74	2,65	2,62	2,55	2,53	2,47	2,48	3,31	2,48	2,47	2,51
8	2,79	2,47	2,97	2,73	2,64	2,61	2,54	2,52	2,46	2,47	3,31	2,47	2,46	2,50
9	3,71	3,06	3,09	3,02	3,01	2,97	2,96	2,98	3,06	3,06	3,31	3,06	3,04	2,95
10	3,70	3,05	3,08	3,00	3,00	2,95	2,94	2,97	3,05	3,04	3,31	3,05	3,03	2,94
11	3,71	3,06	3,09	3,01	3,01	2,96	2,95	2,98	3,06	3,05	3,31	3,06	3,04	2,95
12	3,71	3,05	3,08	3,01	3,01	2,96	2,95	2,98	3,06	3,05	3,31	3,05	3,03	2,94
13	0,81	2,07	2,80	2,65	2,47	2,38	2,28	2,19	2,10	2,07	3,31	2,07	2,10	2,15
14	0,83	2,09	2,82	2,67	2,49	2,40	2,30	2,21	2,12	2,09	3,31	2,09	2,12	2,17
15	0,76	2,02	2,75	2,59	2,42	2,33	2,23	2,14	2,05	2,02	3,31	2,02	2,05	2,10
16	0,78	2,03	2,77	2,61	2,43	2,34	2,25	2,16	2,07	2,04	3,31	2,03	2,07	2,12
17	7,78	3,79	3,34	3,39	3,44	3,49	3,54	3,59	3,69	3,78	3,31	3,79	3,73	3,71
18	7,76	3,77	3,31	3,36	3,41	3,46	3,51	3,56	3,66	3,76	3,31	3,77	3,71	3,69
19	7,80	3,81	3,35	3,40	3,45	3,50	3,55	3,60	3,70	3,80	3,31	3,81	3,75	3,73
20	7,78	3,79	3,33	3,38	3,43	3,48	3,53	3,58	3,68	3,78	3,31	3,79	3,73	3,71
21	(0,05)	1,56	2,35	2,12	1,90	1,82	1,79	1,71	1,62	1,58	3,31	1,56	1,61	1,63
22	(0,07)	1,55	2,33	2,10	1,88	1,80	1,78	1,70	1,61	1,56	3,31	1,55	1,59	1,61
23	(0,08)	1,54	2,32	2,09	1,87	1,79	1,77	1,69	1,60	1,55	3,31	1,54	1,58	1,60
24	(0,10)	1,52	2,30	2,07	1,85	1,77	1,75	1,67	1,58	1,53	3,31	1,52	1,56	1,58
Min	(0,10)	1,52	2,30	2,07	1,85	1,77	1,75	1,67	1,58	1,53	3,31	1,52	1,56	1,58
Max	7,80	3,81	3,35	3,40	3,45	3,50	3,55	3,60	3,70	3,80	3,31	3,81	3,75	3,73
Med	2,50	2,59	2,89	2,77	2,69	2,65	2,62	2,60	2,59	2,59	3,31	2,59	2,59	2,59
$\sigma$	2,81	0,73	0,32	0,40	0,49	0,53	0,56	0,61	0,68	0,72	0,00	0,73	0,69	0,67

Tabela 17 - Desvio relativo por cenário e formulação Instância 1



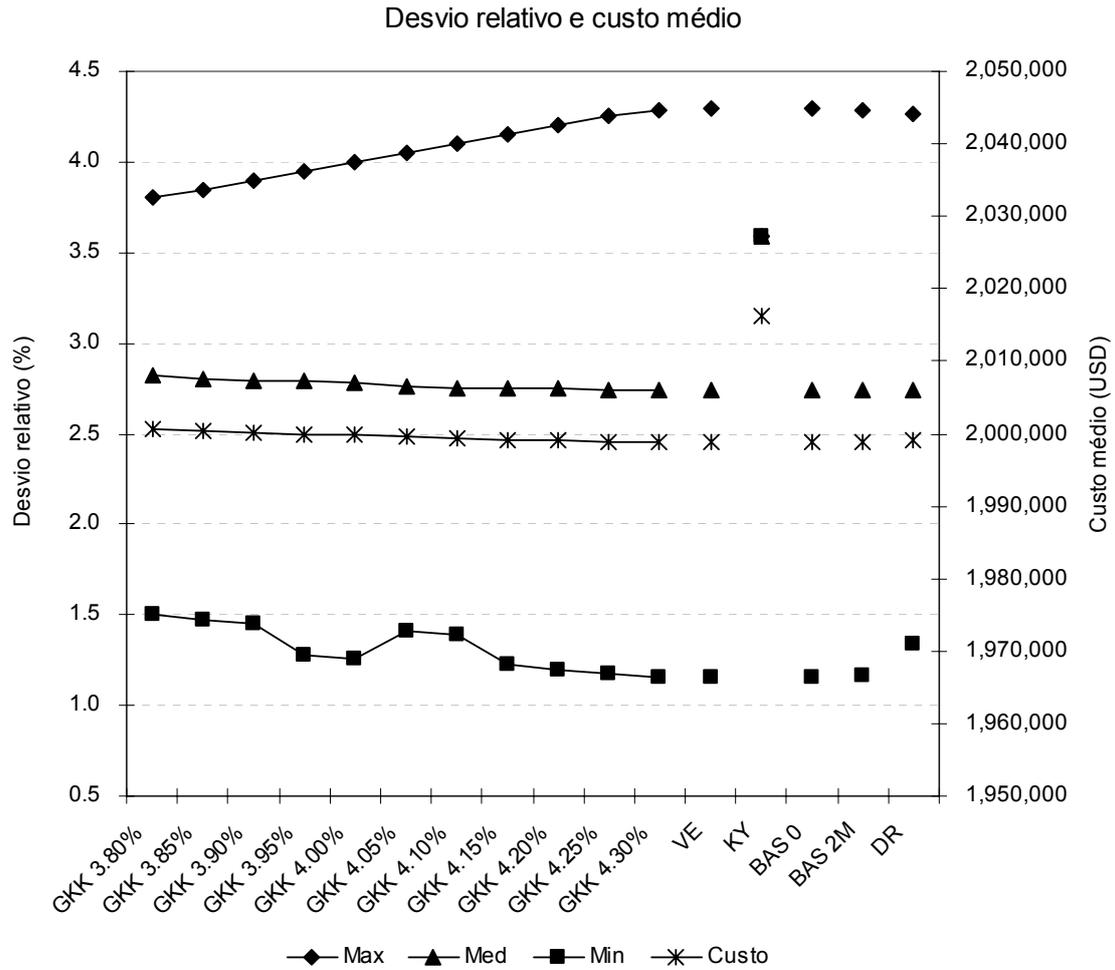
**Figura 6 - Gráfico desvio relativo e custo médio por formulação Instância 1**

<b>Formulação</b>	<b>Custo médio (USD)</b>	<b>Tempo (s)</b>	<b>Custo adicional</b>	<b>Observação</b>
Determinística	1.985.914	28,7	-	Viola restrições de qualidade
Valor esperado	1.998.931	1.408,6	0,66%	-
Gutierrez, K. e K. $\alpha = 3,55\%$	-	-	-	Inviável
Gutierrez, K. e K. $\alpha = 3,80\%$	2.000.726	7.520,6	0,75%	Média $\alpha = 0,0282$
Gutierrez, K. e K. $\alpha = 3,85\%$	2.000.287	2.855,8	0,72%	Média $\alpha = 0,0280$
Gutierrez, K. e K. $\alpha = 3,90\%$	2.000.069	4.731,1	0,71%	Média $\alpha = 0,0279$
Gutierrez, K. e K. $\alpha = 3,95\%$	1.999.963	7.618,0	0,71%	Média $\alpha = 0,0279$
Gutierrez, K. e K. $\alpha = 4,00\%$	1.999.795	4.705,8	0,70%	Média $\alpha = 0,0278$
Gutierrez, K. e K. $\alpha = 4,10\%$	1.999.355	6.366,5	0,68%	Média $\alpha = 0,0275$
Gutierrez, K. e K. $\alpha = 4,20\%$	1.999.061	6.256,5	0,66%	Média $\alpha = 0,0275$
Gutierrez, K. e K. $\alpha = 4,30\%$	1.998.922	3.736,1	0,66%	Média $\alpha = 0,0274$
Kouvelis e Yu	2.016.343	10.800,0	1,53%	Melhor solução após 3h. $\alpha = 0,0359$
Butler, A. e S. $\lambda = 0$	1.998.931	1.445,4	0,66%	Igual à formulação de valor esperado
Butler, A. e S. $\lambda = 2M$	1.998.943	7.779,6	0,66%	Média $\alpha = 0,0274$
Desvio Relativo	1.999.119	5.748,7	0,66%	F.O. = 0,0274

**Tabela 18 - Resultados das formulações robustas Instância 2**

Cenário		Desvio relativo (%) / Formulação												
	DET	VE	GKK 3.80	GKK 3.85	GKK 3.90	GKK 3.95	GKK 4.00	GKK 4.10	GKK 4.20	GKK 4.30	KY	BAS 0	BAS 2M	DR
1	-	2,35	2,42	2,39	2,40	2,43	2,43	2,35	2,38	2,35	3,59	2,35	2,35	2,35
2	0,04	2,38	2,46	2,43	2,44	2,46	2,47	2,38	2,42	2,39	3,59	2,38	2,38	2,39
3	(0,03)	2,31	2,39	2,36	2,37	2,39	2,40	2,32	2,35	2,32	3,59	2,31	2,31	2,32
4	0,03	2,38	2,45	2,43	2,44	2,46	2,46	2,38	2,42	2,39	3,59	2,38	2,38	2,39
5	2,34	2,73	2,66	2,69	2,66	2,70	2,72	2,63	2,68	2,73	3,59	2,73	2,73	2,70
6	2,38	2,77	2,71	2,73	2,70	2,75	2,76	2,67	2,72	2,77	3,59	2,77	2,78	2,74
7	2,26	2,65	2,59	2,61	2,58	2,63	2,65	2,56	2,61	2,65	3,59	2,65	2,66	2,62
8	2,33	2,72	2,66	2,68	2,65	2,70	2,71	2,62	2,67	2,72	3,59	2,72	2,73	2,69
9	4,42	4,18	3,69	3,74	3,79	3,84	3,89	3,99	4,09	4,17	3,59	4,18	4,18	4,16
10	4,46	4,22	3,73	3,78	3,83	3,88	3,93	4,03	4,13	4,21	3,59	4,22	4,22	4,20
11	4,47	4,23	3,74	3,79	3,84	3,89	3,94	4,04	4,14	4,22	3,59	4,23	4,23	4,21
12	4,53	4,29	3,80	3,85	3,90	3,95	4,00	4,10	4,20	4,28	3,59	4,29	4,29	4,27
13	1,29	2,57	2,92	2,92	2,89	2,75	2,69	2,82	2,61	2,56	3,59	2,57	2,59	2,74
14	1,32	2,60	2,95	2,95	2,92	2,78	2,72	2,85	2,64	2,59	3,59	2,60	2,62	2,77
15	1,17	2,44	2,79	2,79	2,76	2,62	2,56	2,69	2,48	2,43	3,59	2,44	2,46	2,61
16	1,24	2,51	2,86	2,86	2,83	2,69	2,63	2,76	2,55	2,50	3,59	2,51	2,53	2,68
17	4,59	3,39	3,65	3,49	3,44	3,67	3,64	3,25	3,44	3,40	3,59	3,39	3,35	3,08
18	4,59	3,39	3,65	3,49	3,43	3,67	3,63	3,24	3,44	3,40	3,59	3,39	3,35	3,08
19	4,58	3,38	3,64	3,48	3,43	3,66	3,63	3,24	3,43	3,39	3,59	3,38	3,34	3,07
20	4,59	3,39	3,65	3,49	3,44	3,67	3,64	3,25	3,44	3,40	3,59	3,39	3,35	3,08
21	0,16	1,26	1,60	1,57	1,56	1,37	1,35	1,49	1,30	1,26	3,59	1,26	1,27	1,44
22	0,19	1,29	1,63	1,60	1,59	1,41	1,39	1,52	1,33	1,29	3,59	1,29	1,30	1,47
23	0,06	1,16	1,50	1,47	1,46	1,27	1,25	1,39	1,20	1,16	3,59	1,16	1,17	1,34
24	0,15	1,24	1,59	1,55	1,54	1,36	1,34	1,47	1,28	1,24	3,59	1,24	1,25	1,42
Min	(0,03)	1,16	1,50	1,47	1,46	1,27	1,25	1,39	1,20	1,16	3,59	1,16	1,17	1,34
Max	4,59	4,29	3,80	3,85	3,90	3,95	4,00	4,10	4,20	4,28	3,59	4,29	4,29	4,27
Med	2,13	2,74	2,82	2,80	2,79	2,79	2,78	2,75	2,75	2,74	3,59	2,74	2,74	2,74
σ	1,90	0,94	0,75	0,75	0,75	0,85	0,87	0,81	0,91	0,94	0,00	0,94	0,93	0,85

Tabela 19 - Desvio relativo por cenário e formulação Instância 2



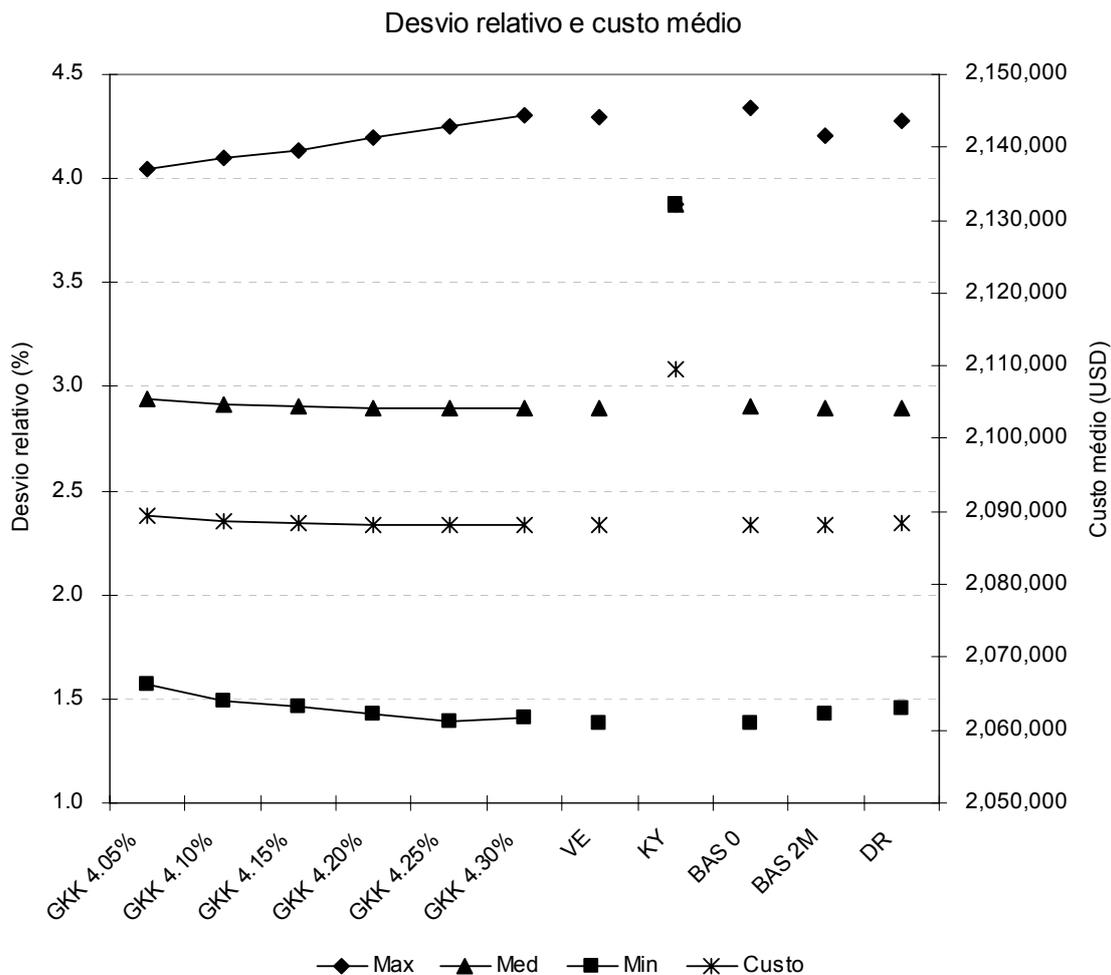
**Figura 7 - Gráfico desvio relativo e custo médio por formulação Instância 2**

<b>Formulação</b>	<b>Custo médio (USD)</b>	<b>Tempo (s)</b>	<b>Custo adicional</b>	<b>Observação</b>
Determinística	2.079.565	5,4	-	Viola restrições de qualidade
Valor esperado	2.088.242	767,6	0,42%	-
Gutierrez, K. e K. $\alpha = 3,85\%$	-	-	-	Inviável
Gutierrez, K. e K. $\alpha = 3,90\%$	-	-	-	Sem solução viável no limite de tempo
Gutierrez, K. e K. $\alpha = 4,00\%$	-	-	-	Sem solução viável no limite de tempo
Gutierrez, K. e K. $\alpha = 4,05\%$	2.089.354	6.115,2	0,47%	Média $\alpha = 0,0294$
Gutierrez, K. e K. $\alpha = 4,10\%$	2.088.657	4.539,9	0,44%	Média $\alpha = 0,0291$
Gutierrez, K. e K. $\alpha = 4,15\%$	2.088.409	4.418,8	0,43%	Média $\alpha = 0,0290$
Gutierrez, K. e K. $\alpha = 4,20\%$	2.088.269	515,1	0,42%	Média $\alpha = 0,0290$
Gutierrez, K. e K. $\alpha = 4,25\%$	2.088.253	740,1	0,42%	Média $\alpha = 0,0290$
Gutierrez, K. e K. $\alpha = 4,30\%$	2.088.242	505,3	0,42%	Média $\alpha = 0,0290$
Kouvelis e Yu	2.109.508	10.800,0	1,44%	Melhor solução após 3h. $\alpha = 0.0388$
Butler, A. e S. $\lambda = 0$	2.088.269	476,5	0,42%	Igual à formulação de valor esperado
Butler, A. e S. $\lambda = 2M$	2.088.239	5.540,6	0,42%	Média $\alpha = 0,0290$
Desvio Relativo	2.088.296	5.063,7	0,42%	F.O. = 0,0290

**Tabela 20 - Resultados das formulações robustas Instância 3**

Cenário		Desvio relativo (%) / Formulação										
	DET	VE	GKK 4.05	GKK 4.10	GKK 4.15	GKK 4.20	GKK 4.25	GKK 4.30	KY	BAS 0	BAS 2M	DR
1	-	2,55	2,64	2,59	2,56	2,55	2,56	2,54	3,88	2,54	2,56	2,60
2	0,01	2,55	2,64	2,59	2,56	2,56	2,56	2,54	3,88	2,54	2,56	2,61
3	(0,00)	2,54	2,63	2,58	2,56	2,55	2,55	2,53	3,88	2,53	2,55	2,60
4	0,01	2,56	2,65	2,60	2,57	2,57	2,57	2,55	3,88	2,55	2,57	2,61
5	2,75	2,59	2,80	2,72	2,66	2,59	2,61	2,57	3,88	2,59	2,59	2,67
6	2,73	2,58	2,78	2,70	2,65	2,58	2,59	2,55	3,88	2,57	2,58	2,65
7	2,74	2,59	2,80	2,72	2,66	2,59	2,60	2,57	3,88	2,58	2,59	2,67
8	2,73	2,58	2,78	2,71	2,65	2,58	2,59	2,56	3,88	2,57	2,58	2,66
9	5,11	4,22	4,05	4,10	4,14	4,20	4,22	4,20	3,88	4,21	4,21	4,28
10	5,09	4,21	4,04	4,09	4,13	4,19	4,21	4,19	3,88	4,20	4,20	4,26
11	5,10	4,21	4,04	4,09	4,13	4,19	4,21	4,19	3,88	4,20	4,20	4,27
12	5,10	4,21	4,04	4,09	4,13	4,19	4,21	4,19	3,88	4,20	4,20	4,27
13	1,08	2,29	2,48	2,41	2,39	2,34	2,30	2,31	3,88	2,28	2,33	2,35
14	1,29	2,50	2,69	2,61	2,59	2,55	2,51	2,51	3,88	2,49	2,54	2,56
15	1,04	2,25	2,44	2,36	2,34	2,30	2,26	2,27	3,88	2,24	2,29	2,31
16	1,04	2,24	2,43	2,36	2,34	2,29	2,25	2,26	3,88	2,24	2,29	2,30
17	6,84	4,27	4,03	4,08	4,10	4,18	4,22	4,28	3,88	4,32	4,17	3,92
18	6,86	4,29	4,05	4,10	4,12	4,20	4,24	4,30	3,88	4,34	4,19	3,94
19	6,85	4,27	4,03	4,08	4,10	4,18	4,23	4,28	3,88	4,32	4,17	3,92
20	6,86	4,29	4,05	4,10	4,12	4,20	4,25	4,30	3,88	4,34	4,19	3,94
21	(0,37)	1,43	1,61	1,53	1,51	1,47	1,44	1,46	3,88	1,43	1,47	1,50
22	(0,17)	1,64	1,82	1,74	1,71	1,68	1,64	1,66	3,88	1,63	1,68	1,71
23	(0,42)	1,39	1,57	1,49	1,46	1,43	1,39	1,41	3,88	1,38	1,43	1,46
24	(0,42)	1,39	1,57	1,49	1,46	1,43	1,39	1,41	3,88	1,38	1,43	1,46
Min	<b>(0,42)</b>	<b>1,39</b>	<b>1,57</b>	<b>1,49</b>	<b>1,46</b>	<b>1,43</b>	<b>1,39</b>	<b>1,41</b>	<b>3,88</b>	<b>1,38</b>	<b>1,43</b>	<b>1,46</b>
Max	<b>6,86</b>	<b>4,29</b>	<b>4,05</b>	<b>4,10</b>	<b>4,14</b>	<b>4,20</b>	<b>4,25</b>	<b>4,30</b>	<b>3,88</b>	<b>4,34</b>	<b>4,21</b>	<b>4,28</b>
Med	<b>2,58</b>	<b>2,90</b>	<b>2,94</b>	<b>2,91</b>	<b>2,90</b>	<b>2,90</b>	<b>2,90</b>	<b>2,90</b>	<b>3,88</b>	<b>2,90</b>	<b>2,90</b>	<b>2,90</b>
$\sigma$	<b>2,70</b>	<b>1,04</b>	<b>0,88</b>	<b>0,93</b>	<b>0,96</b>	<b>1,00</b>	<b>1,03</b>	<b>1,04</b>	<b>0,00</b>	<b>1,06</b>	<b>1,00</b>	<b>0,95</b>

Tabela 21 - Desvio relativo por cenário e formulação Instância 3



**Figura 8 - Gráfico desvio relativo e custo médio por formulação Instância 3**

### 5.5. Resultados para instâncias maiores

No início deste capítulo foi afirmado que as instâncias criadas para análise e validação das formulações representavam adequadamente operadoras que não atuam fortemente no mercado de atacado. Resta, portanto, uma pergunta ainda sem resposta. As formulações podem ser aplicadas para as grandes operadoras de atacado que utilizam um maior número de destinos e/ou possuem um maior número de rotas?

Para responder a essa pergunta foram criadas duas novas instâncias. A primeira foi criada pela combinação da Instância 1 com a Instância 2 e será denominada Instância G1. A segunda foi criada pela combinação das três instâncias e será denominada Instância G2. Foi adotado um procedimento simples para fazer as combinações, descrito a seguir para o caso de duas instâncias. O procedimento pode ser facilmente generalizado para o caso de três.

Foram mantidos os 450 destinos originalmente utilizados. As operadoras das instâncias existentes foram somadas e com isto passou-se a ter um total de 40. Para todas as operadoras mantiveram-se os valores de preço, ASR, ACD, capacidade das rotas, compromissos de receita e compromissos de volume. Foram utilizados valores para o volume de tráfego estimado iguais à soma dos valores das duas instâncias, para cada um dos destinos. Só assim seria possível acomodar o maior volume de compromissos devido ao maior número de operadoras utilizadas. Os valores mínimos de ASR e de ACD exigidos para os destinos foram tirados da Instância 1. Por fim, os cenários foram definidos da mesma forma que nas instâncias menores.

O número de variáveis em todas as formulações é diretamente proporcional ao número de operadoras. Quando são utilizadas as novas instâncias, elas dobram ou triplicam respectivamente. O número de restrições, apesar de não ser exatamente proporcional, apresenta acréscimo da mesma ordem de grandeza.

Por misturarem dados das mesmas operadoras em períodos diferentes, essas novas instâncias podem não representar adequadamente a realidade. Por esse motivo não serão realizadas análises detalhadas dos resultados obtidos para elas. Apenas se verificará, de forma breve, qual o comportamento do OPL Studio diante da maior complexidade imposta. A verificação será, portanto, feita somente para as seguintes formulações: determinística; valor esperado; GUTIERREZ, KOUVELIS e KURAWARWALA (1996).

Com a formulação determinística foram obtidas soluções ótimas ou próximas à ótima em tempo satisfatório, para todos os cenários das Instâncias G1 e G2. O tempo computacional gasto oscilou entre 103 e 2635 segundos. Na Instância G2, o OPL Studio interrompeu a sua execução por falta de memória para a árvore de busca em 10 dos 24 cenários. Nesses casos a melhor solução viável já estava a menos de 0,05% da ótima, podendo ser considerada de boa qualidade.

Para a formulação de valor esperado observa-se um comportamento similar. Foi dada uma solução ótima para a Instância G1 em 1672 segundos e uma muito próxima à ótima para a Instância G2 em 7625 segundos. Novamente houve falta de memória, mas a melhor solução viável obtida antes da interrupção estava a menos de 0,08% da ótima.

Com a formulação robusta de GUTIERREZ, KOUVELIS e KURAWARWALA (1996) o OPL Studio não foi capaz de obter soluções ótimas para as Instâncias G1 ou G2. As soluções obtidas estavam, respectivamente, a menos de 0,03% e 0,1% da ótima.

Pode-se concluir que os resultados obtidos para as instâncias maiores são bastante promissores. Mesmo nos casos em que não foi possível se atingir (ou provar) a solução ótima, provavelmente a obtida é bastante superior à que seria adotada pela operadora. Com o aumento do número de variáveis e restrições, foi observado um aumento significativo na utilização de memória e uma redução na velocidade em que a melhor solução viável e o limite inferior convergiam. Eles já convergiam apenas lentamente antes das interrupções por falta de memória. É possível que, com a utilização de um computador mais rápido e com mais memória, esse comportamento não ocorresse.

As tabelas abaixo resumem as informações apresentadas sobre número de variáveis, número de restrições e tempo computacional:

Formulação	Instâncias 1, 2 e 3		Instância G1		Instância G2	
	Var.	Rest.	Var.	Rest.	Var.	Rest.
Determinística	18.020	2.330	36.040	2.410	54.060	2.490
Valor esperado	225.480	248.010	450.960	473.970	676.440	699.930
Gutierrez, K. e K.	225.480	248.034	450.960	473.994	676.440	699.954

**Tabela 22 - Número total de variáveis e restrições para instâncias maiores**

Instância	Determinística			Valor esperado	Gutierrez, K. e K.
	$T_{min}$ (s)	$T_{med}$ (s)	$T_{max}$ (s)	T (s)	T (s)
1	1,7	6,3	13,1	257,2	411,2
2	1,4	15,7	39,2	1.408,6	3.736,1
3	2,6	12,4	45,3	767,6	505,3
G1	103,4	399,5	1.224,5	1.672,1	4.215,1
G2	178,9	1.230,5	2.634,5	7.625,4	11.456,4

**Tabela 23 - Tempo computacional por instância e formulação**

Na Tabela 23, os tempos  $T_{min}$ ,  $T_{med}$  e  $T_{max}$  se referem ao conjunto dos 24 cenários de cada instância. Já para a formulação de GUTIERREZ, KOUVELIS e KURAWARWALA (1996) foi considerado o tempo para o caso de maior  $\alpha$  em cada instância.

## 6. AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS

Com base nos resultados apresentados nas tabelas e gráficos do capítulo anterior, neste capítulo serão avaliados os possíveis ganhos obtidos através da utilização das formulações propostas.

Antes de iniciar a análise, é importante que seja feita uma observação. A utilização da formulação determinística já traz ganhos significativos para as operadoras no tratamento do problema do roteamento do tráfego de chamadas telefônicas internacionais. Como foi visto, ela pode ser aplicada com sucesso, mesmo em instâncias bem maiores do que as analisadas neste trabalho. A formulação de valor esperado e as formulações robustas oferecem benefícios adicionais, sem com isto tirar a importância dos benefícios trazidos pela formulação determinística.

A definição do roteamento ainda é feita de forma manual pelas operadoras, exigindo um excessivo tempo de análise para que se chegue a uma solução que atenda a todas as restrições e critérios impostos e que dificilmente será ótima. Trabalha-se com estimativas pontuais dos parâmetros e, em virtude dos desvios que sempre ocorrem, são feitos posteriormente ajustes no roteamento visando compensar as deficiências nos compromissos e na qualidade. Esses ajustes demandam mais tempo e tornam a solução ainda pior. Os valores financeiros envolvidos no problema certamente são grandes o suficiente para justificar uma maior atenção. Mesmo ganhos percentuais pequenos podem representar elevadas quantias e dar uma importante vantagem competitiva para a operadora. Existe uma clara oportunidade para se reduzir custos e economizar tempo dos recursos humanos envolvidos no processo.

Prosseguir-se-á com a análise individual de cada uma das três instâncias do problema definidas. Será visto que os resultados obtidos se assemelham em muitos aspectos. Para a Instância 1 vai ser feita uma análise mais detalhada, sendo para as Instâncias 2 e 3 apontadas apenas as diferenças relevantes.

### 6.1. Análise dos resultados da Instância 1

Na Tabela 16 são apresentados os resultados obtidos para a Instância 1 com a utilização de cada uma das formulações propostas (à exceção da formulação de AHMED e SAHINIDIS (1998), por motivos que serão discutidos adiante).

A coluna *Custo médio (USD)* refere-se ao custo esperado da formulação, ou seja, a média ponderada do custo quando o roteamento ótimo definido pela formulação em questão é aplicado a cada um dos cenários de mesma probabilidade.

Em seguida é mostrado o tempo computacional gasto para obter a solução dada (seja ela ótima ou não). Pode-se observar que em alguns casos o tempo limite estipulado foi atingido (10800 segundos = 3 horas). Mas isso não deve ser considerado um problema, uma vez que a solução obtida dentro desse tempo é muito próxima à ótima e bastante satisfatória. O OPL Studio possui dois parâmetros de configuração que definem critérios de parada para os problemas de otimização utilizando Programação Inteira Mista, “*Relative MIP gap tolerance*” e “*Absolute MIP gap tolerance*”. O padrão do OPL Studio para esses parâmetros é, respectivamente,  $1 \times 10^{-4}$  e  $1 \times 10^{-6}$ . Eles têm por objetivo regular a tolerância (relativa e absoluta) na diferença entre o valor da melhor solução obtida e o do limite inferior. Quando a diferença cai abaixo dos valores de tolerância a otimização é interrompida e a melhor solução é dada como ótima. Nas instâncias utilizadas o critério dominante foi sempre o relativo. O seu valor foi mantido no padrão do OPL, mas foi possível observar que caso este fosse um pouco maior as soluções seriam obtidas muito mais rapidamente. Inicialmente o valor da Função Objetivo convergia rapidamente para o ótimo, passando a sofrer apenas pequenas alterações com o decorrer do tempo e eventualmente se estabilizando até que o limite de 3 horas fosse atingido.

A coluna *Custo adicional* mostra, em termos percentuais, o custo adicional da solução dada pela formulação em questão, quando comparado ao custo da formulação determinística. Verifica-se que os valores são sempre inferiores a 1% para a Instância 1.

O principal objetivo a ser atingido pela utilização das formulações robustas é a redução da variabilidade nos custos (o outro é o respeito às restrições de qualidade em todos os cenários). Portanto, é necessário que a mesma seja calculada. Na Tabela 17 são mostrados os desvios relativos observados.

Os desvios relativos para cada uma das formulações e cenários são calculados como a diferença percentual entre o custo que seria incorrido, caso fosse adotada a solução proposta pela formulação e ocorresse o cenário, e o custo ótimo para o mesmo cenário, obtido através da formulação determinística ( $O^*_{\omega}$ , dado nas Tabelas 9, 10 e 11). Na Tabela 17 foram adotadas as seguintes abreviações para os nomes das

formulações: *DET* para a determinística; *VE* para a de valor esperado; *GKK* para a de GUTIERREZ, KOUVELIS e KURAWARWALA (1996); *KY* para a de KOUVELIS e YU (1997); *BAS* para a de BUTLER, AMMONS e SOKOL (2003); *DR* para a de minimização do valor esperado do desvio relativo do ótimo. Nas últimas linhas da tabela são apontados os valores mínimo, máximo e médio dos desvios relativos, além do desvio padrão.

Para facilitar a análise dos dados, o gráfico da Figura 6 resume as informações de desvio relativo mínimo, máximo e médio apresentadas na Tabela 17. Ele mostra também, pela utilização de um segundo eixo vertical, os custos associados. Na parte esquerda do gráfico estão ilustradas curvas geradas pela variação do parâmetro  $\alpha$  da formulação de GUTIERREZ, KOUVELIS e KURAWARWALA (1996). Na parte direita são dados os valores pontuais para as demais.

A formulação determinística é a que apresenta o menor custo médio entre todas, mas observam-se nela desvios relativos de até 7,8%. Para alguns cenários se tem pequenos desvios negativos, os quais podem ser atribuídos ao não respeito às restrições de qualidade. Existe a garantia de respeito apenas para o próprio Cenário 1 e, conforme já havia sido visto na Tabela 12, efetivamente ocorrem violações nas restrições de qualidade. Uma interpretação que pode ser dada para esses valores negativos é a de parte da economia possível, caso as restrições de qualidade sejam relaxadas (nesse caso continuam existindo as restrições de qualidade do Cenário 1 limitando a solução). O desvio padrão é bem maior que nas demais formulações, o que reforça a necessidade de utilização das formulações robustas. Por outro lado, o seu tempo de resolução é muito inferior e permite a obtenção de soluções rápidas para grandes instâncias.

A formulação de valor esperado já fornece uma solução bem mais estável que a obtida pela formulação determinística, com um tempo computacional ainda reduzido. Além de garantir o respeito às restrições de qualidade em todos os cenários, ela reduz o desvio relativo máximo praticamente pela metade (de 7,8% para 3,81%) com um custo adicional de apenas 0,22%. O seu custo adicional e desvio relativo médio são menores que os das formulações robustas (salvo, como será visto adiante, quando são utilizados valores de parâmetros que acabam por igualar a formulação robusta a de valor esperado). O seu desvio padrão, apesar de muito inferior ao da formulação determinística, ainda é elevado em comparação com os demais. Esse comportamento era esperado, uma vez que a formulação não penaliza ou restringe a variabilidade.

Na formulação de GUTIERREZ, KOUVELIS e KURAWARWALA (1996), inicialmente foi utilizado um  $\alpha$  muito elevado ( $\alpha = 1$ ) e obtida uma solução que equivale à solução da formulação de valor esperado. Deve-se lembrar que o parâmetro  $\alpha$  representa o desvio relativo máximo do ótimo permitido, para todo o universo de cenários. Ao utilizar um valor muito elevado, elimina-se a influência da restrição de robustez na solução. Com base nessa solução foi calculado o valor do desvio relativo real para cada um dos cenários. O maior valor obtido entre todos os cenários (3,8%) foi utilizado como ponto de partida para o  $\alpha$ , sendo o seu valor reduzido gradativamente e novas soluções obtidas até o ponto em que a solução se tornasse inviável. Esse processo foi automatizado através de um “script”. Com isso foi possível a construção de uma fronteira de eficiência, mostrada no gráfico da Figura 6. Pode-se observar que, à medida que o valor de  $\alpha$  é reduzido, menor se torna o desvio padrão e maiores se tornam os valores do desvio relativo médio e do custo. Os valores do desvio relativo máximo e mínimo se afunilam. Naturalmente, as curvas do desvio relativo médio e do custo irão sempre apresentar a mesma forma. Com um  $\alpha = 3,8\%$  a solução se torna essencialmente a obtida pela formulação de valor esperado, porém tendo exigido um maior tempo computacional. O tempo gasto é em geral maior quando se restringe mais a solução, utilizando um menor valor do parâmetro. Mas esse comportamento nem sempre é a regra, e ocorreram casos que contrariam essa conclusão. Pelo gráfico, vê-se também que o custo praticamente não sofre alterações quando o valor de  $\alpha$  varia entre 3,8% e 3,6%, levando à conclusão de que não é interessante a utilização de um valor superior a 3,6%.

A formulação proposta por KOUVELIS e YU (1997) é a mais conservadora de todas, buscando minimizar o valor máximo do desvio relativo  $\alpha$ . Observa-se pelos dados da Tabela 17 que ela acaba por gerar uma solução com desvios relativos iguais em todo o universo de cenários, sendo o desvio padrão zero. O valor obtido de 3,31% para o desvio máximo é o menor entre todas as formulações, mas os desvios médio e mínimo (também de 3,31%) são os maiores. No gráfico da Figura 6 os três pontos se sobrepõem. O custo adicional da solução dada é de 0,97%, bem acima do fornecido pelas demais formulações. É interessante notar que o valor do desvio máximo obtido por essa formulação deveria poder ser utilizado com sucesso na formulação de GUTIERREZ, KOUVELIS e KURAWARWALA (1996). Ele se situa entre o valor para o qual foi observado haver inviabilidade (3,3%) e o menor para o qual se obteve uma solução (3,35%). Foi tentada a obtenção de uma solução com esse valor de  $\alpha$

(arredondado para 3,32%) sem sucesso. Após o limite de tempo de 3 horas ainda não havia sido encontrada nenhuma solução viável.

Os resultados obtidos pela formulação de BUTLER, AMMONS e SOKOL (2003) não apresentaram novidades. A formulação foi resolvida para diversos valores do parâmetro  $\lambda$ , a penalidade de robustez. O que se observou é que para valores pequenos a solução encontrada se aproximava da solução de valor esperado. No limite, com  $\lambda = 0$ , é encontrada a mesma solução. Para valores grandes as soluções obtidas eram similares e ainda próximas à de valor esperado. Enquanto que o desvio relativo médio foi exatamente o mesmo para qualquer valor do parâmetro, com o  $\lambda$  maior o valor do desvio mínimo aumentou e o do desvio máximo diminuiu (tornando a solução ligeiramente mais conservadora). O valor de  $\lambda = 2M$  segue a orientação dos autores para utilizar-se um valor da mesma ordem de grandeza do custo.

Minimizando o valor esperado do desvio relativo, foi obtido um resultado de 2,59%. Esse valor médio de desvio já havia sido encontrado por outras formulações, sendo de fato o menor de todos nessa instância. A principal diferença está no valor do desvio padrão, que é ligeiramente inferior ao das demais com o mesmo desvio médio (0,67% contra 0,73% na formulação de valor esperado). A solução não foi provada como ótima dentro do tempo estipulado, mas a sua diferença para o limite inferior era mínima (muito próxima de  $1 \times 10^{-4}$ , o valor padrão do OPL Studio para tolerância relativa).

Os resultados dados pela formulação proposta por AHMED e SAHINIDIS (1998) foram desconsiderados. Para valores pequenos de  $\lambda$ , próximos de zero, as soluções obtidas eram semelhantes às fornecidas pela formulação de valor esperado. Para valores grandes de  $\lambda$ , por outro lado, foi observado um comportamento errático na variável de desvio  $y_{ij}$  que acabava por comprometer as soluções fornecidas. O valor de  $y_{ij}$  era acrescido artificialmente para que a variabilidade da solução fosse reduzida. No limite era obtida uma solução de mesmo desvio relativo para todos os cenários, porém com custo muito mais elevado que as demais soluções dadas por outras formulações. Esse comportamento ocorreu devido às características do modelo, no qual as variáveis de desvio das restrições também fazem parte da Função Objetivo e influem no custo.

## 6.2. Análise dos resultados da Instância 2

Os resultados encontrados para a Instância 2 são dados nas Tabelas 18 e 19, e no gráfico da Figura 7. De maneira geral, observa-se que os custos adicionais das diferentes formulações são sempre mais elevados do que os obtidos na Instância 1, chegando a 1,53% na formulação de KOUVELIS e YU (1997). O motivo pode estar ligado a um maior número de violações das restrições de qualidade ou a uma maior variação do volume de tráfego entre os cenários, sendo difícil precisar a influência exata de cada um.

As curvas do custo médio e do desvio relativo médio geradas no gráfico para a formulação de GUTIERREZ, KOUVELIS e KURAWARWALA (1996) não são tão acentuadas quanto na Instância 1. Há uma explicação para isso. Na Instância 1 se pôde reduzir o valor de  $\alpha$  até muito próximo do seu limite inferior, dado pela formulação de KOUVELIS e YU (1997), e ainda assim obter uma solução. Para esta instância, a distância entre o menor valor de  $\alpha$  possível e o valor para o qual se foi capaz de obter uma solução é bem maior. Apesar de haver viabilidade para valores de  $\alpha$  até 3,59%, com valores abaixo de 3,8% o OPL Studio não foi capaz de fornecer nenhuma solução viável, mesmo após decorrido todo o tempo estipulado. Os valores nesse intervalo, caso houvessem sido obtidos, teriam acentuado a curva.

## 6.3. Análise dos resultados da Instância 3

Os resultados da Instância 3 são bastante semelhantes aos das outras instâncias, como pode ser visto pelo gráfico da Figura 8 e pelas Tabelas 20 e 21. Não foi observada nenhuma diferença significativa com relação às conclusões que podem ser tiradas.

Um comportamento interessante das soluções obtidas em todas as instâncias ocorre nos cenários onde o tráfego total é maior que o tráfego previsto no Cenário 1. Nesses cenários, acaba-se por incorrer em custos maiores na formulação determinística do que na formulação de valor esperado ou nas formulações robustas. Com o tráfego total maior que o previsto, é enviado mais tráfego do que o necessário para cumprir os compromissos existentes. Muitas vezes esse tráfego adicional poderia estar sendo enviado por outras operadoras com as quais não existem compromissos por um custo menor.

Conclui-se este capítulo verificando que os resultados encontrados para cada uma das formulações se assemelham nas três instâncias utilizadas. Sendo os dados das mesmas baseados em valores reais, conforme já discutido, o número de instâncias analisadas é considerado suficiente para as conclusões tiradas.

## 7. PROPOSTAS FUTURAS

Os resultados apresentados neste trabalho indicam que a utilização de ferramentas de otimização pode propiciar importantes ganhos financeiros para as operadoras que participam desse mercado. Com os recentes avanços nos softwares de otimização, já é possível a resolução de instâncias reais do problema, mesmo quando são consideradas as incertezas. A flexibilidade adicional das linguagens de “*script*” permite a automatização do processo, possibilitando que uma mesma instância seja resolvida de maneira prática com diferentes formulações e parâmetros. Esse tipo de experimentação pode facilitar as análises posteriores por parte dos decisores.

Como a maioria dos problemas reais, o problema do roteamento do tráfego de chamadas telefônicas internacionais é bastante complexo e em sua análise foram adotadas algumas premissas e simplificações. As operadoras obviamente não são todas iguais, podendo apresentar necessidades, recursos e objetivos diferentes. Não há a pretensão de que as soluções propostas sejam universais e adequadas para todas, e possivelmente algumas das premissas e simplificações devam ser revistas. Uma sugestão é a verificação da sensibilidade das soluções com relação às probabilidades dos cenários, consideradas neste trabalho todas iguais. Sendo esta uma primeira abordagem desse problema na literatura, com um enfoque de otimização, os principais objetivos foram capturar os aspectos mais relevantes e definir um ponto de partida para que novos trabalhos possam ser desenvolvidos. Acredito que esses objetivos tenham sido atingidos.

O caminho natural para seqüência deste trabalho seria o desenvolvimento de um software de apoio à decisão com as formulações propostas e que permitisse a sua utilização por pessoas sem experiência em otimização. As decisões sobre o roteamento do tráfego de chamadas telefônicas internacionais são tomadas pelas áreas comerciais das operadoras. Os profissionais envolvidos dificilmente possuirão os conhecimentos necessários para explorar todas as possibilidades existentes. Esse software somar-se-ia aos já disponíveis comercialmente, complementando as suas funcionalidades de monitoramento do tráfego e automatização das tarefas nas Centrais Gateways internacionais. Os dados de entrada do modelo (compromissos, preços, volumes estimados, parâmetros de qualidade e capacidade disponível) seriam obtidos a partir da base de dados desses softwares comerciais e posteriormente os parâmetros do roteamento ótimo seriam retornados para implantação de forma automatizada.

O software pode ser desenvolvido utilizando-se bibliotecas de otimização disponíveis comercialmente (como, por exemplo, do próprio OPL Studio), ou então se pode optar pela implementação de um algoritmo customizado para soluções exatas, de heurísticas ou de metaheurísticas. As heurísticas e metaheurísticas podem provar ser boas alternativas para a obtenção de soluções de qualidade, próximas ao ótimo, nos casos de grandes instâncias ou instâncias com um elevado número de cenários.

A versão do OPL Studio utilizada neste trabalho foi a 3.7, a qual acompanha o CPLEX 9.0. Recentemente foram disponibilizadas pelo fabricante as versões 4.0 do OPL Studio e 9.1 do CPLEX. Essas são supostamente versões bastante aprimoradas do software, com ganhos significativos de desempenho (o fabricante estima em 50% o ganho de velocidade, com uma utilização de memória 40% menor). Como o trabalho já estava em andamento, e houve mudanças na sintaxe das linguagens OPL e OPLScript, decidi pela não utilização das novas versões. Seria interessante verificar futuramente se os ganhos obtidos para as formulações propostas realmente são dessa ordem e até que ponto isto permitiria a resolução de instâncias maiores de forma mais eficiente.

Por fim, um ponto que poderia ser mais bem explorado são os parâmetros de configuração do OPL Studio. ATAMTURK e SAVELBERGH (2004) discutem os parâmetros de configuração disponíveis para que os usuários ajustem o comportamento do software quando a configuração padrão não for capaz de fornecer o nível de desempenho desejado. Através de sua experiência, os desenvolvedores dos softwares de otimização buscam determinar um padrão que apresente bom desempenho para o maior número de problemas encontrados na prática. Entretanto, na Programação Inteira não existe uma solução única adequada a todas as situações. A modificação dos parâmetros de configuração altera de forma significativa o comportamento e o desempenho do software, e quando feita de forma criteriosa é bem possível que se obtenham soluções exatas mais rapidamente ou até que se encontrem soluções para instâncias até então consideradas sem solução.

## 8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACTON, J., VOGELSANG, I., 1992, "Telephone demand over the Atlantic: evidence from country-pair data", *Journal of Industrial Economics*, vol. 40, pp. 1-19.

AHMED, S., SAHINIDIS, N., 1998, "Robust process planning under uncertainty", *Industrial Engineering and Chemical Research*, vol. 37, n. 5, pp. 1883-1892.

ATAMTURK, A., SAVELSBERGH, M., 2004, "Integer-Programming software systems", *Annals of Operations Research*, a ser publicado.

BAI, D., CARPENTER, T., MULVEY, J., 1997, "Making a case for Robust Optimization models", *Management Science*, vol. 43, n. 7 (Jul), pp. 895-907.

BECKERT, S., STRONGE, T., MAULDIN, A., *et al.*, 2004, *TeleGeography 2005 global traffic statistics & commentary*, TeleGeography Research, Primetrica Inc.

BEN-TAL, A., NEMIROVSKI, A., 2000, "Robust solutions of Linear Programming problems contaminated with uncertain data", *Mathematical Programming*, vol. 88, n. 3 (Sep), pp. 411-424.

BERTSEKAS, D., 1987, *Dynamic Programming: Deterministic and Stochastic Models*, Upper Saddle River, New Jersey, Prentice Hall.

BIXBY, R., FENELON, M., GU, Z., *et al.*, 2002, *Mixed-integer Programming: A progress report*, ILOG S.A.

BROOKE, A., KENDRICK, D., MEERAUS, A., *et al.*, 1998, *GAMS: A user's guide*, Washington, GAMS Development Corporation.

BROWNE, V., 2003, "Voice margin management", *Capacity Magazine*, vol. 3, n. 10 (Sep), pp. 35-38.

BUTLER, R., 2003, *Supply chain design for new products*. Ph.D. dissertation, Georgia Institute of Technology, Atlanta, USA.

BUTLER, R., AMMONS, J., SOKOL, J., 2003, "A Robust Optimization model for strategic production and distribution planning for a new product", a ser submetido.

DANTZIG, G., 1955, "Linear Programming under uncertainty", *Management Science*, vol. 1, pp. 197-206.

DASH OPTIMIZATION Ltd., 2004, *XPRESS-Optimizer reference manual*.

EINHORN, M., 2002, "International telephony: a review of the literature", *Information Economics and Policy*, vol.14, pp. 51-73.

FOURER, R., GAY, D., KERNIGHAN, B., 2002, *AMPL: A modeling language for Mathematical Programming*, 2 ed., Brooks/Cole.

GALBI, D., 1997, *The implications of by-pass for traditional international interconnection*, Federal Communications Commission, Washington, DC, USA.

GLEAVE, S., 2005, "Defending wholesale voice margins", *Capacity Magazine*, vol. 5, n. 7 (Jun), pp. 40-42.

GOETSCHALCKX, M., AHMED, S., SHAPIRO, A., *et al.*, 2001, "Designing flexible and robust supply chains", *IEPM Quebec*, August.

GUTIERREZ, G., KOUVELIS, P., KURAWARWALA, A., 1996, "A robustness approach to uncapacitated network design problems", *European Journal of Operational Research*, vol. 94, n. 2 (Oct), pp. 362-376.

HENTENRYCK, P., 1999, *The OPL optimization programming language*, 1 ed., Cambridge, Massachusetts, MIT Press.

HODDER, J., DINCER, M., 1986, "A multifactor model for international plant location under uncertainty", *Computers and Operations Research*, vol. 13, n. 5, pp. 601-609.

ILOG S.A., 2003, *ILOG OPL Studio 3.7 language manual*.

KALL, P., WALLACE, S., 1994, *Stochastic Programming*, Chichester, Wiley.

KOUVELIS, P., Yu, G., 1997, *Robust Discrete Optimization and its applications*, Dordrecht ,The Netherlands, Kluwer Academic Publishers.

LAGUNA, M., 1998, "Applying Robust Optimization to capacity expansion of one location in telecommunications with demand uncertainty", *Management Science*, vol. 44, n. 11 (Nov), pp. 101-110.

LINDO SYSTEMS INC., 2002, *Lindo API user's manual*.

MASON, R., 1998, "Internet telephony and the international accounting rate system", *Telecommunications Policy*, vol. 22, pp. 931-944.

MULVEY, J., VANDERBEI, R., ZENIOS, S., 1995, "Robust Optimization of large-scale systems", *Operations Research*, vol. 43, n. 2 (Mar-Apr), pp. 264-281.

PRIME CARRIER, 2004, *Least cost routing is fundamentally flawed*.

ROSSOTTO, C., WELLENIUS, B., LEWIN, A., *et al.*, 2004, *Competition in international voice communications*, World Bank Policy Division Report n. 27671.

SANDBACH, J., 1996, "International telephone traffic, call-back, and policy implications", *Telecommunications Policy*, vol. 20, pp. 507-515.

SANDBERG, F., 2004, *Business operations systems for international telecom carriers*, ASCADE AB.

SILVA, P., SALONEN, E., 2002, *Market analysis and market strategy for a business support system in the telecom operator market*. M.Sc. dissertation, Chalmers University of Technology, Stockholm, Sweden.

WALLSTEN, S., 2001, "Telecommunications investment and traffic in developing countries: The effects of international settlement rate reforms", *Journal of Regulatory Economics*, vol. 20, n. 3, pp. 307-323.

WRIGHT, J., 1999, "International telecommunications, settlement rates and the FCC", *Journal of Regulatory Economics*, vol. 15, pp. 267-291.

## 9. APÊNDICES

### 9.1. Glossário

*ACD*: “Average call duration”, a duração média das chamadas completadas. Serve como uma forma de se mensurar aspectos subjetivos da qualidade oferecida por uma rota para um destino, entre eles eco, ruídos etc. Caso um usuário, ao realizar uma chamada, considere que a qualidade da mesma não é aceitável, é provável que ele venha a encerrar a mesma rapidamente. Se o problema de qualidade persistir haverá uma grande ocorrência de chamadas com curta duração, reduzindo o ACD da rota para o destino.

*ASR*: “Average seizure ratio”, a taxa média de completamento. O ASR indica o percentual de chamadas completadas em relação ao número de tentativas realizadas. Diversos fatores podem levar ao não completamento de uma chamada, incluindo congestionamento na rede, linha ocupada e o não atendimento da chamada no número de destino.

*Breakouts (quebras)*: As operadoras subdividem a maioria dos países em destinos menores (cidades principais, redes de telefonia móvel, resto do país). Essas subdivisões são denominadas “breakouts” ou “quebras”. Não há uma padronização nas quebras utilizadas por diferentes operadoras, podendo ocorrer pequenas divergências. O objetivo de se ter mais “breakouts” é a oferta de preços e qualidade diferenciados para os mesmos.

*Carrier*: Termo em inglês para uma empresa prestadora de serviços de Telecomunicações, também chamada de operadora.

*CDR*: Sigla para “Call Detailed Record”, registros de uso que são gerados pelas Centrais Telefônicas toda vez que uma chamada é realizada. Servem como base para que as mesmas sejam cobradas. Nos seus diversos campos ficam registradas informações como o número originador, o número de destino e também a duração da chamada caso a mesma tenha completado.

*Central Gateway*: Central Telefônica utilizada para interconexão com a rede de outras operadoras. Uma Central Gateway internacional serve para a interconexão com as operadoras internacionais. Todo o tráfego internacional originado por seus clientes é

primeiramente roteado para ela, sendo então roteado para as operadoras internacionais. As operadoras costumam possuir mais de uma Central Gateway internacional, por questões de redundância e da topologia da sua rede.

*CLI*: “Calling Line Identification” é a sinalização enviada na chamada que permite identificar o número do telefone que está originando a mesma.

*CSP*: Código de seleção de prestadora, número discado antes do telefone de destino propriamente dito, objetivando selecionar qual operadora será responsável pelo completamento da chamada de longa distância. No Brasil é adotado um modelo de seleção chamada a chamada. Outra modalidade, adotada em muitos países, é a pré-seleção, na qual, caso o cliente não digite o CSP, a chamada irá automaticamente cursar por uma operadora pré-selecionada de sua preferência. Faz-se necessária a discagem do CSP apenas caso se deseje utilizar outra operadora para uma chamada. Por fim, alguns países não permitem a escolha da operadora (ex: EUA), sendo as chamadas de longa distância sempre cursadas pela operadora responsável pela linha telefônica do cliente.

*DS3*: Meio físico com capacidade de transmissão de 45MB/s.

*E1*: Meio físico com capacidade de transmissão de 2MB/s. Um E1 é composto de 32 canais de 64kb, sendo 30 para voz e dois para sinalização. Cada chamada utiliza um canal, sendo assim possível 30 chamadas simultâneas em um E1. É o padrão utilizado no Brasil e na Europa.

*Erlang*: O Erlang é uma unidade de medida da densidade de chamadas em um sistema de telecomunicações. Ele representa o volume total, em minutos, de chamadas realizadas em uma hora. Com o Erlang é possível avaliar os padrões de tráfego para um destino e determinar quantos E1's são necessários para uma rota. O modelo mais comum é o Erlang B, que calcula a capacidade necessária com base na utilização de pico.

*Grooming*: Termo advindo do inglês, utilizado para denominar a prática de subdividir ao máximo o roteamento para um país, com o intuito de obter um custo final mais baixo para o mesmo. Busca-se tirar vantagem das diferenças nos planos de numeração das diversas operadoras, enviando por cada uma apenas as faixas de numeração de menor custo. Não é uma prática bem aceita no mercado. Apesar de

muitas vezes as operadoras possuem custos distintos para as diferentes redes dentro de um país, elas nem sempre fornecem preços distintos (para simplificar o processo). É comum se ter um preço para todas as redes fixas e outro para todas as redes móveis, sendo estes preços definidos com base em um perfil “normal” de tráfego. Caso esse perfil não ocorra na prática, a operadora que estiver terminando as chamadas poderá incorrer em prejuízos.

*Heurística*: Procedimento que utiliza idéias intuitivas, relacionadas ao problema em questão, para ajudar na composição de soluções válidas e muitas vezes de boa qualidade.

*Hubbing*: Termo referente ao envio de tráfego internacional para destinos sem compromisso de volume. A operadora que recebe o tráfego de “hubbing” atua como intermediária entre a operadora que originou o tráfego e a operadora de destino. Geralmente o “hubbing” é utilizado para a terminação de chamadas em países com os quais a operadora não possui uma rota direta.

*Incumbent*: Termo utilizado para as operadoras que no passado eram monopolistas estatais (ou ainda o são) em um dado mercado. No Brasil pode-se citar a Embratel como a “incumbent” para o tráfego de longa distância nacional e internacional, e a Telemar, Telefônica e Brasil Telecom para o tráfego local.

*Interconexão*: De maneira simplificada, uma interconexão é um ponto de interface entre a rede de duas operadoras, utilizado para a troca de tráfego entre as mesmas. Essa interface pode ser feita através de circuitos físicos (fibra óptica), por satélite ou, mais recentemente, através da nuvem da Internet (VOIP).

*LCR*: Sigla para “Least Cost Routing”, o roteamento pelo menor custo. Significa um roteamento de tráfego seguindo como único critério o parâmetro preço.

*Metaheurística*: Estrutura algorítmica de busca dentro de um espaço de soluções, capaz de explorá-lo de forma racional e sabendo fugir de ótimos locais. Busca o ótimo global e fornece soluções de boa qualidade.

*Operadora*: Empresa prestadora de serviços de Telecomunicações, também denominada pelo termo em inglês “Carrier”.

*Plano de numeração*: É o conjunto das faixas de numeração telefônica de um país. Permite a identificação da rede ou destino a que um dado número telefônico no país pertence. O plano de numeração de um país pode ser um documento extremamente complexo. Mesmo entre operadoras do mesmo país, é comum haverem pequenas divergências. As operadoras trocam esses documentos entre si, mas não existe um plano de numeração mundial oficial.

*Quebras (breakouts)*: ver “breakouts”.

*Quota-system*: É uma funcionalidade das Centrais Telefônicas, que permite a distribuição do tráfego para um dado destino entre várias rotas, em proporções predefinidas.

*Rota*: Interligação (circuito) entre duas Centrais Telefônicas.

*Send or pay*: Modalidade de acordo para o envio de tráfego no qual, mesmo que o tráfego não seja efetivamente enviado, deverá ser pago ao final de um período estipulado.

*Settlement rate*: Modalidade de acordo para a troca de tráfego entre duas operadoras no qual é estipulado um preço único para o tráfego enviado por ambas as partes. Esse preço é sempre bem mais elevado que o praticado pelo mercado. O ajuste é feito nos volumes acordados. Caso os volumes sejam iguais de ambas as partes, o preço se tornará irrelevante e ninguém pagará nada a ninguém.

*T1*: Meio físico com capacidade de transmissão de 1,5MB/s. É o padrão utilizado nos EUA.

*TDM*: “Time Division Multiplexing”. Tecnologia que transmite múltiplos sinais simultaneamente através de um único meio de transmissão. Permitiu que as empresas de telefonia migrassem suas redes de analógico para digital. Oferece a melhor qualidade possível para o tráfego de voz, não sendo utilizada nenhuma compressão.

*Terminação*: O termo terminação se refere ao completamento da chamada.

*Tráfego entrante*: É o tráfego de chamadas recebido por uma operadora de outras.

*Tráfego saínte*: É o tráfego de chamadas enviado por uma operadora para outras.

*VOIP*: O termo é utilizado de maneira abrangente, referindo-se a diversas tecnologias empregadas para o tráfego de chamadas telefônicas através de redes IP (incluindo a Internet pública). As chamadas são comprimidas, permitindo melhor utilização da banda de um circuito (trafegam-se mais chamadas em um mesmo meio físico de transmissão). Existem diversos protocolos de voz sobre IP disponíveis hoje no mercado. Por utilizar compressão, oferece qualidade inferior a TDM.

## 9.2. Códigos OPL completos

### 9.2.1. Formulação determinística

```
// Modelo: Formulação determinística
//      Otimização aplicada ao roteamento do tráfego de
//      chamadas telefônicas internacionais
//
// Autor: Renato Gomes Ferraz
//      COPPE/UFRJ - Pesquisa Operacional
//
// Atualização: 22/08/2005

setting MIPmethod = CPLEXmip;
setting epAGap = 1e-06;
setting epGap = 2e-05;
setting workMem = 7.68e+02;
setting treLim = 2.56e+02;
setting tiLim = 10.8e+03;

SheetConnection sheet_database("Database.xls");

range Boolean 0..10;

enum i ...;
enum j ...;

float+ c[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "Rates!B4:U453");
float+ v[i]
    from SheetRead(sheet_database, "Volumes!B4:B453");
float+ r[j]
    from SheetRead(sheet_database, "Commitments!B4:B23");
float+ e[j]
    from SheetRead(sheet_database, "Capacity!C4:C23");
float+ m[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "Open!B4:U453");
float+ min_asr[i]
    from SheetRead(sheet_database, "Volumes!C4:C453");
float+ min_acd[i]
```

```

    from SheetRead(sheet_database, "Volumes!D4:D453");
float+ asr[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ASR!B4:U453");
float+ acd[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ACD!B4:U453");

assert forall(q in i) min(o in j) c[q,o] < 9.9999;

assert forall(q in i, o in j)
    if m[q,o] > 0 then c[q,o] < 9.9999 endif;

assert sum(q in i) v[q] <= sum(o in j) e[o];

assert forall(q in i) max(o in j) asr[q,o] >= min_asr[q];

assert forall(q in i) max(o in j) acd[q,o] >= min_acd[q];

assert forall(q in i, o in j)
    if m[q,o] > 0 then asr[q,o] >= min_asr[q] endif;

assert forall(q in i, o in j)
    if m[q,o] > 0 then acd[q,o] >= min_acd[q] endif;

initialize
    forall(q in i)
        if v[q] = 0 then v[q] = 0.1 endif;

float+ minc[i];
initialize
    forall(q in i)
        minc[q] = min(o in j) c[q,o];

float+ lcr;
initialize
    lcr = sum(q in i) (v[q] * minc[q]);

var float+ x[j];
var float+ y[i,j];
var Boolean gama[i,j];

minimize

sum(q in i, o in j) (v[q] * c[q,o] * gama[q,o]/10) +
    sum(o in j) (x[o]) +
    sum(q in i, o in j) (y[q,o] * c[q,o])

subject to {

forall(q in i)
    sum(o in j) gama[q,o] = 10;

forall(o in j)
    sum(q in i) (v[q] * c[q,o] * gama[q,o]/10) + x[o] >= r[o];

forall(o in j)
    sum(q in i) (v[q] * gama[q,o]/10) <= e[o];

```

```

forall(q in i, o in j)
    (gama[q,o]/10 * v[q]) + y[q,o] >= m[q,o];

forall(q in i, o in j)
    if c[q,o] = 9.9999 then
        gama[q,o] = 0
    endif;

forall(q in i)
    sum(o in j) (gama[q,o]/10 * asr[q,o]) >= min_asr[q];

forall(q in i)
    sum(o in j) (gama[q,o]/10 * acd[q,o]) >= min_acd[q];

};

display(q in i, o in j : gama[q,o] <> 0) gama[q,o];
display x;
display(q in i, o in j : y[q,o] <> 0) y[q,o];

float+ objective = (sum(q in i, o in j) (v[q] *
    c[q,o] * gama[q,o]/10) + sum(o in j) (x[o]) +
    sum(q in i, o in j) (y[q,o] * c[q,o]) -
    lcr) / lcr;

float+ costSolution = sum(q in i, o in j) (v[q] *
    c[q,o] * gama[q,o]/10) + sum(o in j) (x[o]) +
    sum(q in i, o in j) (y[q,o] * c[q,o]);

float+ costPremium = sum(q in i, o in j) (v[q] *
    c[q,o] * gama[q,o]/10) + sum(o in j) (x[o]) +
    sum(q in i, o in j) (y[q,o] * c[q,o]) - lcr;

float+ costly[o in j] = sum(q in i) (y[q,o] * c[q,o]);

SheetWrite(sheet_database, "Results1!A1") (objective);
SheetWrite(sheet_database, "Results1!B4:U453") (gama);
SheetWrite(sheet_database, "Results1!W4") (lcr);
SheetWrite(sheet_database, "Results1!X4") (costSolution);
SheetWrite(sheet_database, "Results1!Y4") (costPremium);
SheetWrite(sheet_database, "Results1!AC4:AC23") (x);
SheetWrite(sheet_database, "Results1!AD4:AD23") (costy);

```

## 9.2.2. Formulação de valor esperado

```

// Modelo: Formulação Valor esperado
//         Otimização aplicada ao roteamento do tráfego de
//         chamadas telefônicas internacionais
//
// Autor: Renato Gomes Ferraz
//        COPPE/UFRJ - Pesquisa Operacional
//
// Atualização: 12/11/2005

```

```

setting MIPmethod = CPLEXmip;
setting epAGap = 1e-06;
setting epGap = 2e-05;
setting workMem = 7.68e+02;
setting treLim = 2.56e+02;
setting tiLim = 10.8e+03;

SheetConnection sheet_database("Database.xls");

range Boolean 0..10;

enum i ...;
enum j ...;
int+ k = 24;
range omega 0..k-1;

range rv 0..5;
range rasr 0..1;
range racd 0..1;

float+ omegav[i,rv]
    from SheetRead(sheet_database, "Volumes!F4:K453");
float+ omegaasr1[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ASR!B4:U453");
float+ omegaasr2[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ASR!B455:U904");
float+ omegaasr[i,j,rasr];
float+ omegaacd1[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ACD!B4:U453");
float+ omegaacd2[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ACD!B455:U904");
float+ omegaacd[i,j,racd];

initialize
    forall(q in i, o in j) {
        omegaasr[q,o,0] = omegaasr1[q,o];
        omegaasr[q,o,1] = omegaasr2[q,o];
        omegaacd[q,o,0] = omegaacd1[q,o];
        omegaacd[q,o,1] = omegaacd2[q,o];
    };

int+ matriz_cen[omega,0..2] =
    [[0, 0, 0], [0, 0, 1], [0, 1, 0], [0, 1, 1],
     [1, 0, 0], [1, 0, 1], [1, 1, 0], [1, 1, 1],
     [2, 0, 0], [2, 0, 1], [2, 1, 0], [2, 1, 1],
     [3, 0, 0], [3, 0, 1], [3, 1, 0], [3, 1, 1],
     [4, 0, 0], [4, 0, 1], [4, 1, 0], [4, 1, 1],
     [5, 0, 0], [5, 0, 1], [5, 1, 0], [5, 1, 1]];

float+ c[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "Rates!B4:U453");
float+ r[j]
    from SheetRead(sheet_database, "Commitments!B4:B23");
float+ e[j]
    from SheetRead(sheet_database, "Capacity!C4:C23");

```

```

float+ m[i,j]
  from SheetRead(sheet_database, "Open!B4:U453");
float+ min_asr[i]
  from SheetRead(sheet_database, "Volumes!C4:C453");
float+ min_acd[i]
  from SheetRead(sheet_database, "Volumes!D4:D453");

float+ v[i,omega];
float+ asr[i,j,omega];
float+ acd[i,j,omega];

initialize
  forall(q in i, t in omega)
    v[q,t] = omegav[q,matriz_cen[t,0]];

initialize
  forall(q in i, o in j, t in omega)
    asr[q,o,t] = omegaasr[q,o,matriz_cen[t,1]];

initialize
  forall(q in i, o in j, t in omega)
    acd[q,o,t] = omegaacd[q,o,matriz_cen[t,2]];

assert forall(q in i) min(o in j) c[q,o] < 9.9999;

assert forall(q in i, o in j)
  if m[q,o] > 0 then c[q,o] < 9.9999 endif;

assert forall(t in omega)
  sum(q in i) v[q,t] <= sum(o in j) e[o];

assert forall(q in i, t in omega)
  max(o in j) asr[q,o,t] >= min_asr[q];

assert forall(q in i, t in omega)
  max(o in j) acd[q,o,t] >= min_acd[q];

assert forall(q in i, o in j, t in omega)
  if m[q,o] > 0 then asr[q,o,t] >= min_asr[q] endif;

assert forall(q in i, o in j, t in omega)
  if m[q,o] > 0 then acd[q,o,t] >= min_acd[q] endif;

initialize
  forall(q in i, t in omega)
    if v[q,t] = 0 then v[q,t] = 0.1 endif;

var float+ x[j,omega];
var float+ y[i,j,omega];
var Boolean gama[i,j];

minimize

sum(t in omega) (
  (sum(q in i, o in j) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o]/10)
  + sum(o in j) (x[o,t])

```

```

    + sum(q in i, o in j) (y[q,o,t] * c[q,o])
    * 1/k
)
subject to {

forall(q in i)
    sum(o in j) gama[q,o] = 10;

forall(o in j, t in omega)
    sum(q in i) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o]/10) + x[o,t]
    >= r[o];

forall(o in j, t in omega)
    sum(q in i) (v[q,t] * gama[q,o]/10) <= e[o];

forall(q in i, o in j, t in omega)
    (gama[q,o]/10 * v[q,t]) + y[q,o,t] >= m[q,o];

forall(q in i, o in j)
    if c[q,o] = 9.9999 then
        gama[q,o] = 0
    endif;

forall(q in i, t in omega)
    sum(o in j) (gama[q,o]/10 * asr[q,o,t]) >= min_asr[q];

forall(q in i, t in omega)
    sum(o in j) (gama[q,o]/10 * acd[q,o,t]) >= min_acd[q];

};

display(q in i, o in j : gama[q,o] <> 0) gama[q,o];
display x;
display(q in i, o in j, t in omega : y[q,o,t] <> 0)
    y[q,o,t];

float+ costSolution[t in omega] =
    sum(q in i, o in j) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o]/10)
    + sum(o in j) (x[o,t])
    + sum(q in i, o in j) (y[q,o,t] * c[q,o]);

int+ nbVariables = OplSystem.getNumberOfVariables();
int+ nbConstraints = OplSystem.getNumberOfConstraints();
float+ nbSeconds = OplSystem.getCPUtime();

SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustValorEsperado!B4:U453")
    (gama);
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustValorEsperado!X4:X27")
    (costSolution);
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustValorEsperado!AB3")
    (nbVariables);
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustValorEsperado!AB4")
    (nbConstraints);
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustValorEsperado!AB5")
    (nbSeconds);

```

### 9.2.3. Formulação robusta de GUTIERREZ, KOUVELIS e KURAWARWALA (1996)

```
// Modelo: Formulação robusta Gutierrez, Kouvelis e Kurawarwala
//          Otimização aplicada ao roteamento do tráfego de
//          chamadas telefônicas internacionais
//
// Autor: Renato Gomes Ferraz
//        COPPE/UFRJ - Pesquisa Operacional
//
// Atualização: 12/11/2005

setting MIPmethod = CPLEXmip;
setting epAGap = 1e-06;
setting epGap = 2e-05;
setting workMem = 7.68e+02;
setting treLim = 2.56e+02;
setting tiLim = 10.8e+03;

SheetConnection sheet_database("Database.xls");

range Boolean 0..10;

enum i ...;
enum j ...;
int+ k = 24;
range omega 0..k-1;
float+ alfa = ...; //desvio relativo maximo do ótimo permitido

range rv 0..5;
range rasr 0..1;
range racd 0..1;

float+ omegav[i,rv]
    from SheetRead(sheet_database, "Volumes!F4:K453");
float+ omegaasr1[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ASR!B4:U453");
float+ omegaasr2[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ASR!B455:U904");
float+ omegaasr[i,j,rasr];
float+ omegaacd1[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ACD!B4:U453");
float+ omegaacd2[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ACD!B455:U904");
float+ omegaacd[i,j,racd];

initialize
    forall(q in i, o in j) {
        omegaasr[q,o,0] = omegaasr1[q,o];
        omegaasr[q,o,1] = omegaasr2[q,o];
        omegaacd[q,o,0] = omegaacd1[q,o];
        omegaacd[q,o,1] = omegaacd2[q,o];
    };
```

```

int+ matriz_cen[omega,0..2] =
  [[0, 0, 0], [0, 0, 1], [0, 1, 0], [0, 1, 1],
   [1, 0, 0], [1, 0, 1], [1, 1, 0], [1, 1, 1],
   [2, 0, 0], [2, 0, 1], [2, 1, 0], [2, 1, 1],
   [3, 0, 0], [3, 0, 1], [3, 1, 0], [3, 1, 1],
   [4, 0, 0], [4, 0, 1], [4, 1, 0], [4, 1, 1],
   [5, 0, 0], [5, 0, 1], [5, 1, 0], [5, 1, 1]];

float+ c[i,j]
  from SheetRead(sheet_database, "Rates!B4:U453");
float+ r[j]
  from SheetRead(sheet_database, "Commitments!B4:B23");
float+ e[j]
  from SheetRead(sheet_database, "Capacity!C4:C23");
float+ m[i,j]
  from SheetRead(sheet_database, "Open!B4:U453");
float+ min_asr[i]
  from SheetRead(sheet_database, "Volumes!C4:C453");
float+ min_acd[i]
  from SheetRead(sheet_database, "Volumes!D4:D453");
float+ lcr[omega]
  from SheetRead(sheet_database, "Results!B4:B27");

float+ v[i,omega];
float+ asr[i,j,omega];
float+ acd[i,j,omega];

initialize
  forall(q in i, t in omega)
    v[q,t] = omegav[q,matriz_cen[t,0]];

initialize
  forall(q in i, o in j, t in omega)
    asr[q,o,t] = omegaasr[q,o,matriz_cen[t,1]];

initialize
  forall(q in i, o in j, t in omega)
    acd[q,o,t] = omegaacd[q,o,matriz_cen[t,2]];

assert forall(q in i) min(o in j) c[q,o] < 9.9999;

assert forall(q in i, o in j)
  if m[q,o] > 0 then c[q,o] < 9.9999 endif;

assert forall(t in omega)
  sum(q in i) v[q,t] <= sum(o in j) e[o];

assert forall(q in i, t in omega)
  max(o in j) asr[q,o,t] >= min_asr[q];

assert forall(q in i, t in omega)
  max(o in j) acd[q,o,t] >= min_acd[q];

assert forall(q in i, o in j, t in omega)
  if m[q,o] > 0 then asr[q,o,t] >= min_asr[q] endif;

```

```

assert forall(q in i, o in j, t in omega)
  if m[q,o] > 0 then acd[q,o,t] >= min_acd[q] endif;

initialize
  forall(q in i, t in omega)
    if v[q,t] = 0 then v[q,t] = 0.1 endif;

var float+ x[j,omega];
var float+ y[i,j,omega];
var Boolean gama[i,j];

minimize

sum(t in omega) (
  (sum(q in i, o in j) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o]/10)
  + sum(o in j) (x[o,t])
  + sum(q in i, o in j) (y[q,o,t] * c[q,o]))
  * 1/k
)

subject to {

forall(t in omega)
  (((sum(q in i, o in j) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o]/10)
  + sum(o in j) (x[o,t])
  + sum(q in i, o in j) (y[q,o,t] * c[q,o]))
  - lcr[t]) / lcr[t]) <= alfa;

forall(q in i)
  sum(o in j) gama[q,o] = 10;

forall(o in j, t in omega)
  sum(q in i) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o]/10) + x[o,t]
  >= r[o];

forall(o in j, t in omega)
  sum(q in i) (v[q,t] * gama[q,o]/10) <= e[o];

forall(q in i, o in j, t in omega)
  (gama[q,o]/10 * v[q,t]) + y[q,o,t] >= m[q,o];

forall(q in i, o in j)
  if c[q,o] = 9.9999 then
    gama[q,o] = 0
  endif;

forall(q in i, t in omega)
  sum(o in j) (gama[q,o]/10 * asr[q,o,t]) >= min_asr[q];

forall(q in i, t in omega)
  sum(o in j) (gama[q,o]/10 * acd[q,o,t]) >= min_acd[q];

};

display(q in i, o in j : gama[q,o] <> 0) gama[q,o];

```

```

display x;
display(q in i, o in j, t in omega : y[q,o,t] <> 0)
    y[q,o,t];

float+ costSolution[t in omega] =
    sum(q in i, o in j) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o]/10)
    + sum(o in j) (x[o,t])
    + sum(q in i, o in j) (y[q,o,t] * c[q,o]);

float+ alfaSolution[t in omega] =
    (((sum(q in i, o in j) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o]/10)
    + sum(o in j) (x[o,t])
    + sum(q in i, o in j) (y[q,o,t] * c[q,o])))
    - lcr[t]) / lcr[t]);

int+ nbVariables = OplSystem.getNumberOfVariables();
int+ nbConstraints = OplSystem.getNumberOfConstraints();
float+ nbSeconds = OplSystem.getCPUTime();

SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustGutierrez!B4:U453")
    (gama);
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustGutierrez!X4:X27")
    (costSolution);
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustGutierrez!A1")
    (alfa);
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustGutierrez!Y4:Y27")
    (alfaSolution);
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustGutierrez!AB3")
    (nbVariables);
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustGutierrez!AB4")
    (nbConstraints);
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustGutierrez!AB5")
    (nbSeconds);

```

#### 9.2.4. Formulação robusta de KOUVELIS e YU (1997)

```

// Modelo: Formulação robusta Kouvelis e Yu
//         Otimização aplicada ao roteamento do tráfego de
//         chamadas telefônicas internacionais
//
// Autor: Renato Gomes Ferraz
//         COPPE/UFRJ - Pesquisa Operacional
//
// Atualização: 13/11/2005

setting MIPmethod = CPLEXmip;
setting epAGap = 1e-06;
setting epGap = 2e-05;
setting workMem = 7.68e+02;
setting treLim = 2.56e+02;
setting tiLim = 10.8e+03;

SheetConnection sheet_database("Database.xls");

```

```

range Boolean 0..10;

enum i ...;
enum j ...;
int+ k = 24;
range omega 0..k-1;

range rv 0..5;
range rasr 0..1;
range racd 0..1;

float+ omegav[i,rv]
    from SheetRead(sheet_database, "Volumes!F4:K453");
float+ omegaasr1[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ASR!B4:U453");
float+ omegaasr2[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ASR!B455:U904");
float+ omegaasr[i,j,rasr];
float+ omegaacd1[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ACD!B4:U453");
float+ omegaacd2[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ACD!B455:U904");
float+ omegaacd[i,j,racd];

initialize
    forall(q in i, o in j) {
        omegaasr[q,o,0] = omegaasr1[q,o];
        omegaasr[q,o,1] = omegaasr2[q,o];
        omegaacd[q,o,0] = omegaacd1[q,o];
        omegaacd[q,o,1] = omegaacd2[q,o];
    };

int+ matriz_cen[omega,0..2] =
    [[0, 0, 0], [0, 0, 1], [0, 1, 0], [0, 1, 1],
     [1, 0, 0], [1, 0, 1], [1, 1, 0], [1, 1, 1],
     [2, 0, 0], [2, 0, 1], [2, 1, 0], [2, 1, 1],
     [3, 0, 0], [3, 0, 1], [3, 1, 0], [3, 1, 1],
     [4, 0, 0], [4, 0, 1], [4, 1, 0], [4, 1, 1],
     [5, 0, 0], [5, 0, 1], [5, 1, 0], [5, 1, 1]];

float+ c[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "Rates!B4:U453");
float+ r[j]
    from SheetRead(sheet_database, "Commitments!B4:B23");
float+ e[j]
    from SheetRead(sheet_database, "Capacity!C4:C23");
float+ m[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "Open!B4:U453");
float+ min_asr[i]
    from SheetRead(sheet_database, "Volumes!C4:C453");
float+ min_acd[i]
    from SheetRead(sheet_database, "Volumes!D4:D453");
float+ lcr[omega]
    from SheetRead(sheet_database, "Results!B4:B27");

float+ v[i,omega];

```

```

float+ asr[i,j,omega];
float+ acd[i,j,omega];

initialize
  forall(q in i, t in omega)
    v[q,t] = omegav[q,matriz_cen[t,0]];

initialize
  forall(q in i, o in j, t in omega)
    asr[q,o,t] = omegaasr[q,o,matriz_cen[t,1]];

initialize
  forall(q in i, o in j, t in omega)
    acd[q,o,t] = omegaacd[q,o,matriz_cen[t,2]];

assert forall(q in i) min(o in j) c[q,o] < 9.9999;

assert forall(q in i, o in j)
  if m[q,o] > 0 then c[q,o] < 9.9999 endif;

assert forall(t in omega)
  sum(q in i) v[q,t] <= sum(o in j) e[o];

assert forall(q in i, t in omega)
  max(o in j) asr[q,o,t] >= min_asr[q];

assert forall(q in i, t in omega)
  max(o in j) acd[q,o,t] >= min_acd[q];

assert forall(q in i, o in j, t in omega)
  if m[q,o] > 0 then asr[q,o,t] >= min_asr[q] endif;

assert forall(q in i, o in j, t in omega)
  if m[q,o] > 0 then acd[q,o,t] >= min_acd[q] endif;

initialize
  forall(q in i, t in omega)
    if v[q,t] = 0 then v[q,t] = 0.1 endif;

var float+ x[j,omega];
var float+ y[i,j,omega];
var Boolean gama[i,j];
var float+ alfa;

minimize

alfa

subject to {

forall(t in omega)
  (((sum(q in i, o in j) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o])/10)
  + sum(o in j) (x[o,t])
  + sum(q in i, o in j) (y[q,o,t] * c[q,o]))
  - lcr[t]) / lcr[t]) <= alfa;

```

```

forall(q in i)
    sum(o in j) gama[q,o] = 10;

forall(o in j, t in omega)
    sum(q in i) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o]/10) + x[o,t]
    >= r[o];

forall(o in j, t in omega)
    sum(q in i) (v[q,t] * gama[q,o]/10) <= e[o];

forall(q in i, o in j, t in omega)
    (gama[q,o]/10 * v[q,t]) + y[q,o,t] >= m[q,o];

forall(q in i, o in j)
    if c[q,o] = 9.9999 then
        gama[q,o] = 0
    endif;

forall(q in i, t in omega)
    sum(o in j) (gama[q,o]/10 * asr[q,o,t]) >= min_asr[q];

forall(q in i, t in omega)
    sum(o in j) (gama[q,o]/10 * acd[q,o,t]) >= min_acd[q];

};

display(q in i, o in j : gama[q,o] <> 0) gama[q,o];
display x;
display(q in i, o in j, t in omega : y[q,o,t] <> 0)
    y[q,o,t];

float+ costSolution[t in omega] =
    sum(q in i, o in j) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o]/10)
    + sum(o in j) (x[o,t])
    + sum(q in i, o in j) (y[q,o,t] * c[q,o]);

int+ nbVariables = OplSystem.getNumberOfVariables();
int+ nbConstraints = OplSystem.getNumberOfConstraints();
float+ nbSeconds = OplSystem.getCPUTime();

SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustKouvelis!B4:U453")
    (gama);
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustKouvelis!X4:X27")
    (costSolution);
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustKouvelis!A1")
    (alfa);
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustKouvelis!AB3")
    (nbVariables);
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustKouvelis!AB4")
    (nbConstraints);
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustKouvelis!AB5")
    (nbSeconds);

```

### 9.2.5. Formulação robusta de BUTLER, AMMONS e SOKOL (2003)

```
// Modelo: Formulação robusta Butler, Ammons e Sokol
//           Otimização aplicada ao roteamento do tráfego de
//           chamadas telefônicas internacionais
//
// Autor: Renato Gomes Ferraz
//           COPPE/UFRJ - Pesquisa Operacional
//
// Atualização: 12/11/2005

setting MIPmethod = CPLEXmip;
setting epAGap = 1e-06;
setting epGap = 2e-05;
setting workMem = 7.68e+02;
setting treLim = 2.56e+02;
setting tiLim = 10.8e+03;

SheetConnection sheet_database("Database.xls");

range Boolean 0..10;

enum i ...;
enum j ...;
int+ k = 24;
range omega 0..k-1;
float+ lambda = ...; //valor médio do O*

range rv 0..5;
range rasr 0..1;
range racd 0..1;

float+ omegav[i,rv]
    from SheetRead(sheet_database, "Volumes!F4:K453");
float+ omegaasr1[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ASR!B4:U453");
float+ omegaasr2[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ASR!B455:U904");
float+ omegaasr[i,j,rasr];
float+ omegaacd1[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ACD!B4:U453");
float+ omegaacd2[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ACD!B455:U904");
float+ omegaacd[i,j,racd];

initialize
    forall(q in i, o in j) {
        omegaasr[q,o,0] = omegaasr1[q,o];
        omegaasr[q,o,1] = omegaasr2[q,o];
        omegaacd[q,o,0] = omegaacd1[q,o];
        omegaacd[q,o,1] = omegaacd2[q,o];
    };

int+ matriz_cen[omega,0..2] =
    [[0, 0, 0], [0, 0, 1], [0, 1, 0], [0, 1, 1],
```

```

[1, 0, 0], [1, 0, 1], [1, 1, 0], [1, 1, 1],
[2, 0, 0], [2, 0, 1], [2, 1, 0], [2, 1, 1],
[3, 0, 0], [3, 0, 1], [3, 1, 0], [3, 1, 1],
[4, 0, 0], [4, 0, 1], [4, 1, 0], [4, 1, 1],
[5, 0, 0], [5, 0, 1], [5, 1, 0], [5, 1, 1]];

float+ c[i,j]
  from SheetRead(sheet_database, "Rates!B4:U453");
float+ r[j]
  from SheetRead(sheet_database, "Commitments!B4:B23");
float+ e[j]
  from SheetRead(sheet_database, "Capacity!C4:C23");
float+ m[i,j]
  from SheetRead(sheet_database, "Open!B4:U453");
float+ min_asr[i]
  from SheetRead(sheet_database, "Volumes!C4:C453");
float+ min_acd[i]
  from SheetRead(sheet_database, "Volumes!D4:D453");
float+ lcr[omega]
  from SheetRead(sheet_database, "Results!B4:B27");

float+ v[i,omega];
float+ asr[i,j,omega];
float+ acd[i,j,omega];

initialize
  forall(q in i, t in omega)
    v[q,t] = omegav[q,matriz_cen[t,0]];

initialize
  forall(q in i, o in j, t in omega)
    asr[q,o,t] = omegaasr[q,o,matriz_cen[t,1]];

initialize
  forall(q in i, o in j, t in omega)
    acd[q,o,t] = omegaacd[q,o,matriz_cen[t,2]];

assert forall(q in i) min(o in j) c[q,o] < 9.9999;

assert forall(q in i, o in j)
  if m[q,o] > 0 then c[q,o] < 9.9999 endif;

assert forall(t in omega)
  sum(q in i) v[q,t] <= sum(o in j) e[o];

assert forall(q in i, t in omega)
  max(o in j) asr[q,o,t] >= min_asr[q];

assert forall(q in i, t in omega)
  max(o in j) acd[q,o,t] >= min_acd[q];

assert forall(q in i, o in j, t in omega)
  if m[q,o] > 0 then asr[q,o,t] >= min_asr[q] endif;

assert forall(q in i, o in j, t in omega)
  if m[q,o] > 0 then acd[q,o,t] >= min_acd[q] endif;

```

```

initialize
  forall(q in i, t in omega)
    if v[q,t] = 0 then v[q,t] = 0.1 endif;

var float+ x[j,omega];
var float+ y[i,j,omega];
var Boolean gama[i,j];
var float+ alfa[omega];

minimize

sum(t in omega) (
  (sum(q in i, o in j) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o]/10)
  + sum(o in j) (x[o,t])
  + sum(q in i, o in j) (y[q,o,t] * c[q,o])
  + (lambda * alfa[t])) * 1/k
)

subject to {

forall(t in omega)
  (((sum(q in i, o in j) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o]/10)
  + sum(o in j) (x[o,t])
  + sum(q in i, o in j) (y[q,o,t] * c[q,o]))
  - lcr[t]) / lcr[t]) <= alfa[t];

forall(q in i)
  sum(o in j) gama[q,o] = 10;

forall(o in j, t in omega)
  sum(q in i) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o]/10) + x[o,t]
  >= r[o];

forall(o in j, t in omega)
  sum(q in i) (v[q,t] * gama[q,o]/10) <= e[o];

forall(q in i, o in j, t in omega)
  (gama[q,o]/10 * v[q,t]) + y[q,o,t] >= m[q,o];

forall(q in i, o in j)
  if c[q,o] = 9.9999 then
    gama[q,o] = 0
  endif;

forall(q in i, t in omega)
  sum(o in j) (gama[q,o]/10 * asr[q,o,t]) >= min_asr[q];

forall(q in i, t in omega)
  sum(o in j) (gama[q,o]/10 * acd[q,o,t]) >= min_acd[q];

};

display(q in i, o in j : gama[q,o] <> 0) gama[q,o];
display x;
display(q in i, o in j, t in omega : y[q,o,t] <> 0)

```

```

    y[q,o,t];

float+ costSolution[t in omega] =
    sum(q in i, o in j) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o]/10)
    + sum(o in j) (x[o,t])
    + sum(q in i, o in j) (y[q,o,t] * c[q,o]);

int+ nbVariables = OplSystem.getNumberOfVariables();
int+ nbConstraints = OplSystem.getNumberOfConstraints();
float+ nbSeconds = OplSystem.getCPUtime();

SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustButler!B4:U453")
    (gama);
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustButler!X4:X27")
    (costSolution);
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustButler!A1")
    (lambda);
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustButler!Y4:Y27")
    (alfa);
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustButler!AB3")
    (nbVariables);
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustButler!AB4")
    (nbConstraints);
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustButler!AB5")
    (nbSeconds);

```

### 9.2.6. Formulação robusta de AHMED e SAHINIDIS (1998)

```

// Modelo: Formulação robusta Ahmed e Sahinidis
//         Otimização aplicada ao roteamento do tráfego de
//         chamadas telefônicas internacionais
//
// Autor: Renato Gomes Ferraz
//         COPPE/UFRJ - Pesquisa Operacional
//
// Atualização: 13/11/2005

setting MIPmethod = CPLEXmip;
setting epAGap = 1e-06;
setting epGap = 2e-05;
setting workMem = 7.68e+02;
setting treLim = 2.56e+02;
setting tiLim = 10.8e+03;

SheetConnection sheet_database("Database.xls");

range Boolean 0..10;

enum i ...;
enum j ...;
int+ k = 24;
range omega 0..k-1;
float+ lambda = ...;

```

```

range rv 0..5;
range rasr 0..1;
range racd 0..1;

float+ omegav[i,rv]
    from SheetRead(sheet_database, "Volumes!F4:K453");
float+ omegaasr1[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ASR!B4:U453");
float+ omegaasr2[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ASR!B455:U904");
float+ omegaasr[i,j,rasr];
float+ omegaacd1[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ACD!B4:U453");
float+ omegaacd2[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ACD!B455:U904");
float+ omegaacd[i,j,racd];

initialize
    forall(q in i, o in j) {
        omegaasr[q,o,0] = omegaasr1[q,o];
        omegaasr[q,o,1] = omegaasr2[q,o];
        omegaacd[q,o,0] = omegaacd1[q,o];
        omegaacd[q,o,1] = omegaacd2[q,o];
    };

int+ matriz_cen[omega,0..2] =
    [[0, 0, 0], [0, 0, 1], [0, 1, 0], [0, 1, 1],
     [1, 0, 0], [1, 0, 1], [1, 1, 0], [1, 1, 1],
     [2, 0, 0], [2, 0, 1], [2, 1, 0], [2, 1, 1],
     [3, 0, 0], [3, 0, 1], [3, 1, 0], [3, 1, 1],
     [4, 0, 0], [4, 0, 1], [4, 1, 0], [4, 1, 1],
     [5, 0, 0], [5, 0, 1], [5, 1, 0], [5, 1, 1]];

float+ c[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "Rates!B4:U453");
float+ r[j]
    from SheetRead(sheet_database, "Commitments!B4:B23");
float+ e[j]
    from SheetRead(sheet_database, "Capacity!C4:C23");
float+ m[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "Open!B4:U453");
float+ min_asr[i]
    from SheetRead(sheet_database, "Volumes!C4:C453");
float+ min_acd[i]
    from SheetRead(sheet_database, "Volumes!D4:D453");
float+ lcr[omega]
    from SheetRead(sheet_database, "Results!B4:B27");

float+ v[i,omega];
float+ asr[i,j,omega];
float+ acd[i,j,omega];

initialize
    forall(q in i, t in omega)
        v[q,t] = omegav[q,matriz_cen[t,0]];

```

```

initialize
  forall(q in i, o in j, t in omega)
    asr[q,o,t] = omegaasr[q,o,matriz_cen[t,1]];

initialize
  forall(q in i, o in j, t in omega)
    acd[q,o,t] = omegaacd[q,o,matriz_cen[t,2]];

assert forall(q in i) min(o in j) c[q,o] < 9.9999;

assert forall(q in i, o in j)
  if m[q,o] > 0 then c[q,o] < 9.9999 endif;

assert forall(t in omega)
  sum(q in i) v[q,t] <= sum(o in j) e[o];

assert forall(q in i, t in omega)
  max(o in j) asr[q,o,t] >= min_asr[q];

assert forall(q in i, t in omega)
  max(o in j) acd[q,o,t] >= min_acd[q];

assert forall(q in i, o in j, t in omega)
  if m[q,o] > 0 then asr[q,o,t] >= min_asr[q] endif;

assert forall(q in i, o in j, t in omega)
  if m[q,o] > 0 then acd[q,o,t] >= min_acd[q] endif;

initialize
  forall(q in i, t in omega)
    if v[q,t] = 0 then v[q,t] = 0.1 endif;

var float+ x[j,omega];
var float+ y[i,j,omega];
var Boolean gama[i,j];
var float+ alfa[omega];
var float+ L_;

minimize

sum(t in omega) (
  (sum(q in i, o in j) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o]/10)
  + sum(o in j) (x[o,t])
  + sum(q in i, o in j) (y[q,o,t] * c[q,o])
  + (lambda * alfa[t])) * 1/k
)

subject to {

forall(t in omega)
  ((sum(q in i, o in j) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o]/10)
  + sum(o in j) (x[o,t])
  + sum(q in i, o in j) (y[q,o,t] * c[q,o]))
  - L_) <= alfa[t];

L_ = sum(t in omega)

```

```

    ((sum(q in i, o in j) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o]/10)
    + sum(o in j) (x[o,t]) + sum(q in i, o in j)
    (y[q,o,t] * c[q,o])) * 1/k);

forall(q in i)
    sum(o in j) gama[q,o] = 10;

forall(o in j, t in omega)
    sum(q in i) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o]/10) + x[o,t]
    >= r[o];

forall(o in j, t in omega)
    sum(q in i) (v[q,t] * gama[q,o]/10) <= e[o];

forall(q in i, o in j, t in omega)
    (gama[q,o]/10 * v[q,t]) + y[q,o,t] >= m[q,o];

forall(q in i, o in j)
    if c[q,o] = 9.9999 then
        gama[q,o] = 0
    endif;

forall(q in i, t in omega)
    sum(o in j) (gama[q,o]/10 * asr[q,o,t]) >= min_asr[q];

forall(q in i, t in omega)
    sum(o in j) (gama[q,o]/10 * acd[q,o,t]) >= min_acd[q];

};

display(q in i, o in j : gama[q,o] <> 0) gama[q,o];
display x;
display(q in i, o in j, t in omega : y[q,o,t] <> 0)
    y[q,o,t];

float+ costSolution[t in omega] =
    sum(q in i, o in j) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o]/10)
    + sum(o in j) (x[o,t])
    + sum(q in i, o in j) (y[q,o,t] * c[q,o]);

int+ nbVariables = OplSystem.getNumberOfVariables();
int+ nbConstraints = OplSystem.getNumberOfConstraints();
float+ nbSeconds = OplSystem.getCPUtime();

SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustAhmed!B4:U453")
    (gama);
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustAhmed!X4:X27")
    (costSolution);
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustAhmed!A1")
    (L_);
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustAhmed!Y4:Y27")
    (alfa);
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustAhmed!AB3")
    (nbVariables);
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustAhmed!AB4")
    (nbConstraints);

```

```
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustAhmed!AB5")
(nbSeconds);
```

### 9.2.7. Formulação robusta de minimização do valor esperado do desvio relativo do ótimo

```
// Modelo: Formulação robusta Minimização desvio relativo
//          Otimização aplicada ao roteamento do tráfego de
//          chamadas telefônicas internacionais
//
// Autor: Renato Gomes Ferraz
//        COPPE/UFRJ - Pesquisa Operacional
//
// Atualização: 13/11/2005

setting MIPmethod = CPLEXmip;
setting epAGap = 1e-06;
setting epGap = 2e-05;
setting workMem = 7.68e+02;
setting treLim = 2.56e+02;
setting tiLim = 10.8e+03;

SheetConnection sheet_database("Database.xls");

range Boolean 0..10;

enum i ...;
enum j ...;
int+ k = 24;
range omega 0..k-1;

range rv 0..5;
range rasr 0..1;
range racd 0..1;

float+ omegav[i,rv]
    from SheetRead(sheet_database, "Volumes!F4:K453");
float+ omegaasr1[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ASR!B4:U453");
float+ omegaasr2[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ASR!B455:U904");
float+ omegaasr[i,j,rasr];
float+ omegaacd1[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ACD!B4:U453");
float+ omegaacd2[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ACD!B455:U904");
float+ omegaacd[i,j,racd];

initialize
    forall(q in i, o in j) {
        omegaasr[q,o,0] = omegaasr1[q,o];
        omegaasr[q,o,1] = omegaasr2[q,o];
        omegaacd[q,o,0] = omegaacd1[q,o];
        omegaacd[q,o,1] = omegaacd2[q,o];
    }
```

```

};

int+ matriz_cen[omega,0..2] =
  [[0, 0, 0], [0, 0, 1], [0, 1, 0], [0, 1, 1],
   [1, 0, 0], [1, 0, 1], [1, 1, 0], [1, 1, 1],
   [2, 0, 0], [2, 0, 1], [2, 1, 0], [2, 1, 1],
   [3, 0, 0], [3, 0, 1], [3, 1, 0], [3, 1, 1],
   [4, 0, 0], [4, 0, 1], [4, 1, 0], [4, 1, 1],
   [5, 0, 0], [5, 0, 1], [5, 1, 0], [5, 1, 1]];

float+ c[i,j]
  from SheetRead(sheet_database, "Rates!B4:U453");
float+ r[j]
  from SheetRead(sheet_database, "Commitments!B4:B23");
float+ e[j]
  from SheetRead(sheet_database, "Capacity!C4:C23");
float+ m[i,j]
  from SheetRead(sheet_database, "Open!B4:U453");
float+ min_asr[i]
  from SheetRead(sheet_database, "Volumes!C4:C453");
float+ min_acd[i]
  from SheetRead(sheet_database, "Volumes!D4:D453");
float+ lcr[omega]
  from SheetRead(sheet_database, "Results!B4:B27");

float+ v[i,omega];
float+ asr[i,j,omega];
float+ acd[i,j,omega];

initialize
  forall(q in i, t in omega)
    v[q,t] = omegav[q,matriz_cen[t,0]];

initialize
  forall(q in i, o in j, t in omega)
    asr[q,o,t] = omegaasr[q,o,matriz_cen[t,1]];

initialize
  forall(q in i, o in j, t in omega)
    acd[q,o,t] = omegaacd[q,o,matriz_cen[t,2]];

assert forall(q in i) min(o in j) c[q,o] < 9.9999;

assert forall(q in i, o in j)
  if m[q,o] > 0 then c[q,o] < 9.9999 endif;

assert forall(t in omega)
  sum(q in i) v[q,t] <= sum(o in j) e[o];

assert forall(q in i, t in omega)
  max(o in j) asr[q,o,t] >= min_asr[q];

assert forall(q in i, t in omega)
  max(o in j) acd[q,o,t] >= min_acd[q];

assert forall(q in i, o in j, t in omega)

```

```

    if m[q,o] > 0 then asr[q,o,t] >= min_asr[q] endif;

assert forall(q in i, o in j, t in omega)
    if m[q,o] > 0 then acd[q,o,t] >= min_acd[q] endif;

initialize
    forall(q in i, t in omega)
        if v[q,t] = 0 then v[q,t] = 0.1 endif;

var float+ x[j,omega];
var float+ y[i,j,omega];
var Boolean gama[i,j];

minimize

sum(t in omega) (
    ((sum(q in i, o in j) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o]/10)
    + sum(o in j) (x[o,t])
    + sum(q in i, o in j) (y[q,o,t] * c[q,o]))
    - lcr[t]) / lcr[t]) * 1/k
)

subject to {

forall(q in i)
    sum(o in j) gama[q,o] = 10;

forall(o in j, t in omega)
    sum(q in i) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o]/10) + x[o,t]
    >= r[o];

forall(o in j, t in omega)
    sum(q in i) (v[q,t] * gama[q,o]/10) <= e[o];

forall(q in i, o in j, t in omega)
    (gama[q,o]/10 * v[q,t]) + y[q,o,t] >= m[q,o];

forall(q in i, o in j)
    if c[q,o] = 9.9999 then
        gama[q,o] = 0
    endif;

forall(q in i, t in omega)
    sum(o in j) (gama[q,o]/10 * asr[q,o,t]) >= min_asr[q];

forall(q in i, t in omega)
    sum(o in j) (gama[q,o]/10 * acd[q,o,t]) >= min_acd[q];

};

display(q in i, o in j : gama[q,o] <> 0) gama[q,o];
display x;
display(q in i, o in j, t in omega : y[q,o,t] <> 0)
    y[q,o,t];

float+ costSolution[t in omega] =

```

```

sum(q in i, o in j) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o]/10)
+ sum(o in j) (x[o,t])
+ sum(q in i, o in j) (y[q,o,t] * c[q,o]);

float+ alfaSolution =
sum(t in omega) (
((sum(q in i, o in j) (v[q,t] * c[q,o] * gama[q,o]/10)
+ sum(o in j) (x[o,t])
+ sum(q in i, o in j) (y[q,o,t] * c[q,o]))
- lcr[t]) / lcr[t]) * 1/k
);

int+ nbVariables = OplSystem.getNumberOfVariables();
int+ nbConstraints = OplSystem.getNumberOfConstraints();
float+ nbSeconds = OplSystem.getCPUTime();

SheetWrite(sheet_database,
"ResultsRobustDesvioRelativo!B4:U453") (gama);
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustDesvioRelativo!X4:X27")
(costSolution);
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustDesvioRelativo!A1")
(alfaSolution);
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustDesvioRelativo!AB3")
(nbVariables);
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustDesvioRelativo!AB4")
(nbConstraints);
SheetWrite(sheet_database, "ResultsRobustDesvioRelativo!AB5")
(nbSeconds);

```

### 9.2.8. Script e Modelo para resolução dos cenários utilizando a formulação determinística

```

// Script: Formulação determinística script
//          Otimização aplicada ao roteamento do tráfego de
//          chamadas telefônicas internacionais
//
// Autor: Renato Gomes Ferraz
//          COPPE/UFRJ - Pesquisa Operacional
//
// Atualização: 22/08/2005

enum i ...;
enum j ...;

SheetConnection sheet_database("Database.xls");

range Boolean 0..10;
range omega 0..23;
range rv 0..5;
range rasr 0..1;
range racd 0..1;

float+ omegav[i,rv]
from SheetRead(sheet_database, "Volumes!F4:K453");

```

```

float+ omegaasr1[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ASR!B4:U453");
float+ omegaasr2[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ASR!B455:U904");
float+ omegaasr[i,j,rasr];
float+ omegaacd1[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ACD!B4:U453");
float+ omegaacd2[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "ACD!B455:U904");
float+ omegaacd[i,j,racd];

forall(q in i)
    forall(o in j) {
        omegaasr[q,o,0] := omegaasr1[q,o];
        omegaasr[q,o,1] := omegaasr2[q,o];
        omegaacd[q,o,0] := omegaacd1[q,o];
        omegaacd[q,o,1] := omegaacd2[q,o];
    }

int+ matriz_cen[omega,0..2] :=
    [[0, 0, 0], [0, 0, 1], [0, 1, 0], [0, 1, 1],
     [1, 0, 0], [1, 0, 1], [1, 1, 0], [1, 1, 1],
     [2, 0, 0], [2, 0, 1], [2, 1, 0], [2, 1, 1],
     [3, 0, 0], [3, 0, 1], [3, 1, 0], [3, 1, 1],
     [4, 0, 0], [4, 0, 1], [4, 1, 0], [4, 1, 1],
     [5, 0, 0], [5, 0, 1], [5, 1, 0], [5, 1, 1]];

float+ c[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "Rates!B4:U453");
float+ r[j]
    from SheetRead(sheet_database, "Commitments!B4:B23");
float+ e[j]
    from SheetRead(sheet_database, "Capacity!C4:C23");
float+ m[i,j]
    from SheetRead(sheet_database, "Open!B4:U453");
float+ min_asr[i]
    from SheetRead(sheet_database, "Volumes!C4:C453");
float+ min_acd[i]
    from SheetRead(sheet_database, "Volumes!D4:D453");
float+ v[i];
float+ asr[i,j];
float+ acd[i,j];

float+ obj[omega];
float+ iterations[omega];
float+ time[omega];

float+ percAdicLCR[omega];
float+ costSolution[omega];
float+ costPremium[omega];
float+ costy[j,omega];
float+ costyg[j];

int+ a;
string b;
float+ minc[i];

```

```

float+ lcr[omega];

Boolean gamal[i,j];

Model cenarios("resultados cenarios.mod") editMode;

forall(g in omega) {

    forall(q in i)
        v[q] := omegav[q,matriz_cen[g,0]];

    forall(q in i) if v[q] = 0 then v[q] := 0.1;

    forall(q in i) minc[q] := min(o in j) c[q,o];
    lcr[g] := sum(q in i) (v[q] * minc[q]);

    forall(q in i)
        forall(o in j)
            asr[q,o] := omegaasr[q,o,matriz_cen[g,1]];

    forall(q in i)
        forall(o in j)
            acd[q,o] := omegaacd[q,o,matriz_cen[g,2]];

    cenarios.solve();

    if cenarios.isOptimal() then {

        obj[g] := cenarios.objectiveValue();
        iterations[g] := cenarios.getNumberOfIterations();
        time[g] := cenarios.getTime();

        cout << "Objective: " << obj[g] << ", Iterations: " <<
            iterations[g] << ", Time: " << time[g] << endl;

        percAdicLCR[g] := (sum(q in i, o in j) (v[q] *
            c[q,o] * cenarios.gama[q,o]/10) +
            sum(o in j) (cenarios.x[o]) +
            sum(q in i, o in j) (cenarios.y[q,o] * c[q,o]) -
            lcr[g]) / lcr[g];

        costSolution[g] := sum(q in i, o in j) (v[q] *
            c[q,o] * cenarios.gama[q,o]/10) +
            sum(o in j) (cenarios.x[o]) +
            sum(q in i, o in j) (cenarios.y[q,o] * c[q,o]);

        costPremium[g] := sum(q in i, o in j) (v[q] *
            c[q,o] * cenarios.gama[q,o]/10) +
            sum(o in j) (cenarios.x[o]) +
            sum(q in i, o in j) (cenarios.y[q,o] * c[q,o]) -
            lcr[g];

        forall(o in j) {
            costly[o,g] := sum(q in i) (cenarios.y[q,o] *
                c[q,o]);
            costlyg[o] := costly[o,g];
        }
    }
}

```

```

    }

    a := g + 1;

    b := "Results";
    b := b.concat(a.toString());
    b := b.concat("!A1");
    SheetWrite(sheet_database, b) (percAdicLCR[g]);

    b := "Results";
    b := b.concat(a.toString());
    b := b.concat("!B4:U453");
    SheetWrite(sheet_database, b) (cenarios.gama);

    b := "Results";
    b := b.concat(a.toString());
    b := b.concat("!W4");
    SheetWrite(sheet_database, b) (lcr[g]);

    b := "Results";
    b := b.concat(a.toString());
    b := b.concat("!X4");
    SheetWrite(sheet_database, b) (costSolution[g]);

    b := "Results";
    b := b.concat(a.toString());
    b := b.concat("!Y4");
    SheetWrite(sheet_database, b) (costPremium[g]);

    b := "Results";
    b := b.concat(a.toString());
    b := b.concat("!AC4:AC23");
    SheetWrite(sheet_database, b) (cenarios.x);

    b := "Results";
    b := b.concat(a.toString());
    b := b.concat("!AD4:AD23");
    SheetWrite(sheet_database, b) (costyg);

    if g = 0 then {
        forall(q in i)
            forall(o in j)
                gamal[q,o] := cenarios.gama[q,o];
    }

    cenarios.reset();
}

else {
    cout << "Infeasible" << endl;
    cenarios.reset();
}
}

float+ custo_trafego[omega];
float+ x1[j,omega];
float+ y1[i,j,omega];

```

```

float+ custo_deficit_receita[omega];
float+ custo_deficit_minutos[omega];
float+ custo_total[omega];
float+ custo_adicional[omega];
int+ violacao_ASR[omega];
int+ violacao_ACD[omega];

forall(g in omega) {
  forall(q in i)
    v[q] := omegav[q,matriz_cen[g,0]];

  forall(q in i) if v[q] = 0 then v[q] := 0.1;

  custo_trafego[g] :=
    sum(q in i)
      sum(o in j)
        (v[q] * c[q,o] * gamal[q,o]/10);
}

forall(g in omega) {
  forall(q in i)
    v[q] := omegav[q,matriz_cen[g,0]];

  forall(o in j)
    if((sum(q in i) (gamal[q,o]/10 * v[q] * c[q,o]) -
      r[o]) < 0) then {
      x1[o,g] := (sum(q in i) (gamal[q,o]/10 * v[q] *
        c[q,o]) - r[o]);
    }
    else {
      x1[o,g] := 0;
    }

  custo_deficit_receita[g] :=
    sum(o in j) (-x1[o,g]);
}

forall(g in omega) {
  forall(q in i)
    v[q] := omegav[q,matriz_cen[g,0]];

  forall(q in i)
    forall(o in j)
      if(((gamal[q,o]/10 * v[q]) - m[q,o]) < 0) then {
        y1[q,o,g] := ((gamal[q,o]/10 * v[q]) - m[q,o]);
      }
      else {
        y1[q,o,g] := 0;
      }

  custo_deficit_minutos[g] :=
    sum(q in i)
      sum(o in j) (-y1[q,o,g] * c[q,o]);
}

forall(g in omega) {

```

```

    custo_total[g] :=
      (custo_trafego[g] + custo_deficit_receita[g] +
       custo_deficit_minutos[g]);
  }

forall(g in omega) {
  custo_adicional[g] :=
    (custo_total[g] - obj[g]);
}

forall(g in omega) {
  forall(q in i)
    forall(o in j)
      asr[q,o] := omegaasr[q,o,matriz_cen[g,1]];

  violacao_ASR[g] :=
    sum(q in i : (sum(o in j) (gama1[q,o]/10 * asr[q,o]) <
      min_asr[q])) 1;
}

forall(g in omega) {
  forall(q in i)
    forall(o in j)
      acd[q,o] := omegaacd[q,o,matriz_cen[g,2]];

  violacao_ACD[g] :=
    sum(q in i : (sum(o in j) (gama1[q,o]/10 * acd[q,o]) <
      min_acd[q])) 1;
}

b := "Results!B4:B27";
SheetWrite(sheet_database, b) (obj);

b := "Results!C4:C27";
SheetWrite(sheet_database, b) (iterations);

b := "Results!D4:D27";
SheetWrite(sheet_database, b) (time);

b := "ValidationScenario1!B4:B27";
SheetWrite(sheet_database, b) (custo_trafego);

b := "ValidationScenario1!C4:C27";
SheetWrite(sheet_database, b) (custo_deficit_receita);

b := "ValidationScenario1!D4:D27";
SheetWrite(sheet_database, b) (custo_deficit_minutos);

b := "ValidationScenario1!E4:E27";
SheetWrite(sheet_database, b) (custo_total);

b := "ValidationScenario1!F4:F27";
SheetWrite(sheet_database, b) (custo_adicional);

b := "ValidationScenario1!G4:G27";
SheetWrite(sheet_database, b) (violacao_ASR);

```

```

b := "ValidationScenario1!H4:H27";
SheetWrite(sheet_database, b) (violacao_ACD);

// Modelo: Formulação determinística script
//         Otimização aplicada ao roteamento do tráfego de
//         chamadas telefônicas internacionais
//
// Autor: Renato Gomes Ferraz
//        COPPE/UFRJ - Pesquisa Operacional
//
// Atualização: 22/08/2005

setting MIPmethod = CPLEXmip;
setting epAGap = 1e-06;
setting epGap = 2e-05;
setting workMem = 7.68e+02;
setting treLim = 2.56e+02;
setting tiLim = 10.8e+03;

range Boolean 0..10;

import enum i;
import enum j;

import float+ c[i,j];
import float+ v[i];
import float+ r[j];
import float+ e[j];
import float+ m[i,j];
import float+ min_asr[i];
import float+ min_acd[i];
import float+ asr[i,j];
import float+ acd[i,j];

assert forall(q in i) min(o in j) c[q,o] < 9.9999;

assert forall(q in i, o in j)
    if m[q,o] > 0 then c[q,o] < 9.9999 endif;

assert sum(q in i) v[q] <= sum(o in j) e[o];

assert forall(q in i) max(o in j) asr[q,o] >= min_asr[q];

assert forall(q in i) max(o in j) acd[q,o] >= min_acd[q];

assert forall(q in i, o in j)
    if m[q,o] > 0 then asr[q,o] >= min_asr[q] endif;

assert forall(q in i, o in j)
    if m[q,o] > 0 then acd[q,o] >= min_acd[q] endif;

var float+ x[j];
var float+ y[i,j];
var Boolean gama[i,j];

```

```

minimize

sum(q in i, o in j) (v[q] * c[q,o] * gama[q,o]/10) +
    sum(o in j) (x[o]) +
    sum(q in i, o in j) (y[q,o] * c[q,o])

subject to {

forall(q in i)
    sum(o in j) gama[q,o] = 10;

forall(o in j)
    sum(q in i) (v[q] * c[q,o] * gama[q,o]/10) + x[o] >= r[o];

forall(o in j)
    sum(q in i) (v[q] * gama[q,o]/10) <= e[o];

forall(q in i, o in j)
    (gama[q,o]/10 * v[q]) + y[q,o] >= m[q,o];

forall(q in i, o in j)
    if c[q,o] = 9.9999 then
        gama[q,o] = 0
    endif;

forall(q in i)
    sum(o in j) (gama[q,o]/10 * asr[q,o]) >= min_asr[q];

forall(q in i)
    sum(o in j) (gama[q,o]/10 * acd[q,o]) >= min_acd[q];

};

```